

GEMB II Repetitorium

Jan van den Hurk, Dr. Christian Pithan
Mitschrift: Marius Geis

24. März 2012

Inhaltsverzeichnis

1	Bipolare Bauelemente	2
1.1	Bipolartransistor	2
1.2	Klausuraufgabe	4
2	Dielektrika	6
2.1	Zusammenfassung	6
2.2	Klausuraufgabe	9
3	Magnetika	11
3.1	Zusammenfassung	11
3.2	Klausuraufgabe	14

1 Bipolare Bauelemente

1.1 Bipolartransistor

Definition der Spannungen und Ströme

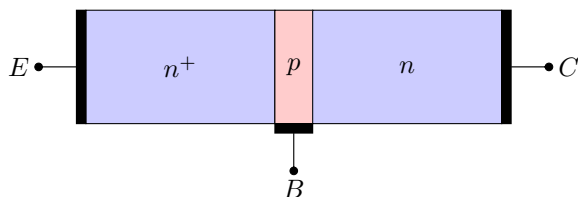


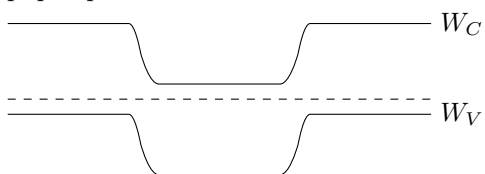
Abb. 7-27 Skizze mit Strömen und Spannungen (S.30)

Abb. 7-28 Tabelle mit Spannungsvorzeichen (S.30)

1.1.1 Spannungsloser Zustand

Abb. 7-30 Ladungsträgerkonzentrationen, Bänderdiagramm (S.32)

npn-Bipolartransistor:



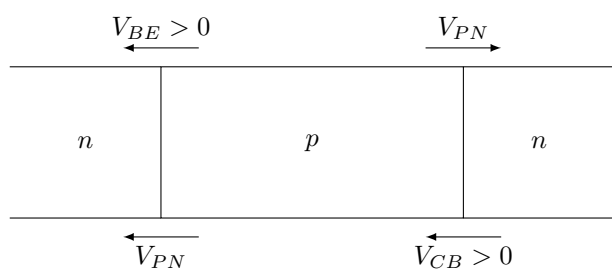
$$n_i^2 = n \cdot p$$

Effektive Basisbreite

$$w = \Delta x_B - \Delta x_{BE[B]} - \Delta x_{CB[B]}$$

1.1.2 Normalbetrieb

Abb. 7-31 Ladungsträgerkonzentrationen, Bänderdiagramm (S.33)



$$\begin{aligned} p(x_E) &= p_{E0} \cdot \exp\left(\frac{V_{BE}}{V_T}\right) \\ n(x_{B[E]}) &= n_{B0} \cdot \exp\left(\frac{V_{BE}}{V_T}\right) \\ n(x_{B[C]}) &= n_{B0} \cdot \exp\left(-\frac{V_{CB}}{V_T}\right) \\ p(x_C) &= p_{C0} \cdot \exp\left(-\frac{V_{CB}}{V_T}\right) \end{aligned}$$

1.1.3 Stromfluss

Abb. 7-34 Ströme (S.36)

1. BE-Diode: Durchlassrichtung

2. dünne Basis: Kaum Rekombination
3. Großteil der Elektronen erreicht den Kollektor
4. weniger Löcher wg. Dotierungsunterschied

1.1.4 Zählfeilkonvention

Abb 7-32 Ströme (S.34)

$$I_E = I_{nE} + I_{pE}$$

$$I_C = I_{nC} + I_{pC}$$

1.1.5 Betriebsarten

Abb. 7-37 Betriebsarten (S.38)

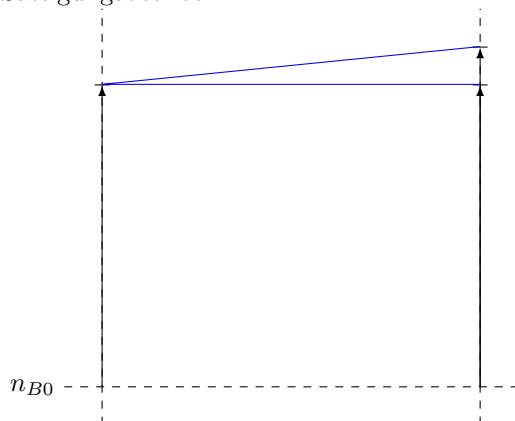
1.1.6 Basis-Neutralgebiet

Abb 7-33 Lineare Auftragung der Basis (Diffusionsdreieck) (s.35)

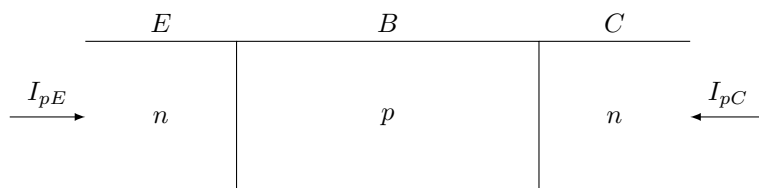
(Die entscheidende Folie für die Funktionsweise des Bipolartransistors)

Konzentrationsgradient $\rightarrow$ Diffusion $\rightarrow$ Strom

Sättigungsbetrieb:



1.1.7 Ströme durch die Basis



Löcherströme: Richtung Emitter bzw. Kollektor: $\rightarrow$ wie PN-Diode

$$I_{pE} = -\frac{eD_p n_i^2 A}{L_p N_{D,E}} \left[\exp\left(\frac{V_{BE}}{V_T}\right) - 1 \right]$$

$$I_{pC} = -\frac{eD_p n_i^2 A}{L_p N_{D,C}} \left[\exp\left(-\frac{V_{CB}}{V_T}\right) - 1 \right]$$

Elektronenströme: DGL

$$\frac{\partial^2 (n(x) - n_{B0})}{\partial x^2} = \frac{n(x) - n_{B0}}{L_n^2}$$

Man erhält $n(x)$

$$I_{nE} = eD_n A \left. \frac{\partial(n(x) - n_{B0})}{\partial x} \right|_{x=x_{B[E]}}$$

$$I_{nC} = -eD_n A \left. \frac{\partial(n(x) - n_{B0})}{\partial x} \right|_{x=x_{B[C]}}$$

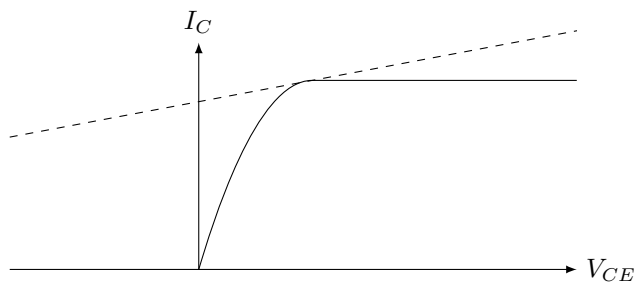
1.1.8 Grundsaltungen

Abb. 7-43 Grundsaltungen (S.46)

Abb. 7-45 Eingangskennlinie und Ausgangskennlinie Emitterschaltung (S.48)

1.1.9 Early-Effekt

Abb. 7-46 Early Effekt (S.48)



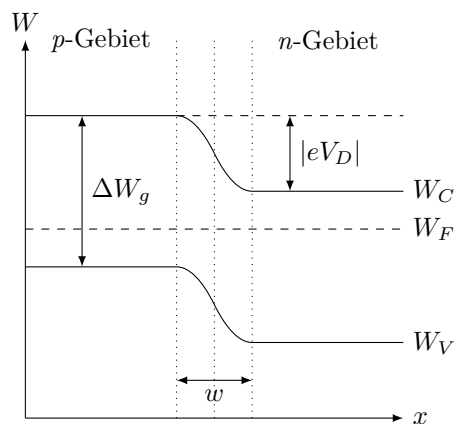
1.1.10 Fragenteil

Wie sind die Basis-Emitter-Diode (BE) und die Kollektor-Basis-Diode (CB) im Normalbetrieb in einem *npn*-Bipolartransistor gepolt? (2 Punkte)

BE: Durchlassbereich, CB: Sperrbereich

1.2 Klausuraufgabe

a)



b) FS:

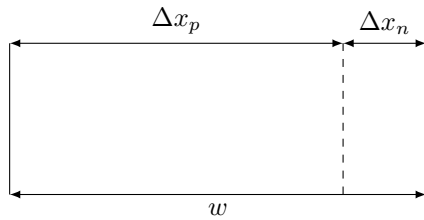
$$w = \sqrt{\frac{2\varepsilon_0\varepsilon_{r,SC}}{e} (V_D - V) \left(\frac{1}{N_A} + \frac{1}{N_D} \right)}$$

$$\stackrel{(1)}{\Leftrightarrow} \varepsilon_{r,SC} = \frac{w^2 e}{2\varepsilon_0 (V_D - \underbrace{V}_0) \left(\frac{1}{N_A} + \frac{1}{N_D} \right)}$$

$$V_d \stackrel{(1)}{=} \frac{kT}{e} \ln \left(\frac{N_D N_A}{n_i^2} \right) = 0,94 \text{ V}$$

$$\stackrel{(1)}{\Rightarrow} \varepsilon_{r,SC} = 11,7$$

c)



Ladungsneutralität:

$$N_A \Delta x_p = N_D \Delta x_n$$

$$w = \Delta x_p + \Delta x_n$$

$$\Rightarrow W = \Delta x_p \left(1 + \frac{N_A}{N_D} \right)$$

$$\Delta x_p = \frac{2}{1 + \frac{N_A}{N_D}} = 0,0441 \text{ } \mu\text{m}$$

$$\Delta x_n = w - \Delta x_p = 0,011 \text{ } \mu\text{m}$$

d) FS: Einstein-Beziehung

$$D_x = \frac{kT}{e} \mu_x \text{ mit } z_x = 1$$

$$D_n = \frac{kT}{e} \mu_n = 25,83 \text{ cm}^2/\text{s} \quad (1)$$

$$D_p = \frac{kT}{e} \mu_p = 12,92 \text{ cm}^2/\text{s} \quad (1)$$

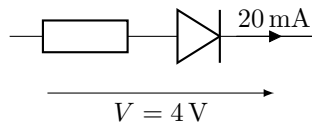
e)

$$J = \underbrace{\left(\frac{eD_n}{L_n N_A} + \frac{eD_p}{L_p N_D} \right)}_{=I_S/A} n_i^2 \left[\exp \left(\frac{V_{\text{Diode}}}{kT/e} \right) - 1 \right]$$

$$I_S = e n_i^2 A \left(\frac{D_n}{L_n N_A} + \frac{D_p}{L_p N_D} \right) = 2,79 \cdot 10^{-12} \text{ A} \quad (1)$$

$$I_{\text{ges}} = I_S \left[\exp \left(\frac{V_{\text{Diode}}}{kT/e} \right) - 1 \right] \quad (1)$$

f)



$$V_R = V_{\text{Source}} - V_{\text{Diode}} = 4 \text{ V}$$

$$I_{\text{ges}} = I_S \cdot \left[\exp \left(\frac{V_{\text{Diode}}}{k_B T/e} \right) - 1 \right] = 4 \text{ V} - 0,586 \text{ V} = 3,414 \text{ V}$$

$$\stackrel{(1)}{\Rightarrow} V_{\text{Diode}} = \ln \left(\frac{I_{\text{ges}}}{I_S} + 1 \right) \frac{k_B T}{e} = 0,586 \text{ V} \quad (1)$$

$$R = \frac{V_R}{I_{\text{ges}}} = \frac{3,414 \text{ V}}{20 \text{ mA}} = 170,7 \text{ } \Omega \quad (1)$$

g) $eV > \Delta W_g = 1,1 \text{ eV}$

h)

$$\begin{aligned}
 [N_{PH}] &= \frac{1}{s} \\
 N_{PH} &= A \cdot \int_{W_{PH1}}^{W_{PH2}} n_{PH} dW_{PH} = A \cdot \frac{W_{PH2} - \Delta W_g}{2} \cdot n_{PH}(\Delta W_g) \\
 &= 1 \cdot 10^{-5} \text{ m}^2 \cdot \frac{3 \text{ eV} - 1,1 \text{ eV}}{2} \cdot 2,5 \cdot 10^{-1} 1/\text{m}^2 \text{seV} \\
 &= 2,4 \cdot 10^{-16} 1/s
 \end{aligned}$$

i)

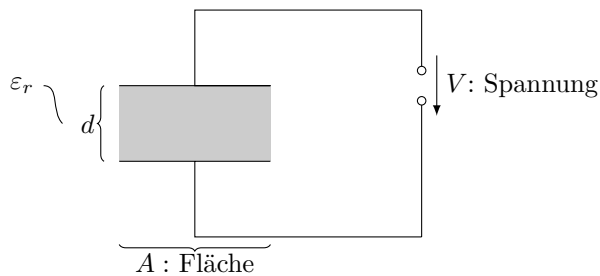
$$\begin{aligned}
 I_{KO} &= N_{PH} \cdot e & (1) \\
 &= 3,8 \text{ mA} & (1)
 \end{aligned}$$

2 Dielektrika

2.1 Zusammenfassung

2.1.1 Feldgleichung

„Lineare Delektrika“ → hauptsächlich in Kondensatoren



ϵ_r : relative Dielektrizitätskonstante

Kapazität

$$C = \frac{Q}{V} = \frac{\text{Ladung}}{\text{Spannung}} = \epsilon_0 \cdot \epsilon_r \cdot \frac{A}{d}$$

el. Feldstärke:

$$E = \frac{V}{d}$$

el. Verschiebungsdichte

$$D = \frac{Q}{A} = \epsilon_0 \epsilon_r E$$

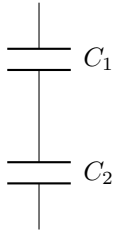
el. Polarisation:

$$P = D - \epsilon_0 E$$

Energie:

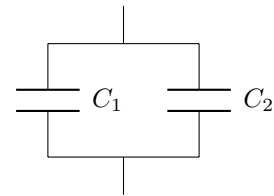
$$W = \frac{1}{2} CV^2 = \frac{1}{2} QV = \frac{1}{2} Q^2 C$$

2.1.2 Parallel- und Reihenschaltung von Kondensatoren



Skizze von Kondensator mit geschichtetem Dielektrikum

$$\frac{1}{C_{\text{ges}}} = \frac{1}{C_1} + \frac{1}{C_2}$$



Skizze von Kondensator mit geschichtetem Dielektrikum

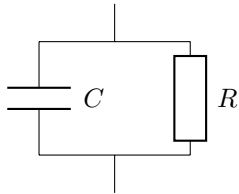
$$C_{\text{ges}} = C_1 + C_2$$

(andere Feldgleichungen entsprechende Zusammenhänge)

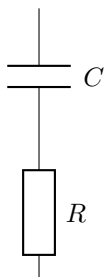
2.1.3 Begriff der Impedanz

Allgemeiner Fall (z.B. bei Restleitfähigkeit)

↪ Impedanz $\underline{Z}$ (komplexe Größe $\underline{Z} = Z' - jZ''$)



$$\frac{1}{Z_{\text{ges}}} = \frac{1}{Z_c} + \frac{1}{R} \quad Z'_c = j\omega C$$



$$Z_{\text{ges}} = Z_C + R$$

2.1.4 Polarisationsmechanismen

Was passiert beim „Aufaden“ eines Materials im Kondensator? → Polarisationsmechanismen

Abbildung 9-11 (Wichtig!)

↪ ausschlaggebend nicht die äußeren makroskopische Felder sondern die mikroskopisch inneren Felder (Clausius-Mosotti).

2.1.5 Herleitung der Dispersion der Dielektrizitätskonstanten

Wie wird die Dispersion von ε (Frequenzabhängigkeit von ε) bestimmt?

$\rightsquigarrow$ aus Schwingungsgleichung

DGL: Kräftegleichgewicht

- rücktreibende Kraft
- Reibungskraft
- Trägheitskraft

$$\varepsilon'_r = \frac{\Delta\varepsilon \left(1 - \frac{\omega^2}{\omega_0^2}\right)}{\left(1 - \frac{\omega^2}{\omega_0^2}\right) + (\omega\tau)^2} + \varepsilon_\infty$$

$$\varepsilon''_r = \frac{\Delta\varepsilon\omega\tau}{\left(1 - \frac{\omega^2}{\omega_0^2}\right) + (\omega\tau)^2} + \varepsilon_\infty$$

Abbildung 9-18 (Resonanzkurve)

2.1.6 Debey-Relaxation

Abbildung 9-23 a)

$$\tan \delta = \frac{\varepsilon''_r}{\varepsilon'_r}$$

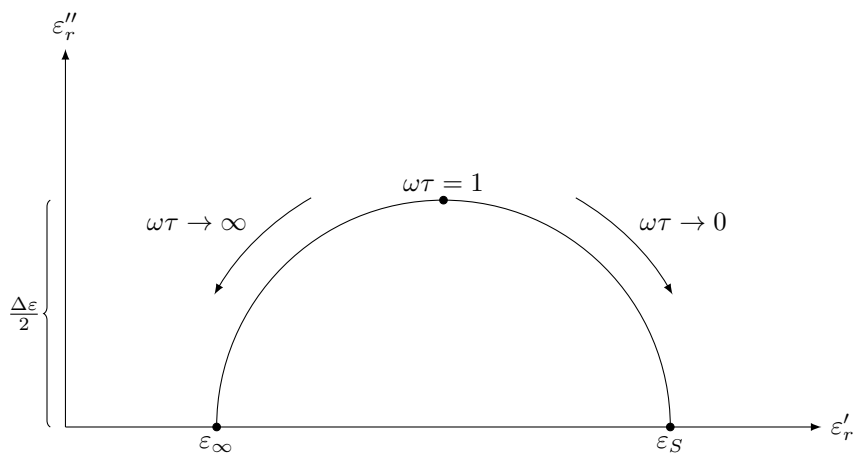
$$\varepsilon'_r = \frac{\Delta\varepsilon}{1 + \omega\tau} + \varepsilon_\infty$$

$$\varepsilon''_r = \frac{\omega\tau\Delta\varepsilon}{1 + \omega\tau}$$

$$C = \varepsilon_0(\varepsilon'_r - j\varepsilon''_r) \frac{A}{d}$$

$\rightsquigarrow$ Darstellung in der komplexen Ebene (Ortskurve) wichtig!

Cole-Cole-Diagramm



2.1.7 Kramer-Kronig-Relation

$$\boxed{\varepsilon' = \varepsilon_\infty + \frac{\varepsilon''}{\omega\tau}}$$

2.1.8 Nicht-lineare Dielektrika

Bisher: linearer Fall, d.h. $\varepsilon_r = \text{const}$ (Frequenzzahl) (zumindest nicht abh. von V , E)

Allgemeiner Fall: nicht lineare Dielektrika

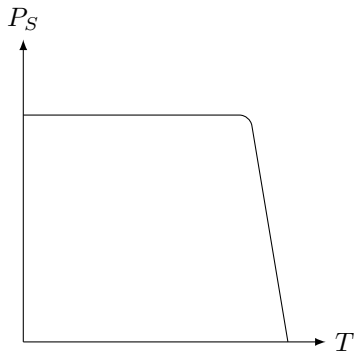
Unterscheidung: dielektrische Polarisation $\rightsquigarrow$ alle Stoffe

↓

piezoelektrische Polarisation: (mechanischer Druck / Zug $\rightsquigarrow$ Spannung / Polarisation) $\rightsquigarrow$ polaren Stoffe (ohne Inversionszentrum, Ladungsschwerpunkt der positiven und negativen Gitter stimmt nicht überein)

↓

pyroelektrische Polarisation (Temperaturabh. dielektrische Polarisation)



2.1.9 Spezialfall „Ferroelektrika“

- polare Stoffe bei denen die polare Richtung im elektrischen Feld geschaltet werden kann
- $E \rightarrow P$

Abb. 9-58 Dielektrische Hysterese

Abb. 9-61 Domänen

Abb. 9-60

$T < T_C$: Ferroelektrisch

$T > T_C$: Paraelektrisch ($\varepsilon_r = \frac{C}{T - T_c}$)

BaTiO₃: $T_c \approx 130^\circ\text{C}$

Beispiele zum Fragenteil

- Curie-Temperatur
- ...

2.2 Klausuraufgabe

Einfacher Drittel: a) + b)

Mittelschwerer Drittel: c) + d)

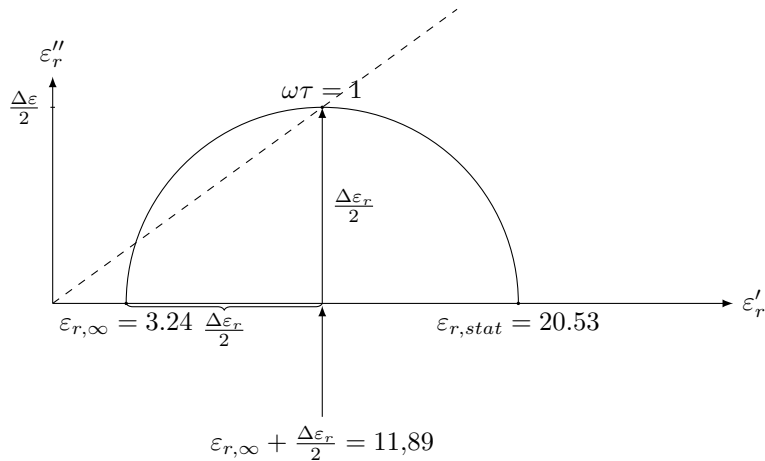
Schwerer Drittel: e) + f)

$$d_2 = 15 \mu\text{m} = 0,015 \text{ mm}$$

$$C = 40 \text{ pF} = 40 \cdot 10^{-12} \text{ F}$$

- a) a1) $n = \sqrt{\varepsilon_{r,\infty}} \Leftrightarrow \varepsilon_{r,\infty} = n^2 = 3,24$ (1 Punkt)
 Nur Elektronenpolarisation. Wenn auch Elektronenpolarisation ausfallen würde, wäre $\varepsilon_r = 1 \rightarrow$ also nur Vakuumanteil.
- a2) $C = \varepsilon_0 \varepsilon_{r,s} \frac{A}{d} \Leftrightarrow \varepsilon_{r,s} = \frac{Cd}{\varepsilon_0 A} = 20,53$ (1 Punkt)
- a3) $\Delta\varepsilon = \varepsilon_{r,s} - \varepsilon_{r,\infty} = 17,29$ (1 Punkt)
- a4) siehe a1)

a5)



Achsenabschnitte (1 Punkt)

Halbkreis (1 Punkt)

Radius $\frac{\varepsilon_r}{2} = 8,65$ (1 Punkt)b) $\tan \delta = \frac{\varepsilon''_r}{\varepsilon'_r}$ (1 Punkt)

$$\varepsilon'_r = \frac{\Delta\varepsilon}{1 + (\omega\tau)^2} + \varepsilon_\infty$$

$$\varepsilon''_r = \frac{\Delta\varepsilon}{2}$$

$$\tan \delta = \frac{\varepsilon''_r}{\varepsilon'_r} = \frac{\frac{\Delta\varepsilon}{2}}{\varepsilon_{r,\infty} + \frac{\Delta\varepsilon}{2}} = 0,7274$$

$$\leadsto \delta \approx 36^\circ$$

(1 Punkt)

c) $\varepsilon_{r,2} = ?$

Reihenschaltung

$$\frac{1}{C_{\text{ges}}} = \frac{1}{C_1} + 2 \frac{1}{C_2}$$

$$C_1 = \varepsilon_0 \varepsilon_{r,stat} \cdot \frac{A}{d_1}, d_1 = d - 2d_2$$

(1 Punkt)

$$C_2 = \varepsilon_0 \varepsilon_{r,stat} \cdot \frac{A}{d_2}$$

(1 Punkt)

$$\frac{1}{C_{\text{ges}}} = \frac{1}{\varepsilon_0 A} \left(\frac{d - 2d_2}{\varepsilon_{r,stat,1}} + 2 \frac{d_2}{\varepsilon_{r,stat,2}} \right)$$

$$\varepsilon_{r,stat,2} = \frac{2 \cdot C_{\text{ges}} \cdot \varepsilon_{r,stat,1} \cdot d_2}{C_{\text{ges}}(d - 2d_2) - \varepsilon_0 A \varepsilon_{r,stat,1}}$$

(1 Punkt)

$$= 8,89$$

(1 Punkt)

d) $V = 24 \text{ V} \rightarrow$ DurchschlagGeucht: kritische Feldstärke $E_{\text{krit},1}$ und $E_{\text{krit},2}$ Konstanz der Verschiebungsdichte $D = \text{const}$ (1 Punkt)

$$D = \varepsilon_0 \varepsilon_{r,stat,1} E_1 = \varepsilon_0 \varepsilon_{r,stat,2} \cdot E_2$$

$$E_1 = \frac{\varepsilon_{r,stat,2}}{\varepsilon_{r,stat,1}} E_2 = 0,356 E_2$$

$$\Rightarrow E_1 \ll E_2, E_{\text{krit},1} = 2 \cdot E_{\text{krit},2}$$

 $\rightarrow$ Durchbruch im Material 2Gesamtspannung: $V = E_1 d_1 + 2 E_2 d_2$ Ansatz (1 Punkt)

$$E_2 = E_{\text{krit},2} = \frac{V}{\frac{\varepsilon_{r,stat,2}}{\varepsilon_{r,stat,1}}(d - 2d_2) + 2d_2}$$

(1 Punkt)

$$= 221 \frac{\text{kV}}{\text{m}} \quad (1 \text{ Punkt})$$

$$E_{1,krit} = 2 \cdot E_{krit,2} = 442 \text{ kV}$$

e) Gesamtspannung

$$V = E_1(d - 2d'_2) + 2E_2 \cdot d'_2 \quad (1 \text{ Punkt})$$

$$= \frac{\varepsilon_{r,stat,2}}{\varepsilon_{r,stat,1}} E_2(d - 2d'_2) + 2E_2 \cdot d'_2$$

$$= \frac{\varepsilon_{r,stat,2}}{\varepsilon_{r,stat,1}} E_2 d - \frac{2\varepsilon_{r,stat,2}}{\varepsilon_{r,stat,1}} E_2 d'_2 + 2E_2 d'_2 \quad (1 \text{ Punkt?})$$

$$V = \frac{\varepsilon_{r,stat,2}}{\varepsilon_{r,stat,1}} E_2 d + 2E_2 d'_2 \left(1 - \frac{\varepsilon_{r,stat,2}}{\varepsilon_{r,stat,1}}\right)$$

$$\Leftrightarrow \frac{V}{2E_2} - \frac{\varepsilon_{r,stat,2}}{\varepsilon_{r,stat,1}} \frac{d}{2} = d'_2 \left(1 - \frac{\varepsilon_{r,stat,2}}{\varepsilon_{r,stat,1}}\right)$$

$$\Rightarrow d'_2 = \frac{\frac{V}{2E_2} - \frac{\varepsilon_{r,stat,2}}{\varepsilon_{r,stat,1}} \frac{d}{2}}{\left(1 - \frac{\varepsilon_{r,stat,2}}{\varepsilon_{r,stat,1}}\right)} \quad (1 \text{ Punkt})$$

Gesucht: d'_2 für den Fall $E_2 = E_{krit,2}$

$$\Rightarrow d'_2 = 36 \mu\text{m} \quad (1 \text{ Punkt})$$

3 Magnetika

3.1 Zusammenfassung

3.1.1 Magnetische Feldgleichung

Magnetische Wirkung / Ausmaß der Wechselwirkungen eines magnetischen Feldes

Technik

magnetische Induktion $B = \mu_0 \mu_r \cdot H$

μ_r : relativer magnetischer Permeabilität

H : magnetische Feldstärke

Physik

Suszeptibilität $\chi_m = \mu_r - 1$

Magnetische Polarisation: $J = B - \mu_0 H \Rightarrow J = \mu_0 \mu_r H - \mu_0 H = (\mu_r - 1) \mu_0 H = \chi_m H$

Magnetisierung: $M = \frac{J}{\mu_0} = \sum \frac{p_{\text{mag}}}{V}$

magnetische Dipole werden z.B. durch Kreisströme auf der atomaren Ebene induziert

Abb 10.2

3.1.2 Typen des Magnetismus

Diamagnetismus (alle Stoffe): $H > 0 \rightarrow M < 0, J < 0$, d.h. $\mu_r < 1, \chi_m = \mu_r - 1 < 0$

Perfekter Diamagnet $\rightarrow$ Supraleiter mit $\chi_m = -1$

ungeordnet

Abbildung 10-5

Paramagnetismus: (magnetische Dipole ungeordnet) $H > 0 \Rightarrow M > 0, J > 0$, d.h. $\mu_r > 1, \chi_m > 0$

Magnetische Ordnung

1. Ferromagnetismus $\uparrow\uparrow\uparrow\uparrow\uparrow \sum p_m \neq 0$, Fe, Co, Ni

2. Antiferromagnetismus $\uparrow\downarrow\uparrow\downarrow \sum p_m = 0$

3. Ferrimagnetismus $\uparrow\downarrow\uparrow\downarrow \sum p_m \neq 0$ Mn-Zn-Ferrite, Ni-Zn-Ferrite (Spinell)

Domänen: Spontan magnetisch polarisierte Bereiche

$$\chi_m = \frac{C}{T - T_\theta}$$

3.1.3 Hysterese

Abbildung 10-14, Abbildung 10-15

J_S : Sättigungspolarisation

$J_r = B_r$: Remanente Polarisation

$H_C^J > H_C^B$

Grund: Dömanenwandverschiebung: Dömanen die entlang H verlaufen vergrößern sich, die gegen H verkleinern sich

Abbildung 10-13

$\rightsquigarrow$ Unterscheidung: weichmagnetisch $H_C < 10 \frac{\text{A}}{\text{cm}}$

hartmagnetisch (Permanentmagneten, Dauermagneten): $H_C > 10 \frac{\text{A}}{\text{cm}}$

3.1.4 Berechnung von Magnetkreisen

1. Durchflutungsgesetz:

$$\oint \vec{H} \, d\vec{l} = n \cdot I$$

z.B. $H_m l_m + H_l l_l = n \cdot I$

2. Flußführung (Konstanz des magnetischen Flusses)

$$\Phi = B \cdot A = \text{const}$$

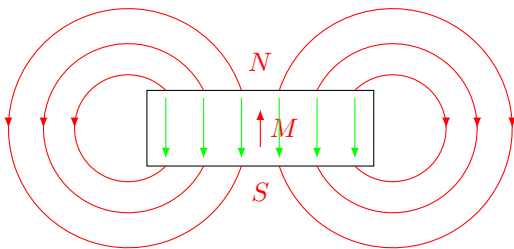
z.B. $B_m \cdot A_m = B_l \cdot A_l$

3. Materialgleichung:

$$B_m = \mu_m \cdot H_m$$

$$B_l = \mu_0 \cdot H_l$$

Permanentmagnet:



grün: H -Feld im Permanentmagneten, rot: H/B -Feld im Außenraum

Luftspalt wirkt entmagnetisierend (innere Felder H_e) $\rightsquigarrow$ Scherung der Hysterekurve

Abbildung 10-3

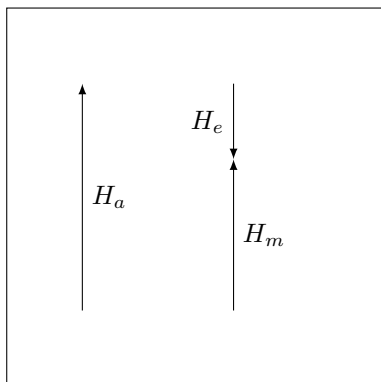


Abbildung 10-36

$$H_m = H_a - N \frac{J}{\mu_0}$$

mit Entmagnetisierungsfaktor N (geometrieabhängig)

Fragenteil: Wird Remanenz abgesenkt? Koerzitivfeldstärke geändert?

J_R wird abgesenkt, H_c bleibt

3.1.5 Arbeitsgeraden von Dauermagneten

Abbildung 10-45

Entmagnetisierungskurve

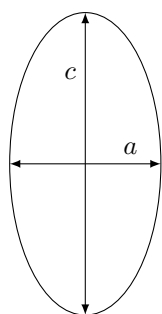
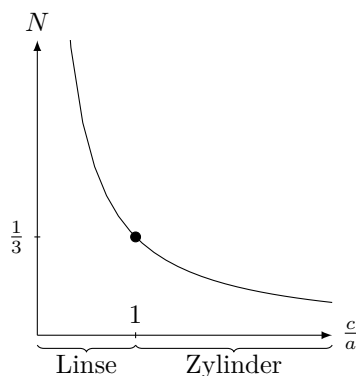
- Arbeitspunkt $BH_{\max}$: maximales Energieprodukt
- Herleitung der Arbeitsgerade

1. $\oint H \, dl = nI$
2. $\Phi = \text{const}$
3. $B = \mu_0 \mu_r H$

3.1.6 Anisotropie

Voraussetzung für Dauermagneten $\rightarrow$ Anisotropie (Magnetisierung stabiler in einer Lage / Orientierung als in einer anderen $\rightarrow$ Vorzugsrichtung)

1. Formanisotropie



$\frac{c}{a} \uparrow \text{Zylinder} \Rightarrow N \downarrow$
 $\frac{c}{a} \downarrow \text{Linse} \Rightarrow N \uparrow$

2. Kristallanisotropie

z.B. $\text{Fe}_{14}\text{Nd}_2\text{B}$

Leichte Richtung ist entlang der längeren Gitterkonstante

Abbildung 10-58 / 10-60

Anisotropiefeldstärke H_a

Energiedichte $w = \frac{W}{V} = K_0 + K_1 \sin^2 \varphi + K_2 \sin^4 \varphi + \dots$ mit $K_1 = \frac{J_s H_a}{2}$

Stabile leichte Richtung $\frac{\partial w}{\partial \varphi} = 0$

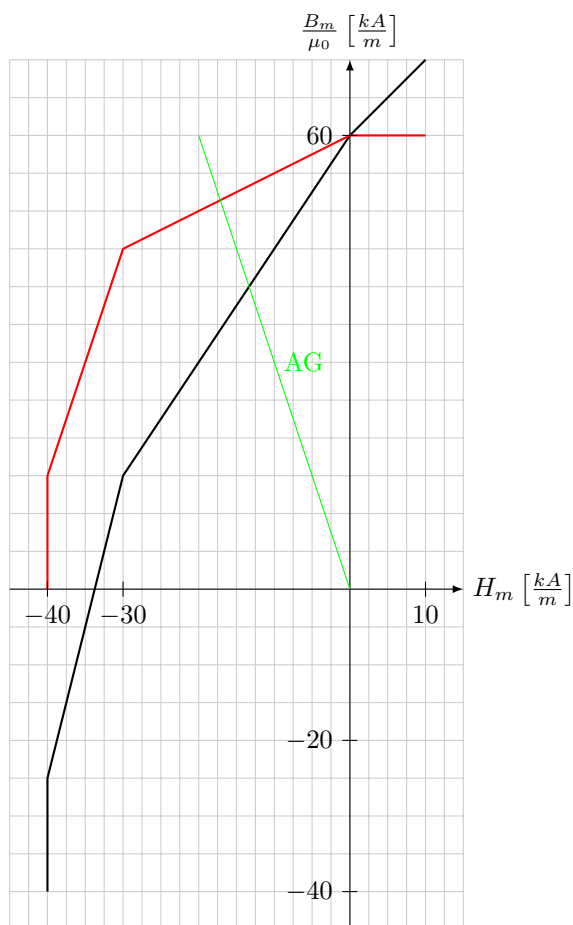
3.2 Klausuraufgabe

a) gegeben: $\frac{B_m}{\mu_0}(H_m) \rightarrow$ gesucht: $M_m(H_m)$

$$B = \mu_0(H + M)$$

$$\Rightarrow \boxed{\frac{B}{\mu_0} - H = M}$$

$H_m / \left[\frac{kA}{m} \right]$	$\frac{B_m}{\mu_0} / \left[\frac{kA}{m} \right]$	$\frac{B_m}{\mu_0} / \left[\frac{kA}{m} \right]$
100	700	600
0	600	600
-300	150	450
-400	250	150
-400	-400	0



(2 Punkte)

b) Durchflutungsgesetz

$$\oint \vec{H} d\vec{l} = 0$$

hier:

$$\cancel{H_{m, \text{weich}} l_{m, \text{weich}}} + \underbrace{H_m l_m}_{D_M} + H_l l_l = 0$$

$$\boxed{H_m l_m + H_l l_l = 0} \quad (1)$$

Flußführung: $\Phi = \text{const}$ hier:

$$\boxed{B_m A_m = B_l C A_l} \quad (2)$$

Materialgleichung:

$$\boxed{B_l = \mu_0 H_l} \quad (3)$$

Aus (1):

$$H_m = -H_l \frac{l_l}{l_m}$$

Aus (3):

$$H_l = \frac{B_l}{\mu_0}$$

Eingesetzt:

$$H_m = -\frac{B_l}{\mu_0} \cdot \frac{l_l}{l_m}$$

Aus (2) :

$$B_l = B_m \cdot \frac{A_m}{A_l}$$

Einsetzen

$$\begin{aligned} H_m &= \frac{-B_m}{\mu_0} \frac{A_m l_l}{A_l l_m} \\ \frac{B_m}{\mu_0} &= -H_m \cdot \frac{A_l l_m}{A_m l_l} \quad \frac{A_l}{A_m} = 1 \\ \Rightarrow \frac{B_m}{\mu_0} &= -H_m \cdot \frac{l_m}{l_l} \\ &= -3H_m \end{aligned} \quad (1 \text{ Punkt})$$

Bestimmung des AP

Geradengleichung des entsprechenden Hystereseseastes: $\frac{B_m}{\mu_0} = aH_m + b$

Ablesen: $H_m = 0 \frac{\text{kA}}{\text{m}} \rightarrow \frac{B_m}{\mu_0} = 600 \frac{\text{kA}}{\text{m}} \Rightarrow b = 600 \frac{\text{kA}}{\text{m}}$

$H_m = -300 \frac{\text{kA}}{\text{m}} \rightarrow \frac{B_m}{\mu_0} = 150 \frac{\text{kA}}{\text{m}} \Rightarrow a = \frac{3}{2}$.

Ergebnis:

$$\frac{B_m}{\mu_0} = \frac{3}{2}H_m + 600 \frac{\text{kA}}{\text{m}}$$

Gleichsetzen mit Arbeitsgerade

$$\begin{aligned} \bullet \quad 3H_m &= \frac{3}{2}H_m + 600 \frac{\text{kA}}{\text{m}} \\ \bullet \quad \frac{9}{2}H_m &= 600 \frac{\text{kA}}{\text{m}} \Rightarrow H_m = -\frac{400}{3} \frac{\text{kA}}{\text{m}} = -133,33 \frac{\text{kA}}{\text{m}} \\ \bullet \quad \frac{B_m}{\mu_0} &= -3H_m = 400 \frac{\text{kA}}{\text{m}} \end{aligned} \quad (1 \text{ Punkt})$$

c) Geradengl rel. Hysterese

$$\begin{aligned} \frac{B_m}{\mu_0} &= \frac{3}{2}H_m + 600 \frac{\text{kA}}{\text{m}} \\ B_m &= \frac{3}{2}\mu_0 H_m + \mu_0 600 \frac{\text{kA}}{\text{m}} \end{aligned}$$

Max. Energieprodukt (bestimmt durch den optimalen AP)

$$B_m H_m = \frac{3}{2}\mu_0 H_m^2 + \mu_h H_m \cdot 600 \frac{\text{kA}}{\text{m}} \quad (1 \text{ Punkt})$$

$$\frac{\partial(B_m H_m)}{\partial H_m} = 0 \quad (1 \text{ Punkt})$$

$$= 3\mu_0 H_m^{\text{opt}} + \mu_0 \cdot 600 \frac{\text{kA}}{\text{m}} = 0 \quad (1 \text{ Punkt})$$

$$\Rightarrow B_m^{\text{opt}} = -200 \frac{\text{kA}}{\text{m}}$$

$$\frac{B_m^{\text{opt}}}{\mu_0} = 300 \frac{\text{kA}}{\text{m}} \quad (1 \text{ Punkt})$$

d)

$$\begin{aligned} \frac{B_m}{\mu_0} &= -H_m \cdot \frac{A_l}{A_m} \cdot \frac{l_m}{l_l} \\ \Rightarrow \frac{A_m}{A_l} &= -\frac{\mu_0 H_m}{B_m} \cdot \frac{l_m}{l_l} \\ &= 2 \end{aligned} \quad (1 \text{ Punkt})$$

Alternativ (mit Hinweis): $\frac{A_m}{A_l} = \frac{2}{3}$ e) $I = 3 \text{ A}$

Gesucht: AG

Durchflutungsgesetz:

$$\oint H_m dl \neq 0$$

$$nI = H_m l_m + H_l \cdot l_l \quad (1 \text{ Punkt})$$

$$H_m \cdot l_m = nI - H_l l_l, \mu_0 H_l = B_l$$

$$\begin{aligned} H_m l_m &= nI - \frac{B_l}{\mu_0} l_l \\ &= nI - \frac{B_m A_m}{A_l \mu_0} \cdot l_l \end{aligned}$$

da $B_m A_m = B_l l_l$

$$\begin{aligned} \Rightarrow H_m l_m - nI &= \frac{-B_m A_m}{\mu_0 A_l} l_l \Rightarrow \frac{B_m}{\mu_0} = (nI - H_m l_m) \frac{A_l}{A_m} \frac{1}{l_l} \\ \frac{B_m}{\mu_0} &= \frac{nI A_l}{A_m l_l} - \frac{A_l}{A_m} \frac{l_m}{l_l} H_m \end{aligned} \quad (1 \text{ Punkt})$$

Gleiche Steigung, Achsenabschnitt ist in y -Richtung verschoben (1 Punkt)f) Kraft $F = \frac{1}{2} \mu_0 A_l H_l$ (1 Punkt)

Durchflutungsgesetz:

$$H_m \cdot l_m + H_l l_l = nI$$

Flußführung

$$\Phi = BA = \text{const} \Rightarrow B_m A_m = B_l A_l$$

Materialgleichung

$$B_l = \mu_0 H_l$$

$$\begin{aligned} \Rightarrow B_m A_m &= \mu_0 H_l A_l \\ H_l &= \frac{B_m A_m}{\mu_0 A_l} \Rightarrow H_m l_m + \frac{B_m A_m l_l}{\mu_0 A_l} = nI \\ \Rightarrow \frac{A_m}{A_l} &= \frac{nI - H_m l_m}{\frac{B_m}{\mu_0} l_l} \end{aligned} \quad (1 \text{ Punkt})$$

Mit $H_m = -200 \frac{\text{kA}}{\text{m}}$ und $\frac{B_m}{\mu_0} = 300 \frac{\text{kA}}{\text{m}} \Rightarrow \frac{A_m}{A_l} = 4$

$$H_l = 300 \frac{\text{kA}}{\text{m}} \cdot 4 = 1200 \frac{\text{kA}}{\text{m}}$$

(1 Punkt)

Aus Gleichung für die Kraft folgt

$$A_l = \frac{2F}{\mu_0 H_l^2} \Rightarrow A_l = 5,526 \text{ mm}^2$$

$$A_m = 4 \cdot A_l = 22,10 \text{ mm}^2$$