

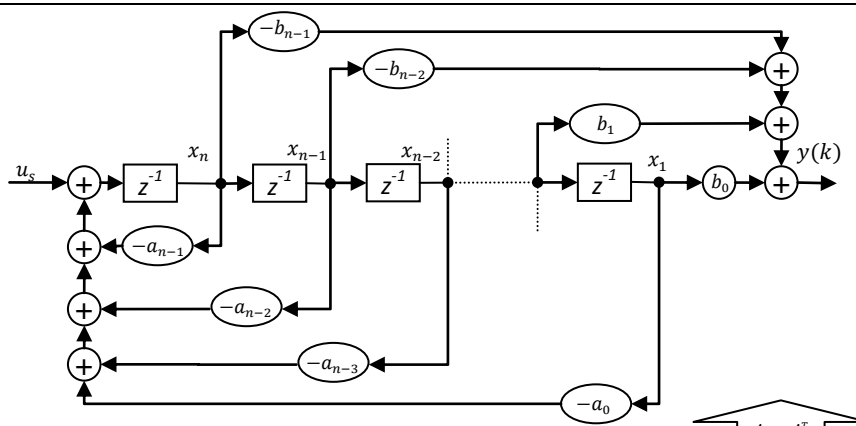
Regelungsnormalform $\Leftrightarrow$ steuerbar

$$G(z) = \frac{b_0 + b_1 z + \cdots + b_{n-1} z^{n-1}}{a_0 + a_1 z + \cdots + a_{n-1} z^{n-1} + z^n}$$

$$A = \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & \cdots & 0 \\ 0 & 0 & 1 & & & & \\ 0 & 0 & 0 & 1 & & & \\ \vdots & & & & & & \vdots \\ & & & & & \ddots & 1 \\ -a_0 & -a_1 & -a_2 & & & \cdots & -a_{n-1} \end{pmatrix}$$

$$B = \begin{pmatrix} 0 \\ \vdots \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix} \quad C = (b_0 \quad b_1 \quad \dots \quad b_{n-1}) \quad D = (0)$$

Existiert nur für erreichbare Systeme (-> s. Invertierbarkeit Basistransformationsmatrix S)



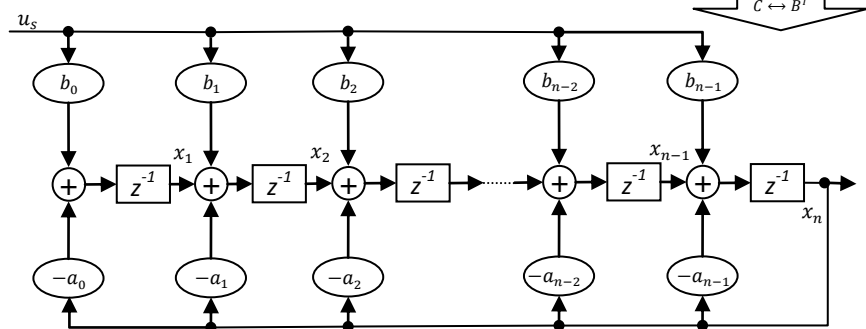
$$\begin{aligned} A &\leftrightarrow A^T \\ B &\leftrightarrow C^T \\ C &\leftrightarrow B^T \end{aligned}$$

Beobachternormalform $\Leftrightarrow$ beobachtbar

$$G(z) = \frac{b_0 z^{-n} + b_1 z^{-n+1} + \dots + b_{n-1} z^{-1}}{a_0 z^{-n} + a_1 z^{-n+1} + \dots + 1}$$

$$A = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & \cdots & 0 & -a_0 \\ 1 & 0 & 0 & & & -a_1 \\ 0 & 1 & 0 & & & -a_2 \\ \vdots & & & \ddots & & \vdots \\ 0 & 0 & 0 & \cdots & 1 & -a_{n-1} \end{pmatrix}$$

$$B = \begin{pmatrix} b_0 \\ b_1 \\ \vdots \\ b_{n-1} \end{pmatrix} \quad C = (0 \quad \dots \quad 0 \quad 1) \quad D = (0)$$



Zustandsgleichungen / allgemeine Lösung

zeitdiskret	zeitkontinuierlich
$\begin{aligned} \mathbf{x}(k+1) &= \mathbf{A}\mathbf{x}(k) + \mathbf{B}\mathbf{u}(k) \\ \mathbf{y}(k) &= \mathbf{C}\mathbf{x}(k) + \mathbf{D}\mathbf{u}(k) \end{aligned}$	$\begin{aligned} \dot{\mathbf{x}}(t) &= \mathbf{F}\mathbf{x}(t) + \mathbf{G}\mathbf{u}(t) \\ \mathbf{y}(t) &= \mathbf{H}\mathbf{x}(t) + \mathbf{D}\mathbf{u}(t) \end{aligned}$
$\begin{aligned} x(k) &= A^k x(0) + \sum_{j=0}^{k-1} A^{k-1-j} B u(j) \\ y(k) &= C x(k) + D u(k) \end{aligned}$	$\begin{aligned} x(t) &= \psi(t) x(0) + \int_0^t \psi(t-\tau) G u(\tau) d\tau \\ y(t) &= H x(t) + D u(t) \end{aligned}$

Äquivalentes, zeitdiskretes System

$$A = \psi(t = T)$$

$$\psi(t) \quad \bullet \text{---} \circ \quad [I_S - F]^{-1}$$

$$B = \int_0^T \psi(\tau) G d\tau$$

$$C = H$$

$$D = D$$

Steuerbarkeit / Erreichbarkeit

Beobachtbarkeit

Bedingung:

Bedingung:

$$Rang(Q_s) = n$$

$$\text{Rang}(Q_B) = n$$

$$Q_s = (A^{n-1}B \quad \dots \quad AB \quad B) \text{ (Zeitdiskret)}$$

$$Q_B = \begin{pmatrix} C \\ CA \\ \vdots \\ CA^{n-1} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} H \\ HF \\ \vdots \\ HF^{n-1} \end{pmatrix}$$

Steuer- und Beobachtbarkeit
sind unabhängig von
Zeit(in)varianz.

$$Q_s = (F^{n-1}G \quad \dots \quad FG \quad G) \text{ (Zeitkontinuierlich)}$$

	$\det(A) \neq 0$	$\det(A) = 0$		- Steuerbarkeit $\Rightarrow$ Erreichbarkeit - Ein steuerbares System der Dimension n lässt sich in höchstens n Schritten in den Nullzustand bringen - System in RNF $\Rightarrow$ vollständig steuerbar - System in BNF $\Rightarrow$ vollständig beobachtbar
$\det(Q_s) \neq 0 \Rightarrow$ $\text{Rang}(Q_s) = n$	steuerbar, erreichbar			
$\det(Q_s) = 0 \Rightarrow$ $\text{Rang}(Q_s) < n$	nicht steuerbar nicht erreichbar	evtl. steuerbar (keine Aussage) nicht erreichbar		

Duales System

$$A_{dual} = A^T$$

$$B_{dual} = C^T$$

$$C_{dual} = B^T$$

Dualitätstheorem von Kalman:

$$(A, B, C) \text{ vollst. erreichbar} \Rightarrow (A_{dual}, B_{dual}, C_{dual}) \text{ vollst. beobachtbar}$$
$$(A, B, C) \text{ vollst. beobachtbar} \Rightarrow (A_{dual}, B_{dual}, C_{dual}) \text{ vollst. erreichbar}$$

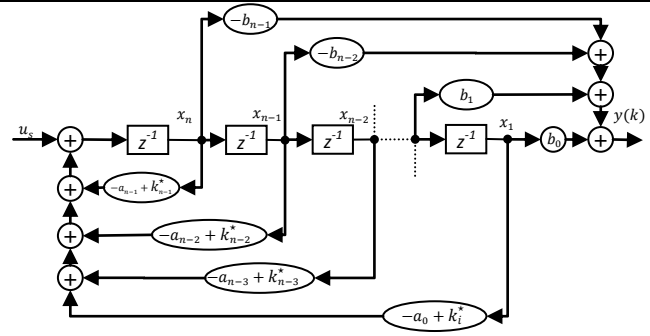
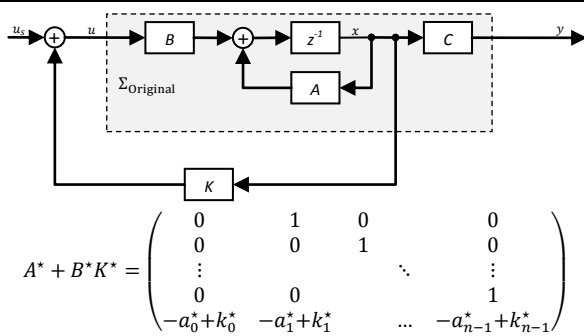
$$\begin{pmatrix} a \\ b \end{pmatrix}^T = (a \quad b)$$

$$(a \quad b)^T = \begin{pmatrix} a \\ b \end{pmatrix}$$

Charakteristisches Polynom von A

$$\chi_A(z) = \det(zI - A) = a_0 + a_1 z + a_2 z^2 + \dots + a_{n-1} z^{n-1} + z^n$$

Zustandsvektorrückführung



Gegeben ist System mit Matrix A mit der charakt. Gleichung:

$$\chi(z) = \det(Iz - A) = a_0 + a_1 z + \dots + z^n$$

- $-a_i$ sind letzte Zeile von A^* in RNF (ZV in BSB von rechts nach links ansteigend)
- a_i aus Nenner von $G(z)$

(A) Errechnen von K

- $k_i^* = a_i - \tilde{a}_i \Rightarrow K^* = (k_0^* \ k_1^* \ \dots \ k_{n-1}^*)$
- $K = K^* S^{-1}$

$K \ [1 \times n]$

- wenn $G(z)$ oder A^* schon vorhanden
- Nachteil: S^{-1} wird benötigt (falls K in nicht-RNF verlangt)

Gewünschte Pole von $\det(Iz - (A + BK))$:

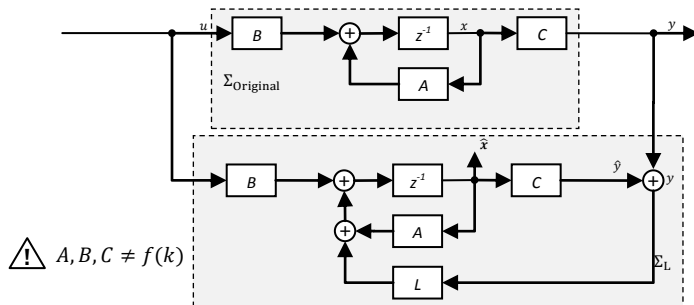
$$\chi_{A^* + B^* K^*} = (z - z_0)(z - z_1) \dots (z - z_n) = \tilde{a}_0 + \tilde{a}_1 z + \dots + z^n$$

(B) Errechnen von K

- $\det \left(Iz - \begin{pmatrix} A + BK \\ A_{Feedback} \end{pmatrix} \right) = \tilde{a}_0 + \tilde{a}_1 z + \dots + z^n$
- Koeffizientenvergleich $\Rightarrow K$

- praktisch, falls $\dim(A) = 2$

Schätzung des Zustandsvektors (Luenberger Beobachter)



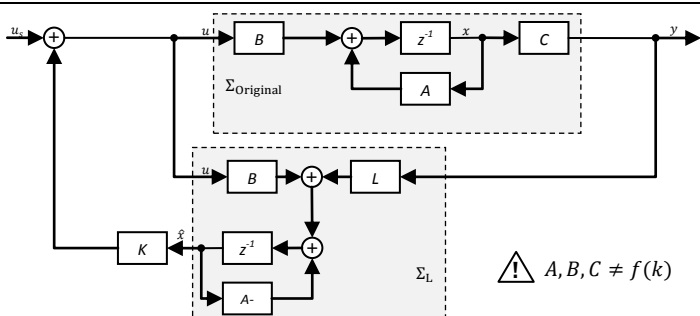
Festlegen des Verhaltens von Σ_L über die Eigenwerte von $A - LC$:

$$\chi_{A-LC}(\lambda) = \det(\lambda I - (A - LC))$$

$L \ [n \times 1]$

- Bedingung für das Finden von Σ_L : $\Sigma_{Original}$ muss beobachtbar sein.
- (Dead-Beat: $\det(\lambda I - (A - LC)) = \lambda^n$)

Regelung mit geschätztem Zustandsvektor



2n-dimensionale Zustandsgleichung:

$$\begin{pmatrix} x(k+1) \\ \hat{x}(k+1) \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} A & BK \\ LC & A - LC + BK \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x(k) \\ \hat{x}(k) \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} B \\ 0 \end{pmatrix} u_s$$

$$y(k) = \begin{pmatrix} C & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x(k) \\ \hat{x}(k) \end{pmatrix}$$

$$\chi_{A_{tot}} = \det(\lambda I - A_{tot}) = \det(\lambda I - (A + BK)) \cdot \det(\lambda I - (A - LC))$$

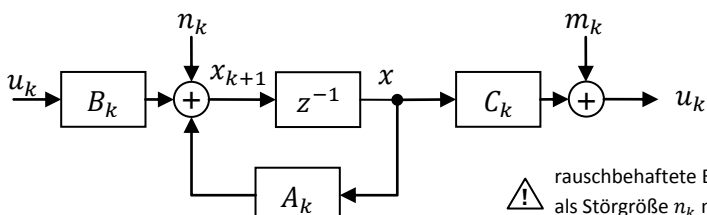
Dualität K-Vektorrückführung $\Leftrightarrow$ Luenberger Beobachter

$$\begin{aligned} A_L &\hat{=} A^T \\ B_L &\hat{=} -C^T \\ K_L &\hat{=} L^T \end{aligned}$$

Äquivalenter Zustandsvektor	
Ist x_1 ein Zustandsvektor von Σ_1 , dann ist x_2 ein gültiger äquivalenter Zustandsvektor, falls gilt:	
$x_2 = S^{-1} \cdot x_1$	
D.h. S^{-1} muss berechenbar sein: $\det(S) \neq 0$	

Transf. auf RNF	Basistransformationsmatrix S	
$A^* = S^{-1}AS$ $B^* = S^{-1}B$ $C^* = CS$ $D^* = D$	$S = Q_S \cdot \overbrace{\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & \cdots & 0 \\ a_{n-1} & 1 & 0 & & 0 \\ a_{n-2} & a_{n-1} & 1 & & 0 \\ \vdots & & & \ddots & \vdots \\ a_1 & a_2 & a_3 & \cdots & a_{n-1} & 1 \end{pmatrix}}^{\Pi} \quad Q_S = (A^{n-1}B \quad \cdots \quad AB \quad B)$ <	

Minimal äquivalentes System	
Existiert, falls Q_b linear abhängige Zeilen hat.	
Gegeben ist System Σ $x(k+1) = Ax(k) + Bu(k)$ $y(k) = Cx(k)$ $\dim(x) = n$	Gesucht ist System Σ^* $x^*(k+1) = A^*x^*(k) + B^*u(k)$ $y(k) = C^*x^*(k)$ $\dim(x^*) = m < n$
Berechnung von R: $1. \ m = \text{Rang}(Q_b) = \text{Rang} \begin{pmatrix} C \\ CA \\ \vdots \\ CA^{n-1} \end{pmatrix}$ $2. \ R = \begin{pmatrix} C \\ CA \\ \vdots \\ CA^{m-1} \end{pmatrix} \updownarrow m$ $3. \ \text{Koeffizienten Vergleich: } A^*R = RA \Rightarrow A^*$ $4. \ B^* = RB$ $5. \ C^* = \begin{pmatrix} 1 & 0 & \dots \end{pmatrix} \leftarrow m \quad \text{und} \quad B^* = RB$	Äquivalenzgesetze: $A^*R = RA \quad B^* = RB \quad C = C^*R \quad D^* = D$ $x^*(k) = Rx(k)$ Form von A^* : $A^* = \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 & \dots & 0 \\ 0 & 0 & 1 & \dots & 0 \\ \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ 0 & 0 & \dots & \dots & 1 \\ -a_0^* & -a_1^* & \dots & \dots & -a_{m-1}^* \end{pmatrix} \updownarrow m$ Die Existenz eines minimaleren Systems äußert sich durch Kürzungen in der Übertragungsfunktion.

Zustandsgleichungen des gestörten Systems	
$x_{k+1} = A_k x_k + B_k u_k + n_k$ $y_k = C_k x_k + m_k$ $R = E\{m_k \cdot m_k^T\}$ $Q = E\{n_k \cdot n_k^T\}$	 ⚠ rauschbehaftete Eingänge müssen als Störgröße n_k modelliert werden

Kalman Gleichungen	
Measurement update: $\hat{x}_{k,k} = \hat{x}_{k,k-1} + \underbrace{\Sigma_{k,k-1} \cdot C_k^T (C_k \cdot \Sigma_{k,k-1} \cdot C_k^T + R_k)^{-1}}_{\alpha(k)} \cdot (y_k - C_k \cdot \hat{x}_{k,k-1})$ $\Sigma_{k,k} = \Sigma_{k,k-1} - \underbrace{\Sigma_{k,k-1} \cdot C_k^T (C_k \cdot \Sigma_{k,k-1} \cdot C_k^T + R_k)^{-1} \cdot C_k}_{\alpha(k)} \cdot \Sigma_{k,k-1}$ $k \rightarrow \infty \Rightarrow \Sigma_{k,k-1} = \Sigma_{k+1,k}$	Time update: $\hat{x}_{k+1,k} = A \cdot \hat{x}_{k,k} + B \cdot u_k$ $\Sigma_{k+1,k} = A \cdot \Sigma_{k,k} \cdot A^T + Q_k$ Anfangsbedingungen: $\hat{x}_0 = E\{x(0)\} \quad \overbrace{\Sigma_0 = E\{(x_0 - \hat{x}_0)(x_0 - \hat{x}_0)^T\}}^{\text{Matrix!}}$
$\hat{x}_{k+1,k} = A \cdot \hat{x}_{k,k-1} + B \cdot u_k + \underbrace{A \cdot \Sigma_{k,k-1} \cdot C_k^T (C_k \cdot \Sigma_{k,k-1} \cdot C_k^T + R_k)^{-1}}_{\text{Kalman Gain } K_k} \cdot \underbrace{(y_k - C_k \cdot \hat{x}_{k,k-1})}_{\text{Innovationssequenz}}$	

Stabilität	
- Asymptotische Stabilität: alle Eigenwerte von A liegen im Einheitskreis $\Rightarrow$ LTI-System (A,B,C) ist asymptotisch stabil - BIBO-Stabilität: - alle Pole in linker, offener Halbebene (s-Bereich) - alle Pole innerhalb des Einheitskreis (z-Bereich) $\sum_{i=0}^{\infty} g_i < \infty$	
Asymptotische Stabilität $\Rightarrow$ BIBO Stabilität Dead-Beat $\Rightarrow$ asymptotisch stabil	

Adaptive Systeme	
	Optimale Filterkoeffizienten: $\hat{\underline{g}} = \underline{R}_{uu}^{-1} \cdot \underline{R}_{yu}$ die den quadratische Fehler: $E\{[e^2(k)]\} = E\{[y(k) - \hat{y}(k)]^2\}$ minimieren. $\underline{R}_{uu} = E\{\underline{u}(k) \cdot \underline{u}(k)^T\} \quad [n \times n]$ $\underline{R}_{yu} = E\{y(k) \cdot \underline{u}(k)\} \quad [n \times 1]$ $u(k)$ ist weiß, mittelwertfrei $\Rightarrow \underline{R}_{uu} = I \cdot \sigma_u^2$
(# Koeffizienten des adaptiven Systems) $\cong$ (# Koeffizienten des unbekannten Systems)	

Gauß-Markoff-Modell	
1. Gauß-Eigenschaft	Da x_0 und m_k und n_k Gaußverteilt sind, sind es auch x_k und y_k .
2. Markoff-Eigenschaft	x_{k+1} hängt nur von x_k aber nicht von den vorherigen Werten ab. ...ist gegeben, wenn n_k in
	$x_{k+1} = A_k x_k + B_k u_k + n_k$
	weiß ist.
Die Aussagen beziehen sich nur auf den Zustandsvektor x_k , aber nicht auf den Ausgang y_k (kann auch von früheren Werten abhängen)	

Abtastung	
Abzustastendes Signal:	
Abtastung (Multiplikation mit Dirac-Folge):	
$x^*(t) = x(t) \cdot \sum_{k=-\infty}^{\infty} \delta(t - kT_a)$	
Fouriertransformierte in Abhängigkeit der Abtastwerte: $x^*(t) = x(t) \cdot \sum_{n=-\infty}^{\infty} \delta(t - nT_a)$ $X^*(\omega) = \frac{1}{2\pi} X(\omega) * \frac{2\pi}{T_a} \sum_{k=-\infty}^{\infty} \delta\left(t - k \frac{2\pi}{T_a}\right)$ $\Rightarrow X^*(\omega) = \frac{1}{T_a} \sum_{k=-\infty}^{\infty} X\left(\omega - k \frac{2\pi}{T_a}\right)$	Fouriertransformierte in Abhängigkeit der Abtastwerte: $x^*(t) = x(t) \cdot \sum_{n=-\infty}^{\infty} \delta(t - nT_a)$ $x^*(t) = \sum_{n=-\infty}^{\infty} x(nT_a) \delta(t - nT_a)$ $\Rightarrow X^*(\omega) = \int_{t=-\infty}^{\infty} \sum_{k=-\infty}^{\infty} x(kT_a) \delta(t - kT_a) e^{-j\omega t} dt$ $= \sum_{k=-\infty}^{\infty} x(kT_a) \int_{t=-\infty}^{\infty} \delta(t - kT_a) e^{-j\omega kT_a} dt$ $= \sum_{k=-\infty}^{\infty} x(kT_a) e^{-j\omega kT_a} \underbrace{\int_{t=-\infty}^{\infty} \delta(t - kT_a) dt}_1$ $\Rightarrow X^*(\omega) = \sum_{k=-\infty}^{\infty} x(kT_a) e^{-j\omega kT_a}$
Für die Rekonstruktion muss ein bandbegrenzttes Filter verwendet werden, und die Skalierung mit $\frac{1}{T_a}$ rückgängig gemacht werden.	
Halteglied nullter Ordnung: $h(t) = \text{rect}\left(\frac{t - T/2}{T}\right)$	

Faltung	
1. Spiegeln / Stauchen 2. Verschieben Im Frequenzbereich: $F_1(j\omega) * F_2(j\omega) \bullet \circ 2\pi \cdot f_1(t) \cdot f_2(t)$ Im Zeitbereich: $f_1(t) * f_2(t) \circ \bullet F_1(j\omega) \cdot F_2(j\omega)$	Faltungsintegral Beispiel:

Überführung in den Nullzustand	
Voraussetzung System steuerbar:	$x(k) = A^k x(0) + (A^{k-1}B \ A^{k-2}B \ \dots \ AB \ B)U_k$ $x(k) = 0 \text{ für } k > 0$ $-A^k x(0) = \underbrace{(A^{k-1}B \ A^{k-2}B \ \dots \ AB \ B)}_{Q_s} U_k = Q_s U_k$ $\Rightarrow U_k = -Q_s^{-1} A^k x(0)$
U_k ist die Folge, die das System in k Schritten in den Nullzustand überführt.	

Oft genutzte Fourier-Transformierte			
$f(t), \quad t \geq 0$	$F(j\omega)$	$f(t), \quad t \geq 0$	$F(s)$
$si(\omega_0 t)$	$\frac{\pi}{\omega_0} rect\left(\frac{\omega}{2\omega_0}\right)$	1	$\frac{1}{s}$
$si(t)$	$\pi \cdot rect\left(\frac{\omega}{2}\right)$	$\delta(t - t_0)$	e^{-st}
$\cos(\omega_0 t)$	$\pi[\delta(\omega - \omega_0) + \delta(\omega + \omega_0)]$	e^{-at}	$\frac{1}{s + a}$
$\sin(\omega_0 t)$	$\frac{\pi}{j}[\delta(\omega - \omega_0) - \delta(\omega + \omega_0)]$	e^{-t}	$\frac{1}{s + 1}$
		te^{-t}	$\frac{1}{(s + 1)^2}$
		$\frac{1}{b-a}(e^{-at} - e^{-bt})$	$\frac{1}{(s+a)(s+b)}$
		$1 - e^{-at}$	$\frac{a}{s(s+a)}$

$\int x \cdot e^{ax} dx = \frac{e^{ax}(ax - 1)}{a^2}$	$e^{jx} = \cos(x) + j \cdot \sin(x)$	$F(j\omega) = \int_{t=0}^{\infty} f(t)e^{-j\omega t} dt$
$\int x^2 \cdot e^{ax} dx = \frac{e^{ax}(a^2 x^2 - 2ax + 2)}{a^3}$	$\sin(x) = \frac{e^{jx} - e^{-jx}}{2j}$	$F(s) = \int_{t=0}^{\infty} f(t)e^{-j\omega t} dt$
$\int x \cdot e^{ax^2} dx = \frac{e^{ax}}{2a}$ $\int x^2 \cdot e^{ax^2} dx = \frac{e^{ax}}{2a}$	$\cos(x) = \frac{e^{jx} + e^{-jx}}{2}$	$H(z) = \sum_{k=0}^{\infty} h(kT)z^{-k}$

Matrizen	
Inverse	$A^{-1} = \begin{pmatrix} a & b \\ c & d \end{pmatrix}^{-1} = \frac{1}{\det(A)} \begin{pmatrix} d & -b \\ -c & a \end{pmatrix}$ $(a \cdot I)^{-1} = \frac{1}{a} \cdot I$
Transponierte	$(AB)^T = B^T A^T$ $(A + B)^T = A^T + B^T$
Determinante eines Produkts	$\det(A) \neq 0 \wedge \det(B) \neq 0 \Rightarrow \det(AB) \neq 0$

Stochastik	
• Grundlegende Eigenschaften	$\int_{x=-\infty}^{\infty} f(x)dx = 1$
• Stochastische Unabhängigkeit	$P(A \cap B) = P(A) \cdot P(B)$ $E\{A \cdot B\} = E\{A\} \cdot E\{B\}$ $p_x(x) \cdot p_y(y) = p_{x,y}(x, y)$ $P(A B) = P(A) \neq f(B)$
• bedingte Zähdichte	$p_{X Y} = \frac{p_{X,Y}}{p_Y}$ $p_{Y X} = \frac{p_{X,Y} \cdot p_Y}{p_X}$
• Bayes Theorem	$P(A B) = \frac{P(B A) \cdot P(A)}{P(B)}$
• Satz der totalen W'keit	$P(B) = P(A_1) \cdot P(B A_1) + \dots + P(A_n) \cdot P(B A_n)$
• Erwartungswert	$\mu = E\{X\} = \int_{x=-\infty}^{\infty} x \cdot f(x)dx$
• bedingter Erwartungswert	$E_{x y}(x) = \int_{x=-\infty}^{\infty} x \cdot p_{x y}(x)dx$
• Varianz	$\sigma^2 = Var(X) = E\{(X - E\{X\})^2\} = E\{X^2\} - E^2\{X\}$
• Randverteilungsdichte	$f_X(x) = \int f_{X,Y}(x, y)dy = \int f_{X Y}(x y) \cdot f_Y(y)dy$
• Verteilungsfunktion	$Pr(X \leq x) = \underbrace{\int_{x=-\infty}^x f_X(t)dt}_{F_X(x)} = 1 - Pr(X > x)$
• Dichte der Summen von 2 Zufallsvariablen	$Y = X_1 + X_2$ mit f_X $\Rightarrow f_Y(y) = \int_{t=-\infty}^{\infty} f_X(t)$
• Korrelation / Stochastische Abh.	Stochastisch unabhängig $\Rightarrow$ unkorreliert Gaußverteilt: Stochastisch unabhängig $\Leftrightarrow$ unkorreliert
• Transformationssatz für Dichten	$Y = T(X) \quad \Rightarrow \quad f_Y(y) = \left \frac{\partial T^{-1}(x)}{\partial x} \right \cdot f_X(T^{-1}(x))$ $T(X)$ injektiv

Rauschprozesse	
Es seien $m(k)$ und $n(k)$ Zufallsprozesse. Dann gilt:	
• $m(k)$ ist additives, mittelwertfreies, weißes Rauschen • $m(k)$ ist mittelwertfrei • $m(k)$ und $n(k)$ sind mit δ korreliert	$\Rightarrow E\{m(k)m(k+a)\} = 0 \quad , \quad a \neq 0$ $\Rightarrow E\{m(k)\} = 0$ $\Rightarrow E\{m(k) \cdot n(k)^T\} = \delta \cdot \sigma_m \cdot \sigma_n$ mit $\delta = \frac{Cov(m,n)}{\sigma_m \cdot \sigma_n}$
• $m(k)$ und $n(k)$ sind unkorreliert, aber <u>nicht mittelwertfrei</u>	$Cov(m, n) = E\{m(k)n(k)\} - E\{m(k)\} \cdot E\{n(k)\} = 0$ $\Rightarrow E\{m(k)n(k)\} = E\{m(k)\} \cdot E\{n(k)\}$

Lineare Algebra	
$\det(A) \neq 0 \Rightarrow \begin{cases} A \text{ ist regulär} \\ \text{alle Zeilen / Spaltenvektoren linear unabhängig} \\ A \text{ ist invertierbar} \end{cases}$	

Bauteilgleichungen	
Kondensator $i_C(t) = C \cdot \frac{d}{dt} u_C(t)$ $\dot{u}_C(t) = \frac{1}{C} i_C(t)$	Spule $u_L(t) = L \cdot \frac{d}{dt} i_L(t)$ $\dot{i}_L(t) = \frac{1}{L} u_L(t)$

Grundlegende physikalische Formeln	
Kreisfrequenz $\omega = \frac{2\pi}{T} = 2\pi f$	Weg-Zeit-Gesetz $s(k+1) = \frac{T^2}{2} a(k) + T v(k) + s(k)$ $v(k+1) = v(k) + T a(k)$

Übertragungsfunktion ermitteln	
Auf dem Blockschaltendiagramm	
	$H(z) = \frac{H_1(z)}{1 + H_1(z) \cdot H_2(z)}$
$G(z) = C \cdot (Iz - A)^{-1} \cdot B$ $G(s) = H \cdot (Is - F)^{-1} \cdot G$	
Zustandsgleichungen ineinander einsetzen...	

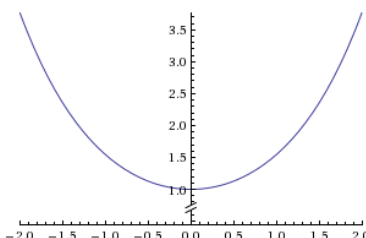
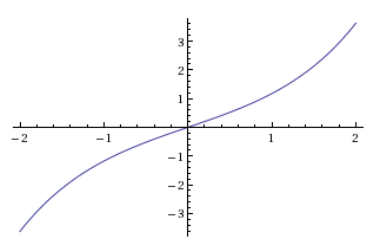
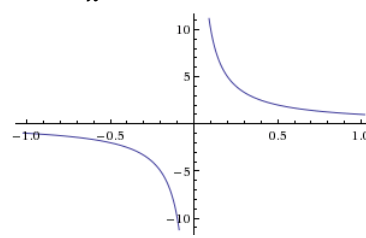
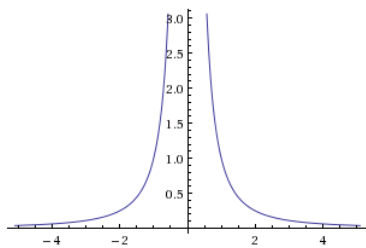
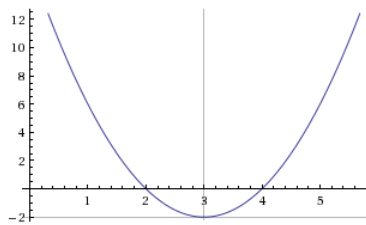
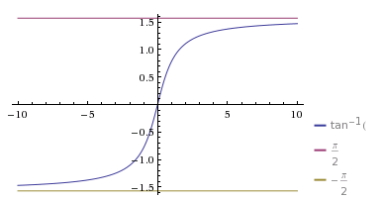
häufige Matrixoperationen		
$E\{\underline{h}^T \cdot \underline{w}(k) \cdot \underline{w}(k)\}$ $\Leftrightarrow E\{\underline{w}^T(k) \cdot \underline{h} \cdot \underline{w}(k)\}$ $\Leftrightarrow E\left\{\underbrace{\underline{w}^T(k) \cdot \underline{h}}_{\text{Skalar}} \cdot \underline{w}(k)\right\}$ $\Leftrightarrow E\left\{\underline{w}(k) \cdot \underbrace{\underline{w}^T(k) \cdot \underline{h}}_{\text{Skalar}}\right\}$ $\Leftrightarrow E\{\underline{w}(k) \cdot \underline{w}^T(k)\} \cdot \underline{h}$	$\underline{u}(k) \rightarrow \boxed{\underline{h}} \rightarrow y(k)$ $\Rightarrow y(k) = \underline{h}^T \cdot \underline{u}(k)$ $\underline{u}(k) = \begin{pmatrix} u(k) \\ u(k-1) \\ \vdots \end{pmatrix}$	$\underline{u}(k) \rightarrow \boxed{\underline{h}} \rightarrow y(k)$ $\underline{R}_{y\underline{u}} = E\left\{\underbrace{y}_{\underline{h}^T \cdot \underline{u}}(k) \cdot \underline{u}(k)\right\} = E\{\underline{h}^T \cdot \underline{u} \cdot \underline{u}\}$ $= \underbrace{E\{\underline{u} \cdot \underline{u}^T\}}_{\underline{R}_{\underline{u}}} \cdot \underline{h}$ $\Rightarrow \underline{R}_{y\underline{u}} = \underline{R}_{\underline{u}} \cdot \underline{h}, \quad \underline{h} = \text{const.}$

Summenformel	Vertauschen von Summen-Grenzen
$\sum_{k=0}^{\infty} q^k = \frac{1}{1-q}, \quad q < 1$	$\sum_{k=a}^b d^k = \sum_{k=-b}^{-a} d^{-k}$

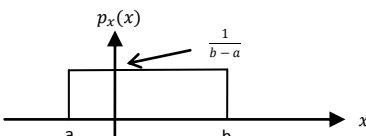
Fourier-Transformierte: gerade/ungerade Funktion
$S_g(t) \xrightarrow{\mathcal{F}} \text{Re}\{S(\omega)\} = \int_{-\infty}^{\infty} s_g(t) \cdot \cos(\omega_0 t) dt$ $S_u(t) \xrightarrow{\mathcal{F}} j \cdot \text{Im}\{S(\omega)\} = -j \cdot \int_{-\infty}^{\infty} s_u(t) \cdot \sin(\omega_0 t) dt$

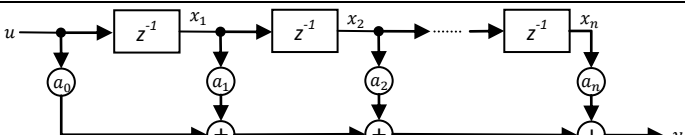
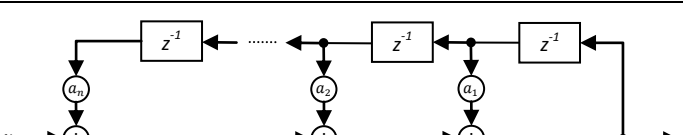
Raised-Cosine-Filter		
	$H(f) = \begin{cases} 1 & f \leq \frac{1-\alpha}{2T} \\ \cos^2\left(\frac{\pi T}{2\alpha}\left(f - \frac{1-\alpha}{2T}\right)\right) & \frac{1-\alpha}{2T} \leq f \leq \frac{1+\alpha}{2T} \\ 0 & \text{sonst} \end{cases}$	

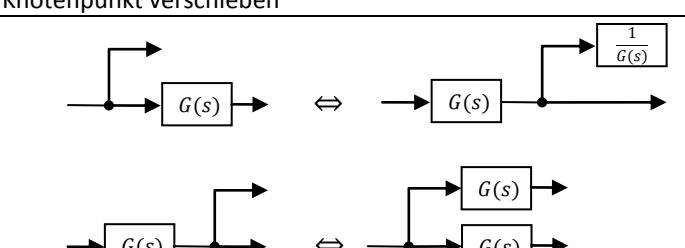
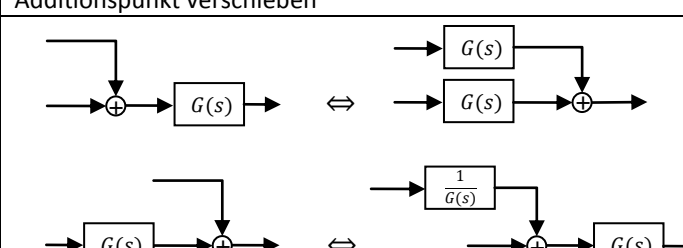
Winkel α (Grad)	0°	30°	45°	60°	90°	180°	270°	360°
Bogenmaß	0	$\frac{\pi}{6}$	$\frac{\pi}{4}$	$\frac{\pi}{3}$	$\frac{\pi}{2}$	π	$\frac{3\pi}{2}$	2π
Sinus	0	$\frac{1}{2}$	$\frac{1}{2}\sqrt{2}$	$\frac{1}{2}\sqrt{3}$	1	0	-1	0
Kosinus	1	$\frac{1}{2}\sqrt{3}$	$\frac{1}{2}\sqrt{2}$	$\frac{1}{2}$	0	-1	0	1
Tangens	0	$\frac{1}{3}\sqrt{3}$	1	$\sqrt{3}$	Polstelle	0	Polstelle	0

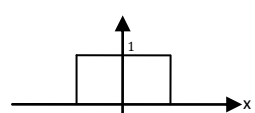
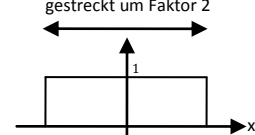
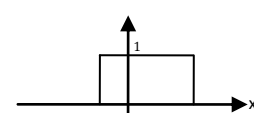
$f(x) = \cosh(x)$ 	$f(x) = \sinh(x)$ 	$f(x) = \frac{1}{x}$ 
$f(x) = \frac{1}{x^2}$ 	Scheitelpunktsform  $f(x) = 2(x - \underbrace{3}_{\text{Verschiebung in x-Richtung}})^2 - \underbrace{2}_{\text{Verschiebung in y-Richtung}}$	$f(x) = \arctan(x)$ 

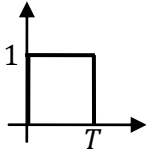
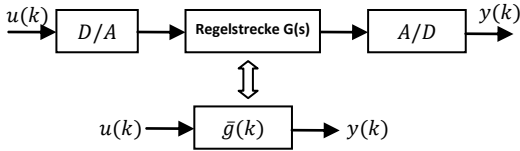
„Vektor“ Ableitungen		
$\frac{\partial}{\partial \underline{x}} \underline{x}^T \underline{A} \underline{z} = \underline{A} \underline{z}$	$\frac{\partial}{\partial \underline{x}} \underline{z}^T \underline{A} \underline{x} = \underline{A} \underline{z}$	$\frac{\partial}{\partial \underline{x}} \underline{x}^T \underline{A} \underline{x} = (\underline{A} + \underline{A}^T) \underline{z}$

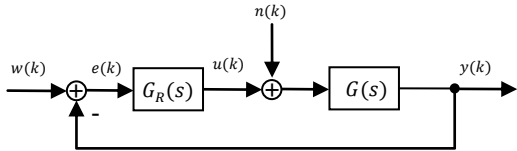
Gleichverteilung (zeitkontinuierlich)			
	$p_x(x) = \frac{1}{b-a} \mathbb{I}_{[a,b]}(x)$	Erwartungswert	$E\{x\} = \frac{a+b}{2}$
		Varianz	$Var\{x\} = \frac{(b-a)^2}{12}$

FIR-Filter (Impulsantwort der Länge n)	FIR-Filter (unendliche Impulsantwort)
	

Verschiebungsregeln für Blockschaltdiagramme (nur LTI)	
Knotenpunkt verschieben	Additionspunkt verschieben
	

Indikatorfunktion		
$f(x) = \mathbb{I}_{[-2,2]}(x)$ 	$f(x) = \mathbb{I}_{[-2,2]}(\frac{x}{2})$ gestreckt um Faktor 2 	$f(x) = \mathbb{I}_{[-2,2]}(x-1)$ 

Halteglied nullter Ordnung	Abtastsystem
$h(t) = \text{rect}\left(\frac{t-\frac{T}{2}}{T}\right)$ $H(s) = \frac{1}{s}(1 - e^{-sT})$ 	 Mit $\tilde{G}(s) = G(s) \cdot H(s)$

Quasikontinuierliche Regelung	
 $U(s) = E(s) \cdot G_R(s)$	Aufgeschnittener Regelkreis: $G_o(z) = G_R(z) \cdot G(z)$ Einfluss von $W(z)$ und $N(z)$ $Y(z) = \frac{G_R(z) \cdot G(z)}{1 + G_R(z) \cdot G(z)} W(z) + \frac{G(z)}{1 + G_R(z) \cdot G(z)} N(z)$
Wenn die Abtastzeit $T \leq 10\%$ der Streckenzeitkonstanten ist, kann der Abtast-Haltevorgang bei der Dimensionierung des Reglers vernachlässigt werden. Beispiel Regelstrecke: $G(s) = \frac{1}{(1 + \underbrace{3s}_{\text{größte Streckenzeitkonstante}})(1 + 2s)(1 + 1s)}$	

Idealer, kontinuierlicher PID-Regler	
Aus dem Zeitkontinuierlichen: $G_R(s) = K_R \left[1 + \frac{1}{sT_I} + sT_D \right]$ $u(t) = K_R \left[e(t) + \frac{1}{T_I} \int_0^{kT} e(\tau) d\tau + T_D \frac{d}{dt} e(t) \right]$	P-Anteil: $e(t)_{t=kT} = e(k)$ I-Anteil: $\int_0^{kT} e(\tau) d\tau \cong T \sum_{i=0}^{k-1} e(i)$ D-Anteil: $\frac{d}{dt} e(t) \cong \frac{e(k) - e(k-1)}{T}$
$\Rightarrow u(k) = K_R \left[e(k) + \frac{1}{T_I} T \sum_{i=0}^{k-1} e(i) + T_D \frac{e(k) - e(k-1)}{T} \right]$	
Für Rekursionsgleichung: $u(k) - u(k-1)$	