

1 Allgemeines

$$(u \cdot v)' = u' \cdot v + u \cdot v' \quad \left(\frac{u}{v}\right)' = \frac{u' \cdot v - u \cdot v'}{v^2} \quad \int u' \cdot v \, dx = u \cdot v - \int u \cdot v' \, dx \quad \frac{dy(x(t))}{dt} = y'(x(t)) \cdot x'(t)$$

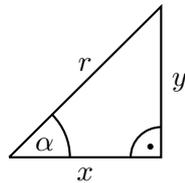
$$\frac{d \sin(x)}{dt} = \cos(x) \quad \frac{d \cos(x)}{dt} = -\sin(x) \quad \frac{d \tan(x)}{dx} = \frac{1}{\cos^2(x)} \quad \frac{d \ln(|x|)}{dx} = \frac{1}{x}$$

$\cos(x) \approx 1$ und $\sin(x) \approx x$ bei kleinem x in rad

$$e^{jx} = \cos(x) + j \sin(x) \quad j = \sqrt{-1} \quad |z_1 \cdot z_2| = |z_1| \cdot |z_2| \text{ und } z_1 \cdot z_1^* = |z_1|^2 \text{ mit } z_1, z_2 \in \mathbb{C}$$

$$e^{jx} + e^{-jx} = 2 \cdot \cos(x) \quad e^{jx} - e^{-jx} = 2j \cdot \sin(x) \quad e^x + e^{-x} = 2 \cdot \cosh(x) \quad e^x - e^{-x} = 2 \cdot \sinh(x)$$

$$\log_b r = \frac{\log_a r}{\log_a b} \quad \log(ab) = \log(a) + \log(b) \quad \log\left(\frac{a}{b}\right) = \log(a) - \log(b) \quad \log(a^b) = b \cdot \log(a)$$



$$\cos(\alpha) = \frac{x}{r} \quad \sin(\alpha) = \frac{y}{r} \quad \tan(\alpha) = \frac{\sin(\alpha)}{\cos(\alpha)} = \frac{y}{x}$$

$$1 \text{ rad} = \frac{360^\circ}{2\pi} \quad \alpha_{grad} = \frac{180^\circ}{\pi} \cdot \alpha_{rad} \quad \alpha_{rad} = \frac{\pi}{180^\circ} \cdot \alpha_{grad}$$

$$\cos(x) = \cos(-x) \quad -\sin(x) = \sin(-x) \quad -\arctan(x) = \arctan(-x) \quad \operatorname{si}(x) = \frac{\sin(x)}{x}$$

$$\cos(a \pm b) = \cos(a) \cos(b) \mp \sin(a) \sin(b) \quad \sin(a) \cdot \cos(b) = \frac{1}{2} \cdot (\sin(a-b) + \sin(a+b))$$

$$\sin(a) \cdot \sin(b) = \frac{1}{2} (\cos(a-b) - \cos(a+b)) \quad \cos(a) \cdot \cos(b) = \frac{1}{2} (\cos(a-b) + \cos(a+b))$$

$$\sin(a) \pm \sin(b) = 2 \cdot \sin\left(\frac{a \pm b}{2}\right) \cdot \cos\left(\frac{a \mp b}{2}\right)$$

$$\cos(a) + \cos(b) = 2 \cdot \cos\left(\frac{a+b}{2}\right) \cdot \cos\left(\frac{a-b}{2}\right) \quad \cos(a) - \cos(b) = -2 \cdot \sin\left(\frac{a+b}{2}\right) \cdot \sin\left(\frac{a-b}{2}\right)$$

$$\det \begin{pmatrix} a & b \\ c & d \end{pmatrix} = a \cdot d - c \cdot b \quad \det \begin{pmatrix} a & b & c \\ d & e & f \\ g & h & i \end{pmatrix} = aei + bfg + cdh - gec - hfa - idb$$

$$\begin{pmatrix} a & b \\ c & d \end{pmatrix}^{-1} = \frac{1}{a \cdot d - c \cdot b} \cdot \begin{pmatrix} d & -b \\ -c & a \end{pmatrix} \quad \begin{pmatrix} a & b & c \\ d & e & f \\ g & h & i \end{pmatrix}^{-1} = \frac{1}{\det(\mathbf{A})} \cdot \begin{pmatrix} ei - fh & ch - bi & bf - ce \\ fg - di & ai - cg & cd - af \\ dh - eg & bg - ah & ae - bd \end{pmatrix}$$

Die Inverse einer symmetrischen Matrix ist auch symmetrisch.

Größenordnungen:

p	n	μ	m	k	M	G	T
10^{-12}	10^{-9}	10^{-6}	10^{-3}	10^3	10^6	10^9	10^{12}

¹Wer Fehler findet teilt mir diese bitte über robert.uhl@rwth-aachen.de mit, damit ich diese korrigieren kann.

2 Investitionsrechnung

Kalkulationszinssatz: $i = \frac{1}{1+v} \cdot (i_{EK} + v \cdot i_{FK})$ $\left[\frac{\%}{a} \right]$ mit $v = \frac{\text{Fremdkapital}}{\text{Eigenkapital}}$

Zinserwartung Eigenkapital: i_{EK} Sollzins Fremdkapital i_{FK}

inflationbereinigter Realzins: $i_{real} = \frac{i_{nom}-z}{1+z \cdot T_0} \approx i_{nom} - z$ in der Regel $T_0 = 1$ a

Nominalzins/Kapitalmarktzins: i_{nom} Inflationsrate: z

Volllaststundenzahl: $\dot{T}_m = \frac{\dot{W}}{P_{max}} = \frac{1}{P_{max} \cdot T_0} \cdot \int_0^{T_0} P(t) dt$

Anzahl Stunden, ein Kraftwerk mit Volllast laufen müsste, um die Jahresenergie zu erzeugen.

Verluststundenzahl: $\dot{T}_V = \frac{\dot{W}_V}{P_{V,max}} = \frac{1}{T_0} \cdot \int_0^{T_0} \left(\frac{I(t)}{I_{max}} \right)^2 dt \approx \frac{1}{T_0} \cdot \int_0^{T_0} \left(\frac{P(t)}{P_{max}} \right)^2 dt$ bei $U = \text{const}$

Verlustleistung k Leitungen: $P_V = \left(\frac{S_{Bez}}{U_n} \right)^2 \cdot R_{ges} = k \cdot \left(\frac{S_{Bez}}{k \cdot U_n} \right)^2 \cdot R' \cdot l$

2.1 Kapitalwertmethode/Barwertmethode

Liefert das Gesamtergebnis einer Investition, indem alle zeitlich versetzt fälligen Zahlungen durch Auf- und Abzinsung mit dem Kalkulationszinssatz auf einen frei wählbaren Zeitpunkt bezogen werden.

Kapitalwert $KW = B_{Ein} - B_{Aus} > 0$: wirtschaftlich, sonst unwirtschaftlich

Barwert diskreter Zahlung:

$$B_0 = q^{-n} \cdot A_n \quad \text{mit } q = 1 + i \cdot T_0$$

Abzinsungs-/Diskontfaktor: q^{-n} Aufzinsungsfaktor: q^n

Restwert R_N nach N Jahren Nutzungsdauer:

Restwert mindert den Barwert, wenn der Veräußerungserlös die Beseitigungskosten übersteigt:
 $B_0 = q^{-n} \cdot (A_n - R_N \cdot q^{-N})$

Barwert beliebiger Zahlungsfolgen:

$$B_n = \sum_{k=1}^N (q^{-k} \cdot A_k) \quad \text{und } B_0 = q^{-n} \cdot B_n \quad \text{mit Ausgabendauer } N \text{ Jahre}$$

Barwert konstanter Zahlungsfolgen: $A_k = A_1$

gesamte erfolgte Zahlungen in N Jahren bezogen auf B_n , dann eventuell Bezug auf $B_0 = q^{-n} \cdot B_n$

$$B_n(N) = \beta(N) \cdot A_1 \quad \text{mit Rentenbarwertfaktor } \beta(N) = \frac{q^N - 1}{q^N \cdot (q - 1)} \quad [a] \quad \text{und } q = 1 + i \cdot T_0$$

Barwert jährlich wachsender Zahlungen:

jährlicher Zuwachs ab der ersten Zahlung mit konstanter Zuwachsrate z über N Jahre

$A_k = (1 + z \cdot T_0)^{k-1} \cdot A_1$ mit $z < 0$ bei sinkender Zahlungsfolge

$$B_n = \beta_1(N) \cdot A_1 \quad \text{mit Abzinsungssummenfaktor } \beta_1(N) = \frac{q^*}{q} \cdot \frac{(q^*)^N - 1}{(q^*)^N \cdot (q^* - 1)} \quad \text{und } q^* = \frac{q}{1 + z \cdot T_0} = \frac{1 + i \cdot T_0}{1 + z \cdot T_0}$$

2.2 Annuitätsmethode

Folge variabler Ausgaben unter Beachtung der Zinswirkung in Jahresdurchschnittswerte (Annuitäten $\dot{A} \left[\frac{EUR}{a} \right]$) umwandeln, d.h. äquivalente Folge konstanter Jahresbeträge während des gesamten Betrachtungszeitraumes N .

Annuität einzelner Ausgabe A_0 :

einzelne Ausgabe auf N Jahre gleichmäßig verteilt

$$\dot{A} = \dot{a}(N) \cdot A_0 \quad \text{mit Annuitätsfaktor } \dot{a}(N) = \frac{1}{\beta(N) \cdot T_0} = \frac{1}{T_0} \cdot \frac{q^N \cdot (q-1)}{q^N - 1} \quad \left[\frac{1}{a} \right] \text{ und } q = 1 + i \cdot T_0$$

Annuität von Zahlungsfolgen:

jährlich mit konstanter Rate z steigende Ausgabe auf N Jahre gleichmäßig verteilen
erst Bezug A_k auf B_0 , dann Verteilung auf \dot{A}

$$\dot{A} = \frac{\beta_1(N)}{\beta(N)} \cdot \frac{A_1}{T_0}$$

Restnutzungswert:

nach m von N Nutzungsjahren bei linearem Wertverlust
Abschreibung: m Nutzungsjahre, Abschreibungsdauer N

$$R_m = \left(1 - \frac{m}{N} \right) \cdot A_1$$

3 Versorgungszuverlässigkeit

eindeutige Komponentenzustände der Betriebsmittel: Betrieb oder Nicht-Betrieb

Common-Mode Ausfall:

gleichzeitiger Ausfall mehrerer Komponenten durch gemeinsame Ursache

Wahrscheinlichkeit des Zustandes Betrieb nimmt mit steigender Betriebsdauer exponentiell ab.
Dauer störungsfreier Betrieb T

$$\Pr(T \leq t) = F_T(t) = \begin{cases} 1 - e^{-\lambda \cdot t} & \text{für } t \geq 0 \\ 0 & \text{sonst} \end{cases} \quad \text{mit } \lambda > 0 \text{ und } f_T(t) = \frac{dF_T(t)}{dt} = \begin{cases} \lambda \cdot e^{-\lambda \cdot t} & \text{für } t \geq 0 \\ 0 & \text{sonst} \end{cases}$$

Erwartungswert: $E(T) = \frac{1}{\lambda}$ Standardabweichung: $S(T) = \frac{1}{\lambda}$ Varianz: $V(T) = \frac{1}{\lambda^2}$

Überlebenswahrscheinlichkeit: Komponente über Zeitpunkt t hinaus in Betrieb (unabhängig vom Vorleben der Komponente) $\Pr(T > t) = 1 - \Pr(T \leq t) = e^{-\lambda \cdot t}$

Ausfallrate: Wahrscheinlichkeit, das die Komponente vom Betrieb in Nicht-Betrieb übergeht

$$\alpha(t) = \frac{f_T(t)}{1 - F_T(t)} = \lambda \quad \left[\frac{1}{a} \right]$$

- Erwartungswert Ausfallhäufigkeit:** $E(H_A) \quad \left[\frac{1}{a} \right]$
- Erwartungswert Ausfalldauer:** $E(T_A) \quad [h]$ (erwartete Reparaturdauer)
- Erwartungswert Wartungshäufigkeit:** $E(H_W) \quad \left[\frac{1}{a} \right]$
- Erwartungswert Wartungsdauer:** $E(T_W) \quad [h]$
- Erwartungswert Defizithäufigkeit:** $E(H_D) \quad \left[\frac{1}{a} \right]$
- Erwartungswert Defizitdauer:** $E(T_D) \quad [h]$
- Defizitwahrscheinlichkeit:** $\Pr(D) \quad [\%], \left[\frac{h}{a} \right]$
- Erwartungswert Defizitenergie:** $E(W_D) \quad \left[\frac{MWh}{a} \right]$

3.1 Stochastische Prozesse

Übergangsrate vom Zustand Z_i in den Zustand Z_j :

$$\alpha_{j,i} = \frac{1}{E(T(Z_i))} \quad (\text{Kehrwert Erwartungswert Dauer vorheriger Zustand})$$

Erwartungswert Zustandshäufigkeit: $E(H(Z_i))$

Erwartungswert Zustandsdauer: $E(T(Z_i))$

Wahrscheinlichkeit Zustand: $\Pr(Z_i) = E(H(Z_i)) \cdot E(T(Z_i))$

Ausfallrate: von Betrieb B zu Nicht-Betrieb (Ausfall) A

$$\lambda = \alpha_{A,B} = \frac{1}{E(T(Z_B))} \approx E(H(Z_A)) = E(H(Z_B))$$

Instandsetzungs-/Reparaturrate:

$$\mu = \alpha_{B,A} = \frac{1}{E(T(Z_A))}$$

$$E(H(Z_A)) = E(H(Z_B)) = \frac{1}{E(T(Z_A)) + E(T(Z_B))} = \frac{\lambda \cdot \mu}{\lambda + \mu}$$

$$\Pr(Z_A) = \frac{\lambda}{\lambda + \mu} \quad \Pr(Z_B) = 1 - \Pr(Z_A) = \frac{\mu}{\lambda + \mu}$$

mit $\lambda \ll \mu$: $E(H(Z_A)) = E(H(Z_B)) \approx \lambda$ $\Pr(Z_A) \approx \frac{\lambda}{\mu}$ $\Pr(Z_B) \approx 1 - \frac{\lambda}{\mu}$

3.2 Boolesches Netz

bei stochastisch unabhängigen, zweistufigen Komponenten

Serienstruktur: für den Zustand Nicht-Defizit müssen alle Komponenten in Betrieb sein

Betriebswahrscheinlichkeit: $\Pr(B_{ges}) = \Pr(B_1 \cap B_2 \cap \dots \cap B_n) = \prod_{i=1}^n \Pr(B_i)$

Ausfallrate: $\lambda_{ges} = \sum_{i=1}^n \lambda_i$

Erwartungswert Betriebsdauer: $E(T_{B_{ges}}) = \left(\sum_{i=1}^n \frac{1}{E(T_{B_i})} \right)^{-1}$

Erwartungswert Ausfallhäufigkeit: $E(H_{A_{ges}}) = E(H_{B_{ges}}) = \frac{\Pr(B_{ges})}{E(T_{B_{ges}})}$

Parallelstruktur: redundant ausgelegte Systeme

Ausfallwahrscheinlichkeit: $\Pr(A_{ges}) = \Pr(A_1 \cap A_2 \cap \dots \cap A_n) = \prod_{i=1}^n \Pr(A_i) = 1 - \Pr(B_{ges})$

Instandsetzungs-/Reparaturrate: $\mu_{ges} = \sum_{i=1}^n \mu_i$

Erwartungswert Ausfalldauer: $E(T_{A_{ges}}) = \left(\sum_{i=1}^n \frac{1}{E(T_{A_i})} \right)^{-1}$

Erwartungswert Ausfallhäufigkeit: $E(H_{A_{ges}}) = E(H_{B_{ges}}) = \frac{\Pr(A_{ges})}{E(T_{A_{ges}})}$

3.3 Minimalschnittverfahren

Minimalschnitt-Defizit-Zustand MS_i besteht aus UND-Kombinationen von Nicht-Betriebs-Zuständen der Komponenten, insgesamt: Boolesches Netz aus m Parallele Blöcken (MS_i)

Jede Kombination von Nicht-Betriebs-Zuständen der Komponenten, die zum Defizitzustand führt, wird als Schnitt S bezeichnet.

Minimal-Schnitt: Übergang einer ausgefallenen Komponente vom Nicht-Betrieb in Betrieb hebt den Defizit-Zustand des Systems auf.

Das System befindet sich bei jedem Minimalschnitt im Defizit-Zustand.

$\Pr(MS) = \prod_{i=1}^{\nu} \Pr(A_i)$ ν -ter Ordnung

$A_{ges} = MS_1 \cup MS_2 \cup \dots \cup MS_m$

z.B.: $\Pr(MS_1 \cup MS_2) = \Pr(MS_1) + \Pr(MS_2) - \Pr(MS_1) \cdot \Pr(MS_2)$

3.4 homogener Markoff-Prozess

Übergangsrate vom Zustand i in Zustand j : $\alpha_{j,i}$

fiktive Übergangsrate: $\alpha_{i,i} = -\sum_{j \neq i} \alpha_{j,i}$ (neg. Spaltensumme ohne Hauptdiagonalelement)

stationäre Zustandswahrscheinlichkeiten: (Hauptdiagonalelemente neg., Spaltensummen Null)

$$\begin{pmatrix} \alpha_{1,1} & \dots & \alpha_{1,n} \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ \alpha_{n,1} & \dots & \alpha_{n,n} \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} \Pr(Z_1) \\ \vdots \\ \Pr(Z_n) \end{pmatrix} = \vec{0}$$

Vollständigkeitsbedingung: $\sum_{i=1}^n \Pr(Z_i) = 1$ (1er-Zeile in Matrix & Vektor setzen)

Erwartungswert Dauer im Zustand Z_i : $E(T_i) = \frac{1}{\sum_{j \neq i} \alpha_{j,i}} = \frac{-1}{\alpha_{i,i}}$ (Abgangsrate von i)

Erwartungswert Häufigkeit Zustand Z_i :

$$E(H_i) = \frac{\Pr(Z_i)}{E(T_i)}$$

$$E(H_i) = \sum_{j \neq i} \alpha_{j,i} \cdot \Pr(Z_i) = -\alpha_{i,i} \cdot \Pr(Z_i) \quad (\text{Abgangsrate von } i)$$

$$E(H_i) = \sum_{j \neq i} \alpha_{i,j} \cdot \Pr(Z_j) \quad (\text{Hinrate zu } i)$$

$$\Pr(Z_i) = E(H_i) \cdot E(T_i) = \frac{\sum_{j \neq i} \alpha_{i,j} \cdot \Pr(Z_j)}{\sum_{j \neq i} \alpha_{j,i}} = \frac{\text{Hinrate zu } i \text{ und } \Pr(Z_{\text{Herkunft}})}{\text{Abgangsrate von } i}$$

oft initiale Vereinfachung: $\Pr(BB) \approx 1$ und $\Pr(AA) \approx 0$

$$\Pr(A \cup B) = \Pr(A) + \Pr(B) - \underbrace{\Pr(A \cap B)}_{\Pr(A) \cdot \Pr(B)}$$

$$\dot{W}_{Def} = P \cdot \Pr(\text{Defizit}) \cdot 8769 \text{ h/a}$$

$$\text{Defizitwahrscheinlichkeit: } \Pr(D_{ges}) = \sum_{i=1}^{n_A} \Pr(Z_i)$$

$$\text{Dauer } d = \Pr(D_{ges}) \cdot 60 \cdot 8760 \text{ min/a}$$

$$\text{Erwartungswert Defizithäufigkeit: } E(H_{D_{ges}}) = \sum_{i=1}^{n_A} E(H_i)$$

$$\text{Erwartungswert Defizitdauer: } E(T_{D_{ges}}) = \frac{\Pr(D_{ges})}{E(H_{D_{ges}})}$$

4 State Estimation

Redundanz $r = \frac{m}{n} - 1$ mit Anzahl Messwerte m , Anzahl Zustandsvariablen n

4.1 Lineare State Estimation

Zustandsvektor \vec{x} (nicht alle Zustandsgrößen werden gemessen!)

Messgrößen \vec{z} (unbekannt) mit $\vec{z} = \mathbf{A} \cdot \vec{x}$

Messwerte $\vec{z}_M = \vec{z} + \vec{v}$ (bekannt, da gemessen)

Messfehler \vec{v} (stoch. unabhängig, normalverteilt, mittelwertfrei, Standardabweichung σ_k)

Schätzwert des Zustandsvektors $\hat{\vec{x}}$

$$\mathbf{R}^{-1} = \mathbf{diag}\left(\frac{1}{\sigma_1^2}, \dots, \frac{1}{\sigma_m^2}\right)$$

lineares Gleichungssystem: $\mathbf{A}^T \cdot \mathbf{R}^{-1} \cdot \mathbf{A} \cdot \hat{\vec{x}} = \mathbf{A}^T \cdot \mathbf{R}^{-1} \cdot \vec{z}_M \iff \hat{\vec{x}} = (\mathbf{A}^T \cdot \mathbf{R}^{-1} \cdot \mathbf{A})^{-1} \cdot \mathbf{A}^T \cdot \mathbf{R}^{-1} \cdot \vec{z}_M$

Schätzwerte für Messgrößen $\hat{\vec{z}} = \mathbf{A} \cdot \hat{\vec{x}}$

Güte der Estimation: mit $J = \sum_{k=1}^m \frac{v_k^2}{\sigma_k^2}$ bei $\vec{v} = \vec{z}_M - \mathbf{A} \cdot \vec{x}$

Erwartungswert: $E(J(\hat{\vec{x}})) = m - n$

Varianz: $V(J(\hat{\vec{x}})) = 2 \cdot (m - n)$ Standardabweichung: $S(J(\hat{\vec{x}})) = \sqrt{V(J(\hat{\vec{x}}))}$

$J(\hat{\vec{x}})$ mit 95%-iger Wahrscheinlichkeit im Konfidenzintervall

$$E(J) - 1,96 \cdot S(J) \leq J \leq E(J) + 1,96 \cdot S(J)$$

Beobachtbarkeit: Ein Netz ist beobachtbar, wenn Anzahl, Art und Ort der Messungen ausreichen, um den Netzzustand vollständig zu ermitteln.

5 Leistungs-Frequenz-Regelung

Leistungsdefizit: $P_{Def} > 0$: zu wenig Leistung erzeugt/zu viel verbraucht: Frequenz sinkt

Momentanreserve: Leistungsdefizit über rotierende Massen ausgeglichen $\Rightarrow f$ -Änderung

Leistungsabweichung: $\frac{\Delta P_{G,i}}{S_{r,i}} \approx -\frac{T_{A,i}}{f_0} \cdot \frac{df}{dt}$ mit Anlaufzeitkonstante $T_{A,i}$

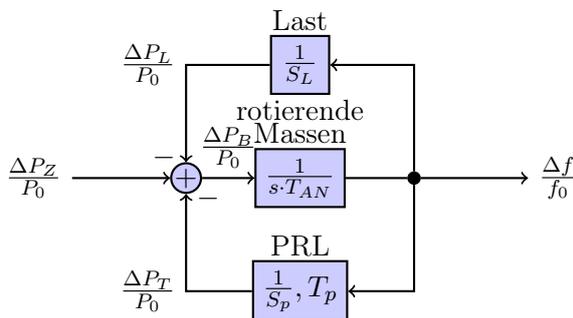
Sekunden-/Primärregelreserve: örtliche P-Drehzahlregler bringen Frequenz auf quasistationäre Abweichung Δf_p ; innerhalb von 30 s vollständig bereitgestellt

Sekundärregelreserve: Ein zentraler PI-Regler führt die Frequenz im betroffenen Subsystem auf den Sollwert zurück und stellt die Übergaben zu den Partnernetzen wieder auf die vereinbarte Austauschleistung ein; innerhalb von 5 min vollständig bereitgestellt.

Minutenreserve: Bei großen Leistungsdefiziten Ergänzung der Sekundärregelreserve durch manuellen Einsatz der Minutenreserve, damit die Sekundärreserve wieder zur Verfügung steht; innerhalb von 15 min vollständig bereitgestellt.

Stundenreserve: Löst die von den ÜNB bereitgestellte Sekundärregelreserve und Minutenreserve ab.

5.1 Primärregertes System



5.1.1 Last

Selbstregelleffekt/Frequenzabhängigkeit der Last: $\alpha_L = \frac{1}{P_0} \cdot \frac{dP_L}{df} \Big|_{f=f_0} \approx \frac{1}{P_0} \cdot \frac{\Delta P_L}{\Delta f} \quad \left[\frac{\%}{\text{Hz}} \right]$

Laststatik: $S_L = \frac{1}{\alpha_L \cdot f_0} = \frac{\frac{\Delta f}{f_0}}{\frac{\Delta P}{P_0}}$

Leistungsbeitrag der Last zur Defizitleistung: $\Delta P_L = \frac{P_0 \cdot \Delta f}{S_L \cdot f_0} = P_0 \cdot \alpha_L \cdot \Delta f = K_L \cdot \Delta f$
mit Leistungszahl $K_L = P_0 \cdot \alpha_L \quad \left[\frac{\text{MW}}{\text{Hz}} \right]$

mehrere Systeme:

$$\frac{1}{S_{L,ges}} = \frac{1}{P_{0,ges}} \cdot \sum_i \frac{P_{0,i}}{S_{L,i}} \quad \alpha_{L,ges} = \frac{\sum_i (\alpha_{L,i} \cdot P_{0,i})}{\sum_i P_{0,i}} = \frac{1}{P_{0,ges}} \cdot \sum_i (\alpha_{L,i} \cdot P_{0,i})$$

5.1.2 Rotierende Massen (Momentanreserve)

Leistungsbeitrag zur Defizitleistung nach Störungseintritt (ohne PRL):

Beschleunigungsleistung der rotierenden Massen $\Delta P_B = \Delta P_Z$

Aufteilung auf Schwungmassen: $\Delta P_{B,i} = \frac{T_{AN,i} \cdot P_{0,i}}{T_{AN} \cdot P_{0,ges}} \cdot \Delta P_Z$

Anlaufzeitkonstante (\sim Trägheitsmoment Schwungmassen): T_{AN}

mehrere Systeme: $T_{AN,ges} = \frac{1}{P_{0,ges}} \cdot \sum_i (T_{AN,i} \cdot P_{0,i})$

Zusammenhang zwischen Anlaufzeitkonstante des Netzes und Frequenzänderung:

$$T_{AN} = \frac{\Delta P_Z}{P_0} \cdot \frac{f_0}{\dot{f}(t=0^+)} = -\frac{\Delta P_{Def}}{P_0} \cdot \frac{f_0}{\dot{f}(t=0^+)}$$

mit abruptem Leistungsdefizit $P_{Def} = -P_Z$ folgt: $\dot{f}(t=0^+) = \frac{\Delta f}{\Delta t} = -\frac{P_{Def}}{P_{0,ges}} \cdot \frac{f_0}{T_{AN,ges}}$

Leistungsbeitrag einzelner Systeme: $P_{i \rightarrow k, direkt} = -\Delta P_{B,i} = P_{0,i} \cdot T_{AN,i} \cdot \frac{-\dot{f}(t=0^+)}{f_0}$

5.1.3 Primärregelung (PRL)

Leistungsbeitrag Primärregelung: $\Delta P_T = \frac{-P_0}{S_p \cdot f_0} \cdot \Delta f = -K_p \cdot \Delta f$

Primärregelstatik $S_p = \frac{\frac{\Delta f}{\Delta P_T} \cdot P_0}{f_0}$ Leistungszahl $K_p = \frac{P_0}{S_p \cdot f_0}$ [$\frac{MW}{Hz}$]

mehrere primäreregelte Systeme: $\frac{1}{S_p} = \frac{1}{P_{0,ges}} \cdot \sum_i \frac{P_{0,i}}{S_{p,i}}$ keine PRL: $S_p \rightarrow \infty$

Lastregelleffekt und Primärregelung: Netzstatik $S_N = \frac{S_L \cdot S_p}{S_L + S_p} = \frac{\frac{\Delta f}{\Delta P} \cdot P_0}{\frac{\Delta P}{P_0}} = \frac{-\Delta f_p \cdot P_0}{P_{Def} \cdot f_0}$

bei $S_L \gg S_p \implies S_N \approx S_p$

Leistungszahl des Netzes: (Kenngröße zur Beurteilung der Frequenzstabilität des Systems)

$$K_N = \frac{P_0}{f_0} \cdot \frac{1}{S_N} = \frac{\Delta P}{\Delta f} = K_L + K_p = P_0 \cdot \left(\alpha_L + \frac{1}{f_0 \cdot S_p} \right)$$

mehrere Systeme: $K_N = \sum_i K_{N,i} = \frac{1}{f_0} \cdot \sum_i \frac{P_{0,i}}{S_{N,i}}$

Frequenzabweichung nach vollem Durchgriff der PRL (stationär):

$$\Delta f_p = -\frac{P_{Def}}{P_0} \cdot S_N \cdot f_0 = -\frac{1}{K_N} \cdot P_{Def}$$

Aufteilung des aufzubringenden Beitrages von P_{Def} auf mehrere Systeme:

$$P_{i \rightarrow k, PRL} = -\Delta P_i = -K_{N,i} \cdot \Delta f_p$$

maximale Frequenzabweichung:

$$\Delta f_m = -\frac{P_{Def}}{P_0} \cdot f_0 \cdot \sqrt{\frac{S_N \cdot T_p}{T_{AN}}} = -P_{Def} \cdot \sqrt{\frac{f_0 \cdot T_p}{P_0 \cdot K_N \cdot T_{AN}}} = \Delta f_p \cdot \sqrt{\frac{T_p}{T_{AN} \cdot S_N}}$$

Zeitverzögerung Primärregelung: $T_p = \left(\frac{\Delta f_m \cdot P_0}{f_0 \cdot P_{Def}} \right)^2 \cdot \frac{T_{AN}}{S_N} = \left(\frac{\Delta f_m}{\Delta f_p} \right)^2 \cdot T_{AN} \cdot S_N$

Zeit bis zur maximalen Frequenzabweichung: $t_m \approx \frac{\pi}{\frac{1}{T_p} \cdot \sqrt{\frac{4 \cdot T_p}{S_N \cdot T_{AN}} - 1}} = \frac{\pi}{\frac{1}{T_p} \cdot \sqrt{\frac{4 \cdot f_0 \cdot T_p \cdot K_N}{P_0 \cdot T_{AN}} - 1}}$

maximal aufzubringender Beitrag von P_{Def} bei mehreren Systemen:

$$P_{i \rightarrow k, max} = -K_{N,i} \cdot \Delta f_m$$

5.1.4 Frequenzabhängiger Lastabwurf

Zeit bis zum Erreichen der Ansprechschwelle $\Delta f_a = -1$ Hz: (Laststatik vernachlässigt)

$$\Delta t = \frac{\Delta f_a}{\dot{f}(t=0^+)} = \frac{\frac{\Delta f_a}{f_0}}{-\frac{P_{Def}}{P_0}} \cdot T_{AN} \quad \text{mit } \Delta f_a = f_{ab} - f_0$$

Abbildung linearer Lastabwurf mittels äquivalenter Laststatik:

$$S_L^* = \frac{\frac{\Delta f}{f_{Schwelle}}}{\frac{\Delta P}{P_0}} = \frac{\frac{\Delta f_a}{f_0}}{\frac{P_{ab,max}}{P_0}} = \frac{\frac{f_{Beginn} - f_{Ende}}{f_0}}{\frac{P_{ab,max}}{P_0}} \quad \text{mit maximalem relativen Lastabwurf } \frac{P_{ab,max}}{P_0}$$

Frequenzabweichung bei linearem Lastabwurf:

$$\Delta f_{ab} = \frac{P_{Def}}{P_0} \cdot S_L^* \cdot f_0$$

stationäre Frequenzabweichung nach Lastabwurf: $f_{stat} = f_0 - \Delta f_{ab} - \Delta f_a$

Zeitkonstante: $\tau = S_L^* \cdot T_{AN}$ (Endwert nach $3 \cdot \tau$ erreicht)

$$P'_{Def} = P_{Def} - x \cdot P_0 \quad \text{bei Lastabwurf von } x\%$$

5.1.5 Sonstiges

P_0 : Leistung gesamt

P_0^* : netzseitige PRL mit S_p (Teil der erzeugten Leistung, die für PRL verfügbar ist)

$P_{0,B}$: batterieseitige PRL mit $S_{p,B}$

$$K_N = K_{N,L} + K_{N,N} + K_{N,B} = P_0 \cdot \alpha_L + \frac{P_0^*}{f_0 \cdot S_p} + \frac{P_{0,B}}{f_0 \cdot S_{p,B}}$$

6 Gasflussberechnung

Nennndruck: $P_n \quad \left[\frac{\text{N}}{\text{m}^2} \right]$

Dichte: $\rho = \frac{m}{V} \quad \left[\frac{\text{kg}}{\text{m}^3} \right]$, Masse $m \quad [\text{kg}]$, Volumen $V \quad [\text{m}^3]$

Massenstrom $\dot{m} = \dot{V}_n \cdot \rho_n \quad \left[\frac{\text{kg}}{\text{s}} \right]$, Volumenstrom $\dot{V} \quad \left[\frac{\text{m}^3}{\text{s}} \right]$, Kompressibilitätsfaktor $K \quad [1]$

Strömungsgeschwindigkeit: $w = \frac{\dot{V}}{A} \quad \left[\frac{\text{m}}{\text{s}} \right]$ rundes Rohr: $w_1 = \frac{4 \cdot \dot{V}_1}{\pi \cdot d^2}$ mit Durchmesser $d \quad [m]$

Viskosität: $\nu = \frac{\eta}{\rho}$ (Maß für die Zähflüssigkeit des Gases)

Joule-Thomson-Effekt: Reduktion des Druckes führt zum Absinken der Temperatur (*vice-versa*)

Reynoldszahl: $\text{Re} = \frac{w \cdot d}{\nu} = \frac{4 \cdot \dot{V}}{\pi \cdot \nu \cdot d} = \begin{cases} < 2320 & \text{laminare Strömung} \\ > 2320 & \text{turbulente Strömung} \end{cases}$

Rohrreibungszahl: $\lambda = \frac{64}{\text{Re}} = \frac{16 \cdot \pi \cdot \nu \cdot d}{\dot{V}}$ (laminare Strömung)

raumbeständige Fortleitung: linearer Abfall des Druckes entlang der Leitung

$$\Delta p = \lambda \cdot \rho \cdot w^2 \cdot \frac{l}{2 \cdot d} \quad \rho = \text{const und } w = \text{const}$$

raumveränderliche Fortleitung: $T = \text{const}$ (Joule-Thomson-Effekt vernachlässigt), Länge l

Volumenstrom von Knoten i zu Knoten j : $\dot{V}_{n,ij} > 0$, $p_i > p_j$

$$p_i^2 - p_j^2 = \frac{16 \cdot \lambda \cdot \rho_n \cdot p_n \cdot T \cdot K \cdot l}{\pi^2 \cdot d^5 \cdot T_n} \cdot \dot{V}_{n,i \rightarrow j}^2$$

$$\rho_1 = \frac{p_1 \cdot \rho_n \cdot T_n}{p_n \cdot K \cdot T} \quad \dot{V}_1 = \dot{V}_n \cdot \frac{\rho_n}{\rho_1} \quad w_1 = \frac{4 \cdot \dot{V}_1}{\pi \cdot d^2} \quad \dot{m}_1 = \dot{V}_n \cdot \rho_n$$

$$T_n = 273 \text{ K} \quad p_n = 1,01325 \text{ bar} = 1,01325 \cdot 10^5 \text{ N/m}^2$$

$$\text{Temperatur } T \text{ [K]} \quad (^\circ \text{C} + 273\text{K})$$

$$1 \text{ bar} = 10^5 \text{ Pa} = 10^5 \text{ N/m}^2$$

mechanische Antriebsleistung Verdichter: $P_{mech} = \dot{m} \cdot \frac{1}{\eta} \cdot \frac{\kappa}{\kappa-1} \cdot Z \cdot R \cdot T_{vor} \cdot \left[\left(\frac{p_{nach}}{p_{vor}} \right)^{\frac{\kappa-1}{\kappa}} - 1 \right]$

$$\text{Massenstrom } \dot{m} = \rho_n \cdot \dot{V}_n$$

Wirkungsgrad Verdichter η

spezifische Wärmekapazität des Erdgases κ

$$\text{Realgasfaktor } Z = K \cdot Z_n$$

$$\text{universelle Gaskonstante } R = 0,475 \frac{\text{kJ}}{\text{kg} \cdot \text{K}} = 0,475 \frac{\text{kWs}}{\text{kg} \cdot \text{K}}$$

Gastemperatur vor dem Verdichter T_{vor}

$$1 \text{ kJ} = 1 \text{ kWs}$$