

1. Entscheidungstheoretische Grundlagen

Aufgabe 1.1

- a) gegeben ist dominante Strategie (für jeden der beiden)
 Resultat: $(8; 8)$
- b) pareto-optimal: $(10; 0), (0; 10), (1; 1)$
- c) Durch das Rationalverhalten beider ergibt sich ein für beide schlechteres Ergebnis, da hier beide für 8 Jahre ins Gefängnis müssen, obwohl beide nur 1 Jahr inhaftiert würden, wenn beide leugnen würden!
 D.h. das Verhalten führt zum einzigen nicht pareto-optimalen Zustand.

Aufgabe 1.2

Spieler 1 hat eine dominante Strategie:

1B dominiert sowohl 1A, als auch 1C

	2X	2Y
1A	3; 15	5; 1
1B	4; 1	8; 2
1C	2; 16	7; 8

deswegen 1A, 1C streichen

Nash-GG: $(1B, 2Y)$

Aufgabe 1.3

Nash-GG und pareto-effiziente Zustände bestimmen

	B1	B2	B3
A1	12; 13	9; 4	3; 2
A2	15; 7	7; 8	9; 9
A3	8; 4	8; 5	7; 6

Nash-GG: $(A2, B3)$

pareto-effizient:
 $(A1, B1), (A2, B1)$

↑ so in der Klausur angeben

Aufgabe 1.4

	1	2	3	4
A	6	5	8	6
B	8	8	4	12
C	0	10	7	8

pareto-effiziente Zustände:
 4, 3, 2

(da B-4, A-3, C-2 optimale/max Werte)

Aufgabe 1.5

	B1	B2	B3	B4
A1	7;2	2;5	1;3	9;9
A2	1;3	6;4	9;4	4;3
A3	7;7	11;3	8;3	4;1
A4	2;10	2;8	2;4	2;10

pareto-effizient
Nash-GG

a) pareto-effiziente Zustände:

$(A4; B2), (A3; B2), (A1; B4), (A4; B4)$

Ich frage mich: Wieso $(A3; B1)$ nicht?

$(7;7) \rightarrow (11;3)$ oder $\rightarrow (8;3)$

sind die Verbesserungen für
Spieler A;

$(7;7) \rightarrow (2;10)$ Verbesserung für Spieler B.

$(7;7) \rightarrow (7;2)$ ist für keinen eine Verbesserung

b) Nash-Gleichgewichte:

$(A3; B1), (A2; B3), (A1; B4)$

für Nash-GG: (striktdominierte Zeile/Spalte streichen.

hier: Zeile A4 (durch A3 dominiert)

Aufgabe 1.6

	2X	2Y
1A	1;-1	-1;1
1B	-1;1	1;-1

Nash-GG?

Es existiert hier kein Nash Gleichgewicht in reinen Strategien.

Aufgabe 1.7

	z1	z2	z3	z4
UA	24	23	31	25
UB	38	12	1	39
UC	6	6	9	11
UD	32	15	40	15

pareto-effizient

1. z4 & z3 (da je 2x Maximalwert der Zeile)
2. z1 (da jeder Wert $\geq$ denen von z2)

Tut 1+2

Aufgabe 1.8

31.10.2011

	z1 (IST)	z2 (TAUSCHEN)
Student A	0	25
Student B	0	25

Student A: 150 € Vorort = 250 € Zentrum

Student B: 175 € Vorort = 225 € Zentrum

Ist-Zustand ist nicht pareto-optimal, da sich beide verbessern, falls sie tauschen. (Verhandlung)

Aufgabe 1.9

		B	
		x	y
A	x	$-1; \beta$	$\alpha; -1$
	y	$\alpha; -1$	$-1; \beta$

a) kein Nash Gleichgewicht: $\alpha > -1$ und $\beta > -1$
oder $\alpha < -1$ und $\beta < -1$

ein Nash Gleichgewicht: aus Symmetriegründen nicht möglich

Zwei Nash Gleichgewichte: $\alpha \geq -1$ und $\beta < -1$
oder $\alpha < -1$ und $\beta \geq -1$

b) kein Nash GG: alle Zustände sind pareto-effizient

• ein Nash GG: S.O. - nicht möglich

• zwei Nash GG: $(A_x; B_x), (A_y; B_y)$ oder $(A_x; B_y), (A_y; B_x)$

$\hookrightarrow \alpha \geq -1$ und $\beta < -1$

$\hookrightarrow \alpha < -1$ und $\beta \geq -1$

Aufgabe 1.10

a)

		Firma B	
		investieren	nicht investieren
Firma A	investieren	(1; 1)	(1,8; 1,2)
	nicht investieren	(1,2; 1,8)	(2; 2)

pareto-optimal

Nash-GG

Stückerlös: 1 € pro Stück

F&E : 1 mio €

Gesamtnachfrage: 4 mio. Pakete

$0,7 \cdot 4 = 2,8$ minus Kosten: $2,8 - 1 = 1,8$ Gewinn für Investor

$4 - 2,8 = 1,2$ Gewinn für nicht-Investor

dominante Strategie:

jeweils nicht investieren

=> jeweils investieren Spalte/Zeile streichen

für Nash-GG: $(A_n; B_n)$

Pareto-optimale Zustände:

$(A_n; B_n)$

→ Wieso? Es kann sich keiner von dort aus verbessern!

b)

		B	
		i	n
A	i	(1,5; 1,5)	(2,5; 1,5)
	n	(1,5; 2,5)	(2; 2)

Nash-GG

pareto-optimal

Falls einer i: Markt = 5 mio Pakete

70% Markt: $0,7 \cdot 5 = 3,5$

$3,5 - 1 = 2,5$ (Gewinn in mio für i)

$5 - 3,5 = 1,5$ (Gewinn in mio für n)

Nash GG: $(A_i; B_i), (A_i; B_n), (A_n; B_i)$

pareto-optimal: $(A_i; B_n), (A_n; B_i), (A_n; B_n)$

(investieren jeweils schwach dominant, also nicht für Nash GG streichen)

gemischte Gleichgewichte:

Häufigkeit der Strategiewahlen (in Prozent), so dass der Mitspieler gegenüber seinen Strategien indifferent ist.

- 1.) strikt dominante Strategien streichen
 - 2.) Erwartungswert jeder Strategie bilden und gleichsetzen
 - 3.) nach unbekannter auflösen
- ⇒ Spielen der Strategien mit Häufigkeit $(y, 1-y)$

Aufgabe 1.11

		S2	
		L	R
S1	T	(12; 10)	(4; 4)
	B	(4; 4)	(9; 6)

Nash GG (in reinen Strategien)

Nash GG in reinen Strategien: (T; L) und (B; R)

	L	R	
T	(12; 10)	(4; 4)	x
B	(4; 4)	(9; 6)	1-x
	y	1-y	

Strategie für S1: (erwarteten Gewinn für S2 berechnen)

$$S2 \text{ L: } 10x + 4(1-x) = 6x + 4$$

$$R: 4x + 6(1-x) = -2x + 6$$

$$\Rightarrow 6x + 4 = -2x + 6 \Rightarrow 8x = 2 \Rightarrow x = \frac{1}{4} \Rightarrow 1-x = \frac{3}{4}$$

$\hookrightarrow \hat{= T} \quad \hookrightarrow \hat{= B}$

Strategie für S2:

$$S1 \text{ T: } 12y + 4(1-y) = 8y + 4$$

$$B: 4y + 9(1-y) = -5y + 9$$

$$\Rightarrow 8y + 4 = -5y + 9 \Rightarrow 13y = 5 \Rightarrow y = \frac{5}{13} \Rightarrow 1-y = \frac{8}{13}$$

$\hookrightarrow \hat{= L} \quad \hookrightarrow \hat{= R}$

Strategien:

$$\left(\left(\frac{1}{4}; \frac{3}{4} \right); \left(\frac{5}{13}; \frac{8}{13} \right) \right)$$

$T \quad B \quad L \quad R$

b)

		S2	
		L	R
S1	T	(8; 10)	(4; 4)
	B	(10; 1)	(9; 0)

Nash GG (in reinen Strategien)

R wird von L dominiert
Nash GG in reinen Strategien: (B; L)
gemischte Strategien: gibt es hier nicht

c)

		S2		
		L	M	R
S1	T	(8; 4)	(8; 3)	(4; 6)
	MT	(6; 3)	(12; 2)	(1; 0)
	MB	(10; 8)	(5; 6)	(3; 6)
	B	(5; 8)	(10; 10)	(0; 4)

Nash GG in reinen Strategien

S1: MT dominiert B
S2: L dominiert M
S1: MB dominiert MT

Nash GG in reinen Strategien: (MB; L) und (T; R)

Gemischte Strategien:

		S2		
		L	R	
S1	T	(8; 4)	(4; 6)	x
	MB	(10; 8)	(3; 6)	1-x

Strategie für S1: (erwartete Gewinne für S2 betrachten)

S2 L: $4x + 8(1-x) = -4x + 8$

R: $6x + 6(1-x) = 6$

$\Rightarrow -4x + 8 = 6 \Rightarrow 2 = 4x \Rightarrow x = \frac{1}{2} \Rightarrow 1-x = \frac{1}{2}$

Strategie für S2:

S1: T: $8y + 4(1-y) = 4y + 4$

MB: $10y + 3(1-y) = 7y + 3$

$\Rightarrow 4y + 4 = 7y + 3 \Rightarrow 1 = 3y \Rightarrow y = \frac{1}{3} \Rightarrow 1-y = \frac{2}{3}$

$\hookrightarrow \leq T$ $\hookrightarrow \leq MB$
muss mit der ermittelten Wkt
gespielt werden (für Indifferenzen S2)

$\hookrightarrow \leq L$ $\hookrightarrow \leq R$

Strategien:

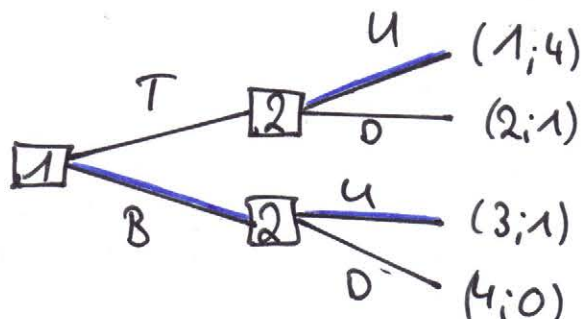
$(\frac{1}{2}; 0; \frac{1}{2}; 0); (\frac{1}{3}; 0; \frac{2}{3})$
T MT MB B L M R

Sequenzielle Spiele:

- nacheinander entscheiden
- keine unglaubwürdigen Drohungen

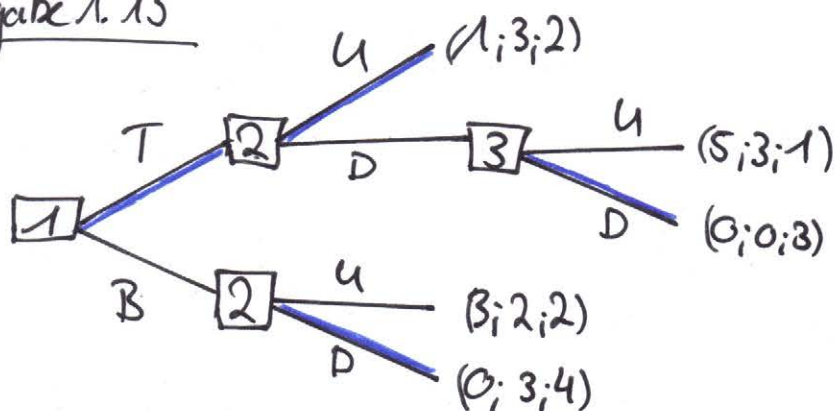
=> Baum von hinten nach vorne abarbeiten

Aufgabe 1.12



$(B; (U; U))$ ist perfektes Gleichgewicht

Aufgabe 1.13



$(T; (U; D); D)$ ist perfektes GG

Aufgabe 1.14

	richtig	falsch
A		X
B		X
C	X	
D		X
E		X
F	X	
G	X	
H		X
I	X	
J		X

Aufgabe 2.1

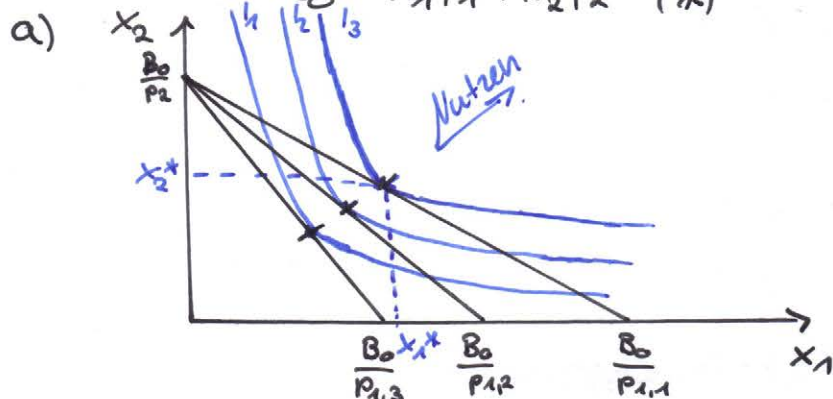
$$U = x_1^{0.5} x_2^{0.5}$$

$$B_0 = 2000 \text{ €}$$

$$B_0 \leq x_1 p_1 + x_2 p_2$$

da wir die maximale Budgetauslastung suchen:

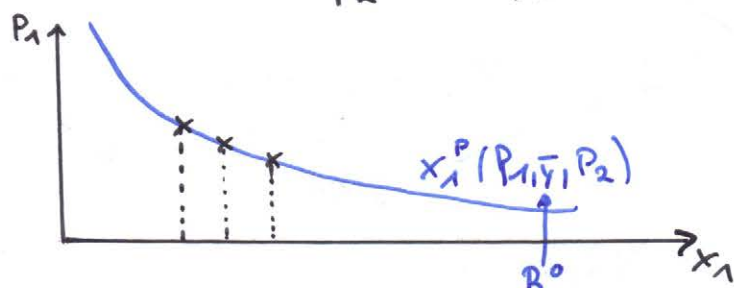
$$\Rightarrow B_0 = x_1 p_1 + x_2 p_2 \quad (*)$$



I_i Indifferenzkurven

Preis-konsum-kurve

$$(*) \Rightarrow x_2 = \frac{B_0}{p_2} - x_1 \frac{p_1}{p_2}$$



Nachfragekurve des Haushalts
in Abhängigkeit von p_1

$\bar{y}$ heißt bei konstantem y

b) $L(x_1, x_2, \lambda) = \underbrace{U(x_1, x_2)}_{x_1^{0.5} x_2^{0.5}} + \lambda \underbrace{(2000 - x_1 p_1 - x_2 p_2)}_{= 0 \text{ siehe } (*) \text{ aufgelöst nach } 0 = \dots}$

$$\frac{\partial L}{\partial x_1} = 0.5 x_1^{-0.5} x_2^{0.5} - p_1 \lambda \stackrel{!}{=} 0 \Rightarrow 0.5 x_1^{-0.5} x_2^{0.5} = \lambda p_1 \quad (1)$$

$$\frac{\partial L}{\partial x_2} = 0.5 x_1^{0.5} x_2^{-0.5} - p_2 \lambda \stackrel{!}{=} 0 \Rightarrow 0.5 x_1^{0.5} x_2^{-0.5} = \lambda p_2 \quad (2)$$

$$\frac{\partial L}{\partial \lambda} = 2000 - x_1 p_1 - x_2 p_2 \stackrel{!}{=} 0 \quad (3)$$

Division von (1) und (2)

$$\frac{0.5 x_1^{-0.5} x_2^{0.5}}{0.5 x_1^{0.5} x_2^{-0.5}} = \frac{\lambda p_1}{\lambda p_2} \Leftrightarrow \frac{x_2}{x_1} = \frac{p_1}{p_2} \Rightarrow x_2 p_2 = x_1 p_1 \Rightarrow x_1 = x_2 \frac{p_2}{p_1} \quad (4)$$

(4) in (3)

$$\Rightarrow 2000 - p_1 x_2 \frac{p_2}{p_1} - p_2 x_2 = 0$$

$$\Rightarrow 2000 = x_2 p_2 + x_2 p_2 \Rightarrow 2000 = 2 x_2 p_2 \Rightarrow x_2 = \frac{1000}{p_2}$$

Aufgabe 2.2

$$U = x_1^{0.6} x_2^{0.4}$$

$$200 = x_1 \cdot 2 + x_2 \cdot 4$$

$$\Leftrightarrow 0 = 200 - 2x_1 - 4x_2$$

$$L = x_1^{0.6} x_2^{0.4} + \lambda (200 - 2x_1 - 4x_2)$$

$$\frac{\partial L}{\partial x_1} = 0.6 x_1^{-0.4} x_2^{0.4} + (-2\lambda) \stackrel{!}{=} 0 \Rightarrow 0.6 x_1^{-0.4} x_2^{0.4} = 2\lambda \quad (1)$$

$$\frac{\partial L}{\partial x_2} = 0.4 x_1^{0.6} x_2^{-0.6} + (-4\lambda) \stackrel{!}{=} 0 \Rightarrow 0.4 x_1^{0.6} x_2^{-0.6} = 4\lambda \quad (2)$$

(1) durch (2)

$$\frac{0.6}{0.4} \cdot \frac{x_1^{-0.4} x_2^{0.4}}{x_1^{0.6} x_2^{-0.6}} = \frac{2\lambda}{4\lambda} \Rightarrow 1.5 \frac{x_2}{x_1} = \frac{1}{2} \Rightarrow x_1 = 3x_2$$

$$\Rightarrow x_2 = \frac{1}{3} x_1 \quad (4)$$

(4) in (3)

$$200 - 2x_1 - \frac{4}{3}x_1 = 0 \Rightarrow 200 - \frac{10}{3}x_1 = 0$$

$$\frac{\partial L}{\partial \lambda} = 200 - 2x_1 - 4x_2 \stackrel{!}{=} 0 \quad (3)$$

$$\Rightarrow 200 = \frac{10}{3}x_1$$

$$\Rightarrow x_1 = \frac{600}{10} = 60$$

$$x_1 = 3x_2 = 60 \Rightarrow x_2 = 20$$

Elastizitäten

Preis elastizität der Nachfrage:

$$E_{p,y} = - \frac{\frac{\partial y}{y}}{\frac{\partial p}{p}} = \frac{\text{Änderung Nachfrage}}{\text{Änderung Preis}}$$

Bsp.: Vorher: $p=2, y=10, E_{p,y}=2$

nachher: $p=1, y=20$

$$E_{p,y} = - \frac{\frac{\partial y}{y}}{\frac{\partial p}{p}} = - \frac{\partial y}{\partial p} \cdot \frac{p}{y}$$

elastisch: $E > 1 \rightarrow p \uparrow \Rightarrow y \downarrow \downarrow$
 $p \downarrow \Rightarrow y \uparrow \uparrow$

unelastisch: $0 < E < 1 \rightarrow p \uparrow \uparrow \Rightarrow y \downarrow$
 $p \downarrow \downarrow \Rightarrow y \uparrow$

Giffen Gut: $E < 0 \rightarrow p \uparrow \Rightarrow y \uparrow$
 $p \downarrow \Rightarrow y \downarrow$

p Preis
y Nachfrage

Grenzfälle: $\epsilon = 0$ starre Nachfrage

$\epsilon = \infty$ unendliche Elastizität (unendlich elastische Nachfrage)

Γ für uns relevant: elastische und unelastische

Aufgabe 2.3

$$D(p) = 30 - 6p =: y \Rightarrow \frac{\partial y}{\partial p} = -6$$

$$D(1) = 24 = y(p=1)$$

$$\underline{p=1} \quad \epsilon_{y,p} = -(-6) \cdot \frac{1}{24} = \frac{1}{4}$$

sagt aus, wieviel Prozent Änderung bei 1% Änderung von p

$$\underline{p=4} \quad \epsilon_{y,p} = 6 \cdot \frac{4}{6} \quad y(p=4) = D(4) = 6$$

= 4 ← elastischer Fall

Kreuzpreis elastizität ← ohne Minus!

$$\epsilon_{p_2, y_1} = \frac{\partial y_1 / y_1}{\partial p_2 / p_2} = \frac{\partial y_1}{\partial p_2} \cdot \frac{p_2}{y_1}$$

Substitute: $\epsilon_{p_2, y_1} > 0$ (Ersatzprodukte)

Komplemente: $\epsilon_{p_2, y_1} < 0$

Aufgabe 2.4

Gut 1	Gut 2	Nachfrageveränderung bei Gut 2	
Margarine	Butter	0,81	> 0 } Substitute
Schweinefleisch	Rindfleisch	0,28	
Glühwein	Kopfschmerztabletten	-0,1	< 0 } komplement

Aufgabe 2.5

Γ Marktnachfragefunktion: durch y bestimmt (erstmal Gesamtnachfrage)
 $y(p) \Rightarrow p(y)$

rechnerisch

$$y_1 = 2 - \frac{1}{2}p \Rightarrow p = 4 - 2y_1$$

$$y_2 = 5 - \frac{5}{2}p \Rightarrow p = 2 - \frac{2}{5}y_2$$

$$y_3 = 3 - \frac{1}{2}p \Rightarrow p = 6 - 2y_3$$

i=1,2,3
maximaler Preis bei dem Konsument i kauft

$6 \geq p > 4$: nur Individuum 3 kauft

$$p = 6 - 2y \quad (1)$$

$4 \geq p > 2$: Individuen 1 und 3 kaufen

$$\Rightarrow y_{\text{ges}} = y_1 + y_3 = 2 - \frac{1}{2}p + 3 - \frac{1}{2}p = 5 - p$$

$$\Rightarrow p = 5 - y_{\text{ges}} \quad (2)$$

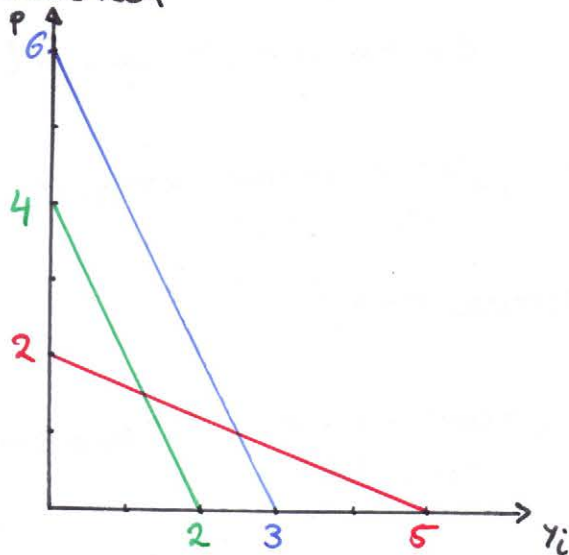
$p \leq 2$: Alle drei Individuen kaufen

$$y_{\text{ges}} = y_1 + y_2 + y_3 = 2 - \frac{1}{2}p + 5 - \frac{5}{2}p + 3 - \frac{1}{2}p$$

$$= 10 - \frac{7}{2}p$$

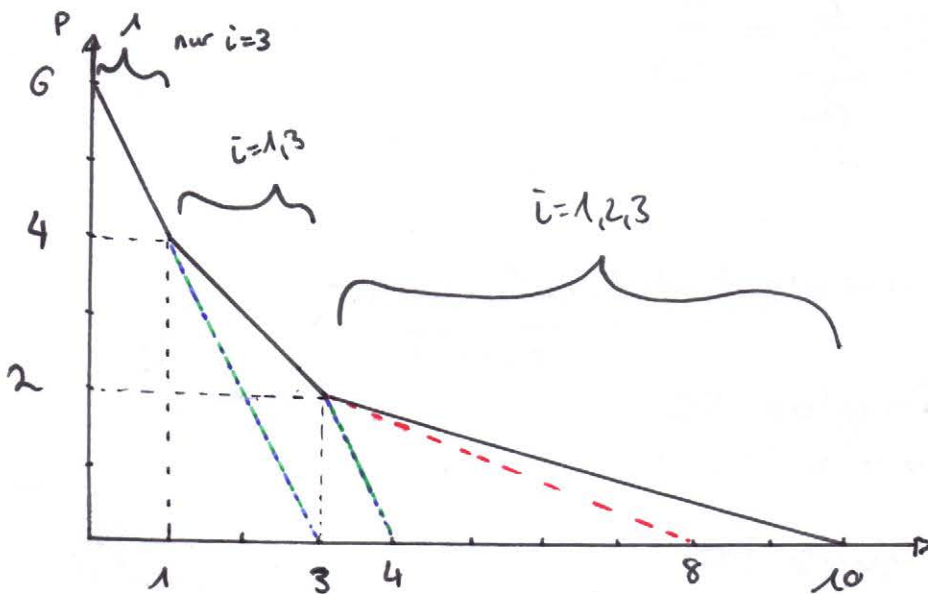
$$\Rightarrow p = \frac{20}{7} - \frac{2}{7}y_{\text{ges}} \quad (3)$$

Zeichnerisch



Zuerst einzelne zeichnen

$i=1; i=2; i=3$



↑
jeweils den Verlauf für $i=1$, bzw $i=3$ gestrichelt eingezeichnet, dann addiert zur schwarzen durchgezogenen Linie (bis p einen Wert erreicht, dass noch ein Individuum kauft)

Technologie: $y(k, L)$ oder $y(x_1, x_2)$

$k \hat{=}$ Kapital/Maschine
 $L \hat{=}$ Arbeit(er)

output ↑
input ↑

partielle Faktorvariation: $\bar{k}$, L wird variiert
(FV) $\Rightarrow$ Änderung von y
konstant

totale Faktorvariation: k und L um λ verändert
 $\Rightarrow$ Änderung von y

isoquante Faktorvariation: $\bar{y}$ $\Rightarrow$ Änderung von x_1 und x_2
const. (k) (L)

DP := Durchschnittsprodukt: $\frac{y}{L}$; „wieviel y entsteht aus L ?“

GP := Grenzprodukt: $\frac{\partial y}{\partial L}$; „wieviel Δy bei Veränderung von L ?“

PE := Produktionselastizität: $\frac{\frac{\partial y}{\partial L}}{\frac{y}{L}}$; „wieviel Prozent mehr y , bei 1% mehr L ?“

Grenzrate der Substitution (bei isoquanten FV)

$$\frac{\partial k}{\partial L} = - \frac{\frac{\partial y}{\partial L}}{\frac{\partial y}{\partial k}} = - \frac{GP_L}{GP_k}$$

„wieviel weniger k für eine Einheit mehr L ?“

$$PE: \frac{\frac{\partial y}{\partial L}}{\frac{y}{L}} = \underbrace{\frac{\partial y}{\partial L}}_{GP} \cdot \underbrace{\frac{L}{y}}_{\frac{1}{DP}} = \frac{GP}{DP}$$

Aufgabe 3.1

a) I.) Substitutionale Produktionsfunktion
 $=: PF$

II.) Cobb-Douglas-PF
 $y = x_1^{\alpha_1} x_2^{\alpha_2}$

III.) Limitationale PF

Bsp.: $y = \min(2; 2,5) \Rightarrow y = 2$
 $k=2, L=5$
1.2 0.5.5

b) GP: $\frac{\partial y}{\partial L}$

I.) $\frac{\partial y}{\partial L} = 2$

II.) $\frac{\partial y}{\partial L} = 0,5 k^{0,5} L^{-0,5}$

III.) $\frac{\partial y}{\partial L} = 0 \vee 0,5$

DP: $\frac{y}{L}$

I.) $\frac{y}{L} = \frac{k+2L}{L} = \frac{k}{L} + 2$

II.) $\frac{y}{L} = \frac{k^{0,5} L^{0,5}}{L} = k^{0,5} L^{-0,5}$

III.) $\frac{y}{L} = \frac{\min(k; 0,5L)}{L}$

c) Grenzrate der technischen Substitution:

$$-\frac{GP_2}{GP_1} = + \frac{\partial L}{\partial k}$$

alternativ geht hier auch $\frac{\partial k}{\partial L}$, das nicht genau angegeben

$$\frac{\partial k}{\partial L} = - \frac{GP_L}{GP_k}$$

I.) $GP_k = \frac{\partial y}{\partial k} = 1 \Rightarrow - \frac{GP_L}{GP_k} = - \frac{2}{1} = -2$

II.) $GP_k = 0,5 k^{-0,5} L^{0,5}$

$$-\frac{GP_L}{GP_k} = - \frac{0,5 k^{0,5} L^{-0,5}}{0,5 k^{-0,5} L^{0,5}} = - \frac{k}{L}$$

d) Skalenerträge =: SE

SE = 1 (konstant): konstante SE, bei λ -fachem k und L , auch λ -faches y

SE > 1: steigende SE, bei λ -fachem k und L , y um mehr als λ angestiegen

SE < 1: fallende SE

eben: $\epsilon_{x_1} = \frac{\frac{\partial y}{y}}{\frac{\frac{\partial x_1}{x_1}}{x_1}} \quad \begin{matrix} y + 0,5\% \\ x_1 + 1\% \end{matrix}$

$\epsilon_{x_2} = \frac{\frac{\partial y}{y}}{\frac{\frac{\partial x_2}{x_2}}{x_2}} \quad \begin{matrix} y + 0,5\% \\ x_2 + 1\% \end{matrix}$

SE = $\epsilon_{x_1} + \epsilon_{x_2}$

$$I.) \quad \varepsilon_L = \frac{\frac{\partial y}{y}}{\frac{\partial x_1}{x_1}} = \frac{GP_L}{DP_L} = \frac{2}{\frac{k+2L}{L}} = \frac{2L}{k+2L}$$

$$\varepsilon_k = \frac{GP_k}{DP_k} = \frac{1}{\frac{k+2L}{k}} = \frac{k}{k+2L}$$

$$SE = \varepsilon_L + \varepsilon_k = \frac{2L}{k+2L} + \frac{k}{k+2L} = 1 \quad \Rightarrow \text{konstante SE!}$$

$$\Gamma_{y(2k, 2L)} = 2k + 2 \cdot 2L = 2(k+2L) = 2y(k, L)$$

$$II.) \quad \varepsilon_L = \frac{GP_L}{DP_L} = 0,5$$

$\rightarrow$ kann man bei CD-Fkt. am Exponenten ablesen

$$\varepsilon_k = \frac{GP_k}{DP_k} = 0,5$$

$$SE = 0,5 + 0,5 = 1 \Rightarrow \text{konstante SE!}$$

III.) aus Überlegung folgt: $SE = 1$
 $\Rightarrow$ konstante SE!

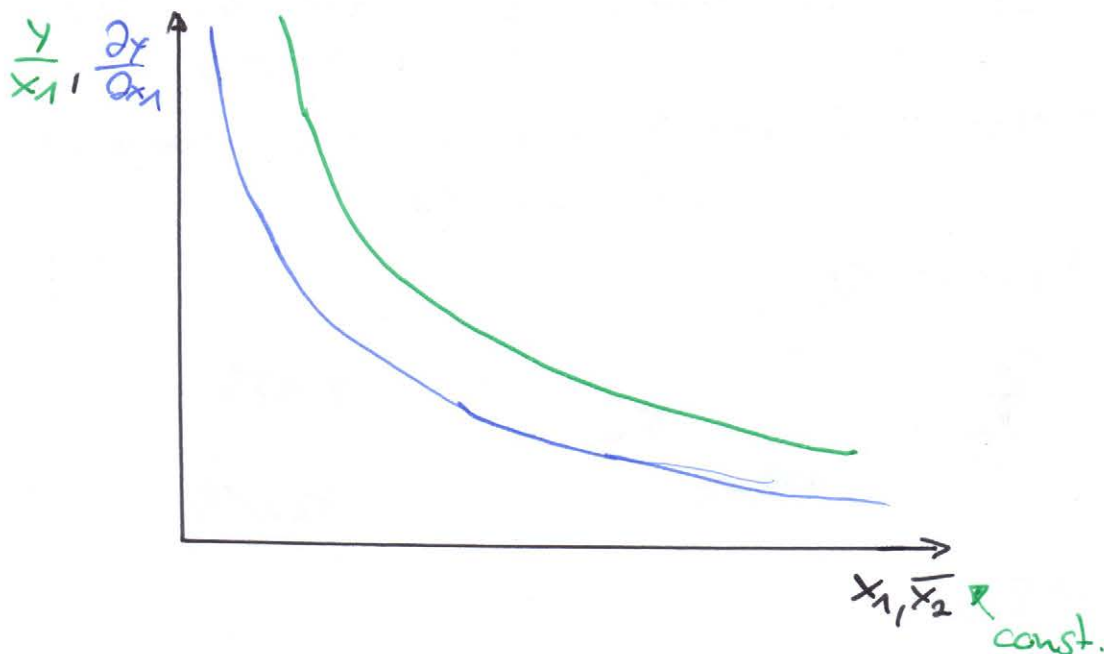
Aufgabe 3.2

$$y = x_1^{0,4} x_2^{0,5}$$

$$1.) \quad GP_{x_1} = 0,4 x_1^{-0,6} x_2^{0,5}$$

$$2.) \quad DP_{x_1} = \frac{y}{x_1} = x_1^{-0,6} x_2^{0,5}$$

$$3.) \quad PE_{x_1} = \frac{GP_{x_1}}{DP_{x_1}} = 0,4$$



Aufgabe 3.3

$\frac{Y}{L}$ (ist gesucht)

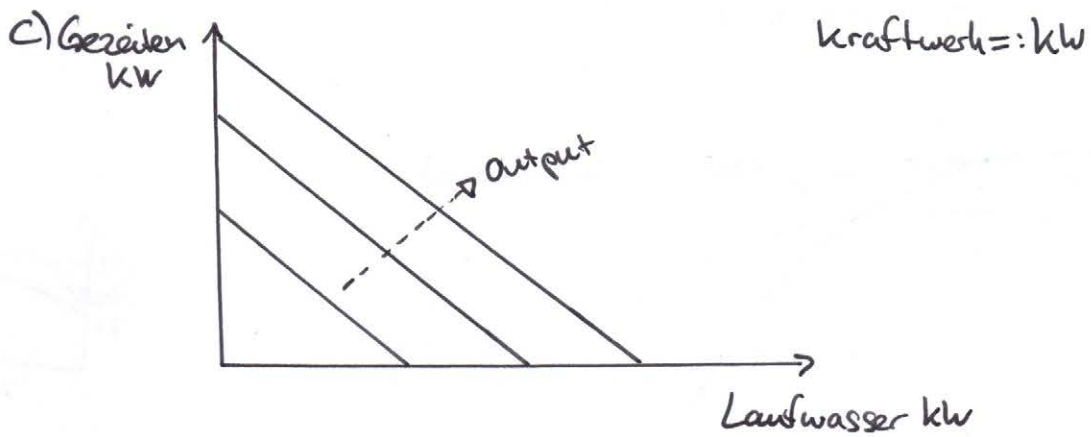
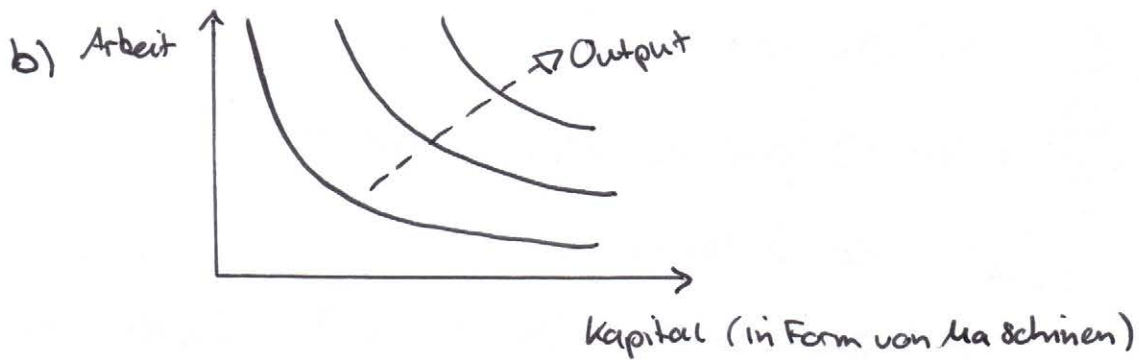
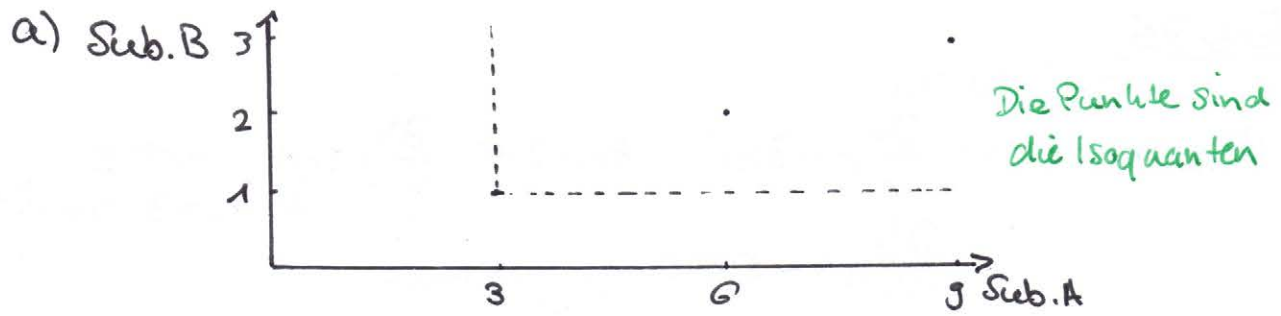
a) $\frac{5000}{2} = 2500$

b) $\frac{8000}{4} = 2000$

Bäckerei muss Kapitaleinsatz erhöhen, d.h.
zusätzliche Öfen / Spritzmaschinen kaufen
⇒ Produktivität hängt entscheidend vom
Kapitaleinsatz ab.

Aufgabe 3.4

y wird konstant gehalten



Aufgabe 3.5

A-B: A und k verdoppeln sich $\lambda = 2$

y erhöht sich aber um das 2,5-fache

$$\Rightarrow h = SE > 1$$

B-C: A und k: $\lambda = 2,25$

$$y: \lambda_y = 2,4$$

$$\Rightarrow h > 1$$

C-D: A und k: $\lambda = 1,4$

$$y: \lambda_y = 1,35$$

$$\Rightarrow h < 1 \quad \text{sinkende SE}$$

D-E: A und k: $\lambda = 2$

$$y: \lambda_y = 2$$

$$\Rightarrow h = 1 \Rightarrow \text{konstante SE}$$

Aufgabe 3.6

$$y = -x_1^3 + 9x_1^2 + 21x_1$$

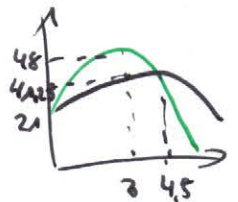
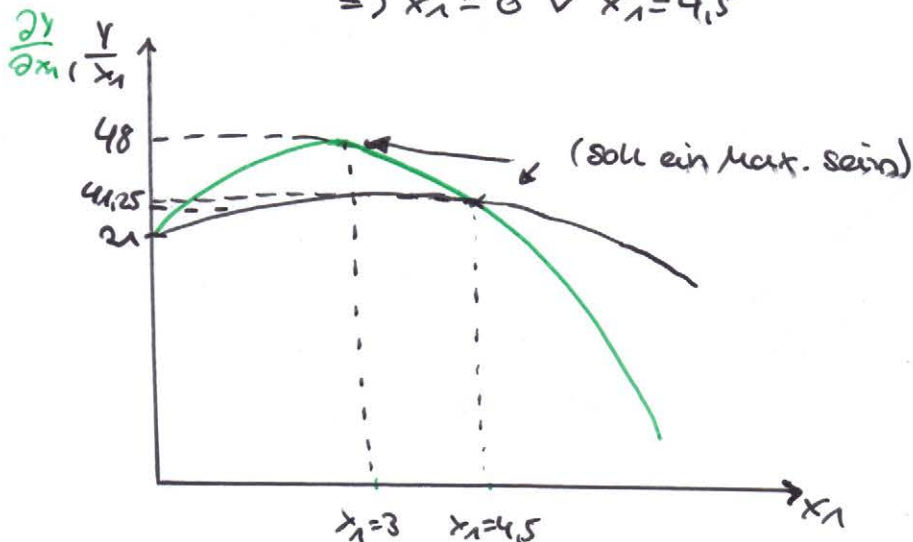
a) GP_{x_1} berechnen: $\frac{\partial y}{\partial x_1} = -3x_1^2 + 18x_1 + 21$ $\frac{\partial^2 y}{(\partial x_1)^2} = -6x_1 + 18 \stackrel{!}{=} 0$
 $\Rightarrow x_1 = 3 \Rightarrow y = 48$
 $\frac{\partial^3 y}{(\partial x_1)^3} = -6 < 0 \Rightarrow \text{Maximum}$

$$DP_{x_1}: \frac{y}{x_1} = -x_1^2 + 9x_1 + 21$$

$$\frac{\partial \frac{y}{x_1}}{\partial x_1} = -2x_1 + 9 \stackrel{!}{=} 0 \Rightarrow x_1 = 4,5 \Rightarrow y = 41,25$$

$$\frac{\partial^2 \frac{y}{x_1}}{(\partial x_1)^2} = -2 < 0 \Rightarrow \text{Maximum}$$

$$GP_{x_1} = DP_{x_1}: -x_1^2 + 9x_1 + 21 = -3x_1^2 + 18x_1 + 21 \Leftrightarrow 2x_1^2 - 9x_1 = 0 \Leftrightarrow x_1(x_1 - 4,5) = 0$$
$$\Rightarrow x_1 = 0 \vee x_1 = 4,5$$



Aufgabe 3.7

$$y = \frac{1}{2} x_1^{\frac{1}{5}} x_2^{\frac{4}{5}}$$

allgemein: $K(x_1, x_2) = p_1 x_1 + p_2 x_2 \stackrel{\text{hier}}{=} x_1 + 8x_2$

gesucht

$$\Rightarrow x_1(y), x_2(y)$$

vorher mit Lagrange $L = \dots$

$$\boxed{\frac{GP1}{GP2} = \frac{p_1}{p_2}}$$

Grenzrate der Substitution

$$GP1: \frac{\partial y}{\partial x_1}$$

a) GP für DF nach x_1 : $\frac{1}{10} x_1^{-\frac{4}{5}} x_2^{\frac{4}{5}}$

$$\text{nach } x_2: \frac{4}{10} x_1^{\frac{1}{5}} x_2^{-\frac{1}{5}}$$

$$\frac{\frac{1}{10} x_1^{-\frac{4}{5}} x_2^{\frac{4}{5}}}{\frac{4}{10} x_1^{\frac{1}{5}} x_2^{-\frac{1}{5}}} = \frac{1}{8} \left(\frac{p_1}{p_2} \right)$$

$$\Rightarrow \frac{1}{4} \frac{x_2}{x_1} = \frac{1}{8} \Rightarrow x_1 = 2x_2 \Leftrightarrow x_2 = \frac{1}{2} x_1 \quad | \text{einsetzen in DF}$$

$$\Rightarrow y(x_2) = \frac{1}{2} (2x_2)^{\frac{1}{5}} x_2^{\frac{4}{5}}$$

$$y = \frac{1}{2} \cdot 2^{\frac{1}{5}} x_2 = 2^{-1} \cdot 2^{\frac{1}{5}} x_2 = 2^{-\frac{4}{5}} x_2$$

$$\Rightarrow x_2 = 2^{\frac{4}{5}} y \quad (\text{Faktor einsetzfunktion [FEF] für } x_2)$$

$$\Rightarrow y(x_1) = \frac{1}{2} x_1^{\frac{1}{5}} \left(\frac{1}{2} x_1 \right)^{\frac{4}{5}} = x_1 \cdot 2^{-1} (2^{-1})^{\frac{4}{5}} = x_1 \cdot 2^{-\frac{9}{5}}$$

$$\Rightarrow x_1 = 2^{\frac{9}{5}} y$$

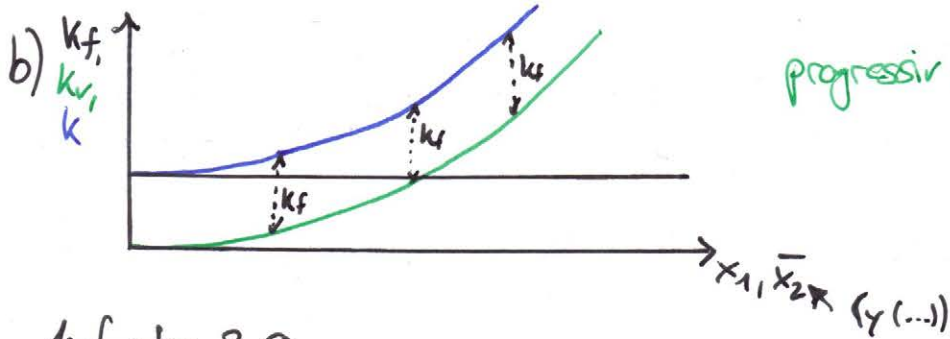
$$b) K(x_1, x_2) = \underbrace{x_1}_{\text{FEF}(x_1)} + 8 \underbrace{x_2}_{\text{FEF}(x_2)} \rightarrow K(y)$$

$$K(y) = 2^{\frac{9}{5}} y + 8 \cdot 2^{\frac{4}{5}} y = (2^{\frac{9}{5}} + 2^{\frac{19}{5}}) y$$

Aufgabe 3.8

a) Fixe Kosten: unabhängig von y (Output)

variable Kosten: abhängig von y



Aufgabe 3.9

$$K(y) = \underbrace{2y^3 - 16y^2 + 36y}_{\text{variable Kosten}} + \underbrace{15}_{\text{Fixkosten}}$$

(durchschnittlich: geteilt durch y)

a) durchschnittliche variable Kosten:

$$\frac{2y^3 - 16y^2 + 36y}{y} = 2y^2 - 16y + 36 =: k_v$$

durchschnittliche Fixkosten:

$$\frac{15}{y}$$

totale Durchschnittskosten:

$$\frac{K(y)}{y} = 2y^2 - 16y + 36 + \frac{15}{y} =: k$$

Grenzkosten:

$$\frac{\partial K}{\partial y} = 6y^2 - 32y + 36$$

b) $K_v = 2y^2 - 16y + 36$

$$\frac{\partial K_v}{\partial y} = 4y - 16 \stackrel{!}{=} 0 \Rightarrow y = 4$$

$$\Gamma \frac{\partial^2 K_v}{(\partial y)^2} = 4 > 0 \Rightarrow \text{Minimum}$$

$$K_v(4) = 2 \cdot 16 - 16 \cdot 4 + 36 = 32 - 64 + 36 = 4$$

durchschnittliche totale Kosten für $y=4$:

$$K(4) = 2 \cdot 16 - 16 \cdot 4 + 36 + \frac{15}{4} = 4 + \frac{15}{4} = \frac{31}{4} = 7,75$$

Grenzkosten:

$$\frac{\partial K}{\partial y} = 6y^2 - 32y + 36$$

$$\Rightarrow 6 \cdot 16 - 32 \cdot 4 + 36 = 96 - 128 + 36 = 4$$

c) (betrachte Gewinn = 0)

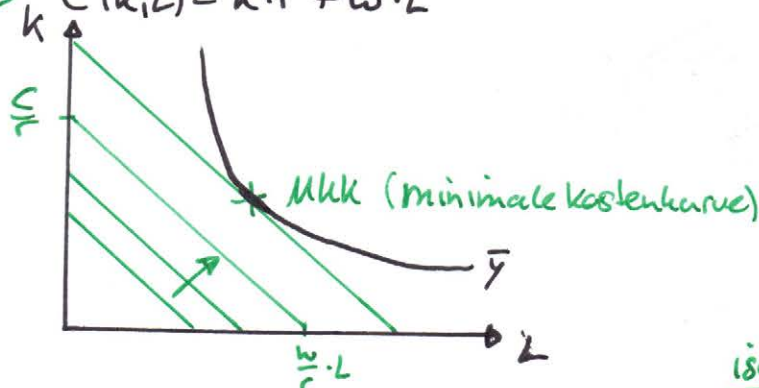
Merke: Grenzkosten sind kurzfristig ab Betriebs(/Preis-)minimum,
langfristig ab Betriebsoptimum gleich der Angebotskurve

Aufgabe 3. lo

$$y = k^{0.4} L^{0.6} \quad \text{Produktionsfunktion}$$

kostenfkt. $\Rightarrow C(k, L) = k \cdot r + w \cdot L$

isoquante Faktor-
variation



Kostenfunktion nach k auflösen

$$\Rightarrow \underline{k} = \frac{C}{r} - \frac{w}{r} \cdot L$$

1. Kostengleichung $\rightarrow$ nach k auflösen

je höher die Gesamtkosten C sind, desto mehr verschiebt
sich die Kurve parallel nach oben ($\nearrow$)

Gesucht: Minimalkostenkombination:

Minimiere Kosten bei gegebener Outputproduktion $\bar{y}$
 $\rightarrow$ Schnittpunkt zwischen Isoquante („ $\bar{y}$ “) und
 Isokostenkurve gesucht die bei der Isokostenkurve
 möglichst nah am Koordinatenursprung sein soll
 ($\hat{=}$ nur ein gemeinsamer Punkt)

b) $\frac{w}{r} \quad \text{Ikk: } k = \frac{C}{r} - \frac{w}{r} \cdot L$

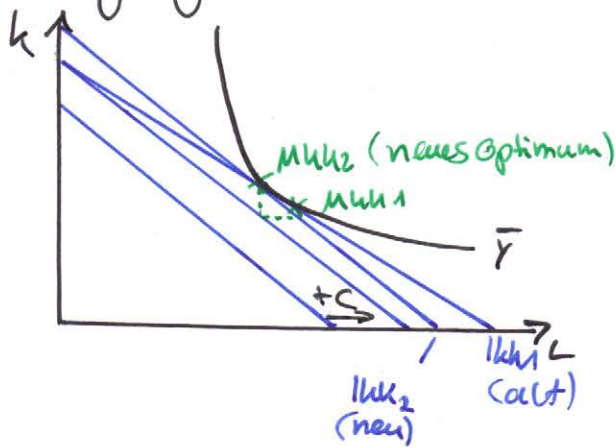
$\rightarrow \frac{w}{r}$ ist die Steigung der Ikk

$\rightarrow \frac{w}{r}$ ebenfalls Steigung der Tangente in Mkk!

$$\frac{GP1}{GP2} = \frac{w}{r}$$

$$\left| \frac{\partial k}{\partial L} \right| = \frac{w}{r}$$

c) w^A
 $\rightarrow$ Steigung der Isokostenkurve wird größer



Aufgabe 3.11

a) $y = \min(4x_1; 2x_2)$

$1 = \min(4 \cdot \underbrace{0,25}_{x_1}; 2 \cdot \underbrace{0,5}_{x_2})$ bei $y=1$

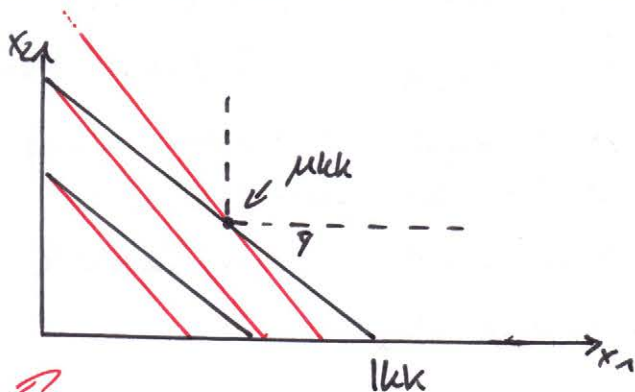
gesucht: $y=200$

$4x_1 = 200 \quad \wedge \quad 2x_2 = 200$

$\Rightarrow x_1 = 50 \quad \wedge \quad x_2 = 100$

$K(x_1, x_2) = 2x_1 + x_2 \Rightarrow K(50, 100) = 2 \cdot 50 + 100 = 200$

Kostenminimales Faktoreinsatzverhältnis:



$G = p_r \cdot y - K(x_1, x_2) = 4 \cdot 200 - 200 = 600$

b) bei "teureren" x_1

Weiterhin kostenminimale Faktorkombination bei $x_1=50$ und $x_2=100$

$\Rightarrow K=250, G=550$

Micro
Tut 5
-11- Aufgabe 3.12

$$y = 100 r_1^{0.1} r_2^{0.5}$$

$$K = 4r_1 + 5r_2$$

$$L = 4r_1 + 5r_2 + \lambda (y - 100r_1^{0.1} r_2^{0.5})$$

$$= 4r_1 + 5r_2 + \lambda (200 - 100r_1^{0.1} r_2^{0.5})$$

$$| y = 200$$

$$\frac{\partial L}{\partial r_1} = 4 - \lambda \cdot 10 r_1^{-0.9} r_2^{0.5} \stackrel{!}{=} 0 \quad (1)$$

$$\frac{\partial L}{\partial r_2} = 5 - \lambda \cdot 50 r_1^{0.1} r_2^{-0.5} \stackrel{!}{=} 0 \quad (2)$$

$$\frac{\partial L}{\partial \lambda} = 200 - 100 r_1^{0.1} r_2^{0.5} \stackrel{!}{=} 0 \quad (3)$$

Division (1) durch (2)

$$\frac{P_1}{P_2} \quad \frac{4}{5} = \frac{10 r_1^{-0.9} r_2^{0.5}}{50 r_1^{0.1} r_2^{-0.5}} \quad \left. \begin{array}{l} \text{GP}_1 \\ \text{GP}_2 \end{array} \right\}$$

$$\Rightarrow \frac{4}{5} = \frac{1}{5} \cdot \frac{r_2}{r_1} \Rightarrow 4 = \frac{r_2}{r_1} \Rightarrow r_2 = 4r_1 \quad (4)$$

$$\Leftrightarrow r_1 = \frac{1}{4} r_2$$

(4) in (3) einsetzen

$$\Rightarrow \frac{\partial L}{\partial \lambda} = 200 - 100 r_1^{0.1} r_2^{0.5} \stackrel{!}{=} 0$$

$$\Rightarrow 200 - 100 r_1^{0.1} r_2^{0.5} \cdot 4^{0.5} \stackrel{!}{=} 0$$

$$\Rightarrow 200 = 100 \cdot \underbrace{4^{0.5}}_2 \cdot r_1^{0.1} \cdot r_1^{0.5} \quad | :200$$

$$\Rightarrow 1 = r_1^{0.6}$$

$$\Rightarrow r_1 = 1 \Rightarrow 4r_1 = r_2 = 4$$

$$y = 100 \cdot 1^{0.1} \cdot 4^{0.5} = 100 \cdot 1 \cdot 2 = 200$$

$$K(1,4) = 4 \cdot 1 + 5 \cdot 4 = 24 \quad (\text{€})$$

Tut 6 Güterangebot im Marktgleichgewicht in Märkten mit vollständiger Konkurrenz

08.12.2011

- unendlich viele Nachfrager und Anbieter

- homogenes Produkt

- Gewinn: $G = p \cdot y - k(y)$

$$\Rightarrow 0 = p - k'(y)$$

$$\Rightarrow k'(y) = p$$

(optimieren $\Rightarrow$ Ableiten)

(& keine Einstiegs-/Ausstiegs-kosten)

Angebotskurve = Grenzkosten

kurzfristig: $GK \geq k_v$ Stüchkosten müssen gedeckt sein
- variable Kosten

langfristig: $GK \geq k$ totale Durchschnittskosten müssen gedeckt sein
 $\rightarrow$ langfristig muss der Gewinn der Unternehmen gleich Null sein.

Aufgabe 4a.1

a) $k(y_i) = 2y_i^2 + 6y_i + 18$

GK

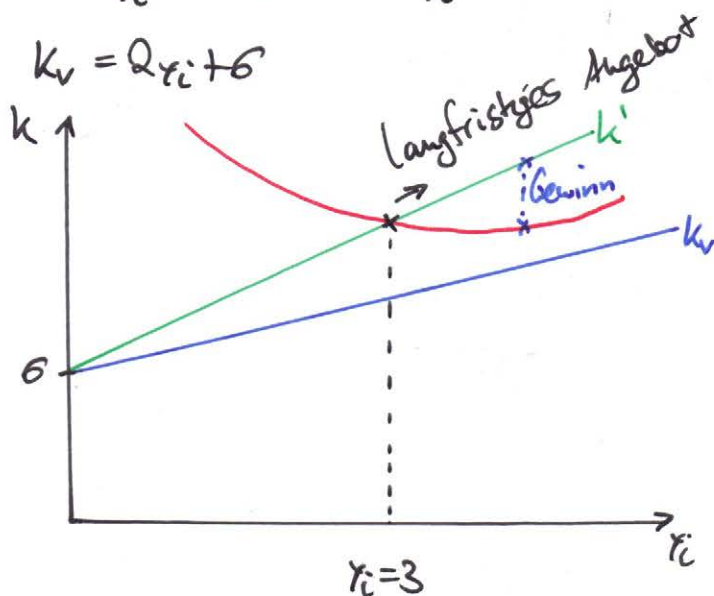
$$\frac{\partial k}{\partial y_i} = 4y_i + 6$$

Stückkosten

$$k = \frac{k}{y_i} = 2y_i + 6 + \frac{18}{y_i}$$

Var. Kosten

$$k_v = 2y_i + 6$$



b) Die Marktform kann der vollständigen Konkurrenz zugeordnet werden.

$\Rightarrow$ im Gewinnoptimum $p = k'$

und $k''(y) > 0 \hat{=}$ steigende Grenzkosten

$$y_i \rightarrow y$$

$$K(y_i) = 2y_i^2 + 6y_i + 18$$

$$K'(y_i) = 4y_i + 6 \quad (\text{kurzfristige Angebotsfunktion f\u00fcr ein Unternehmen})$$

$$\Rightarrow 4y_i = K'(y_i) - 6$$

$$y_i = 0,25 K'(y_i) - 1,5$$

$$Y = \sum_{i=1}^{100} y_i = 25 K'(Y) - 150 \quad Y \leq \text{Gesamtooutput}$$

$$\Rightarrow K'(Y) = 0,04 Y + 6$$

Frage: kurzfristig: $0 \leq Y < 300$

langfristig: $Y > 300$

c) Es gilt: Angebot = Nachfrage

$$0,04 Y + 6 = 42 - 0,05 Y$$

$$0,09 Y = 36$$

$$\Rightarrow Y^* = 400$$

$$\Rightarrow P^* = 42 - 0,05 Y^* = 42 - 0,05 \cdot 400 = 22$$

$$y_i = \frac{Y^*}{\# \text{Unternehmen}} = \frac{400}{100} = 4$$

$$K(4) = 2 \cdot 4^2 + 6 \cdot 4 + 18 = 32 + 24 + 18 = 74$$

$$G(Y) = P \cdot Y - K(Y)$$

$$= 88 - 74 = 14$$

d) 101 Unternehmen

→ neue Angebotsfunktion

$$\Rightarrow Y = \sum_{i=1}^{101} y_i$$

$$\Rightarrow Y = 25,25 K'(Y) - 151,5$$

$$\Rightarrow K'(Y) = 0,0396 Y + 6 \stackrel{!}{=} A$$

Gleichgewicht auf dem Markt:

$$A = N$$

$$0,0396 Y^* + 6 = 42 - 0,05 Y^* \Rightarrow 0,0896 Y^* = 36 \Rightarrow Y^* = 401,486$$

$$P^* = 21,911$$

$$y_i = \frac{Y^*}{101} = 3,978$$

$$G(3,978) = \underbrace{21,911 \cdot 3,978}_{p \cdot y_i} - \underbrace{2 \cdot 3,978^2 - 6 \cdot 3,978 - 18}_{k(3,978)}$$

$$= 13,645 > 0$$

e) Gewinn wird $= 0$ sein im langfristigen Gleichgewicht

$\rightarrow$ es gilt: $p^* = k'$

$$p^* = 4y_i + 6$$

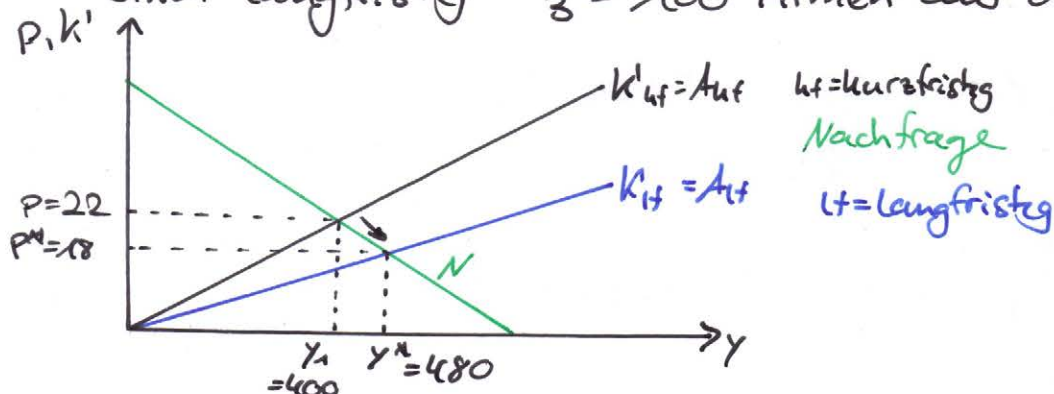
mit $y_i = 3$ da dort Schnittpunkt [SP] von Grenzkosten k' und totaler Durchschnittskosten k

$$\Rightarrow p^* = 4 \cdot 3 + 6 = 18$$

$$p = 42 - 0,05y \Rightarrow 18 = 42 - 0,05y$$

$$\Rightarrow y^* = 480 \quad (\text{ist die Marktmenge})$$

Da bei $p^* = 18$ jedes Unternehmen $y_i = 3$ produziert, sind langfristig $\frac{480}{3} = 160$ Firmen auf dem Markt.



$$y_1 = 400, \quad p_1 = 22 \rightarrow y^* = 480, \quad p^* = 18$$

Aufgabe 4a.2

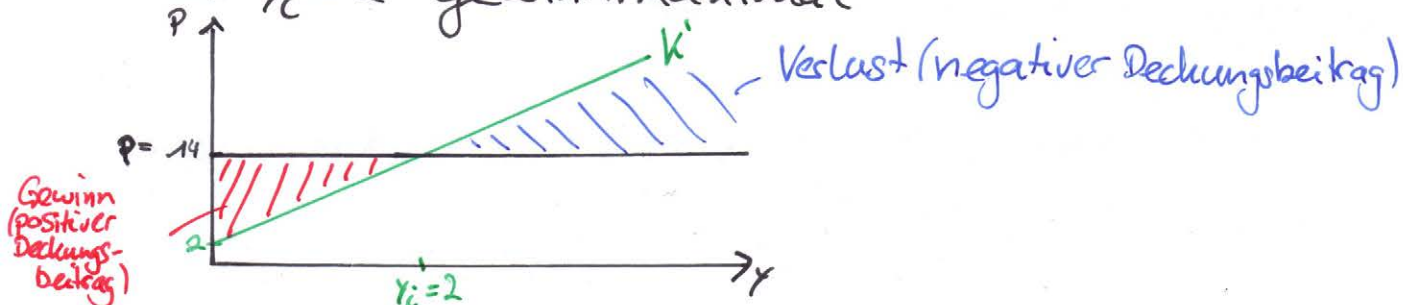
$$p = k'$$

$$\Rightarrow k'(y_i) = 6y_i + 2; \quad p = 14$$

$$\Rightarrow 14 = 6y_i + 2 \Rightarrow y_i = 2$$

$k'(y_i) = 6 > 0$ steigende Grenzkosten

$\Rightarrow y_i = 2$ gewinnmaximal



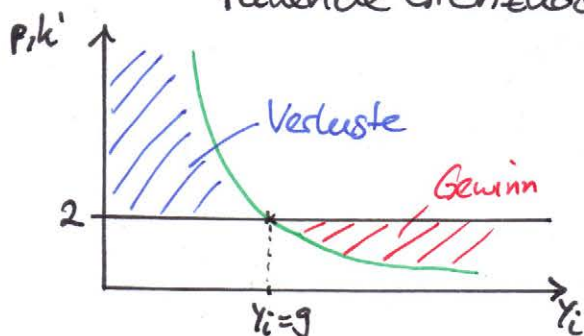
Aufgabe 4a.3

$$p = k'(y_i) \Rightarrow k'(y_i) = \frac{6}{\sqrt{y_i}}$$

$$\Rightarrow 2 = \frac{6}{\sqrt{y_i}} \Rightarrow \sqrt{y_i} = 3 \Rightarrow y_i = 9$$

$$k''(y_i) = (6 \cdot y_i^{-0.5})' = -3 y_i^{-1.5} < 0$$

fallende Grenzkosten (GK)!



$y_i = 9$ ist Verlustmaximum

$$p = 2$$

$$G = 2 \cdot y_i - 12 y_i^{0.5} \quad (\text{Kostenfkt.})$$

$$0 = 2 y_i - 12 y_i^{0.5} \Rightarrow 12 \sqrt{y_i} = 2 y_i \Rightarrow \sqrt{y_i} = 6 \Rightarrow y_i = 36$$

$\Rightarrow$ Gewinnmaximum liegt bei $y_i = \infty$ bzw. Kapazitätsgrenze
(wenn diese Grenze > 36 , sonst 0)

Aufgabe 4a.4

	richtig	falsch
A	x	
B		x
C	x	
D	x	
E	x	

(da GK flut) - nur bei VK Modell

($p = k'$)
(langfristig!)

12.12.2011

Aufgabe 4a.5

Produktionsfunktion: $y = x_1^\alpha x_2^{1-\alpha}$

Erlösfunktion: $E = p \cdot y$

$$K = x_1 p_1 + x_2 p_2$$

$$G = p y - x_1 p_1 - x_2 p_2$$

(E-K) | setzen $\bar{x}_2$

$$G = p y - x_1 p_1 - k_{\text{fix}}$$

$k_{\text{fix}} = \text{fixkosten} \quad | \quad G' = 0$

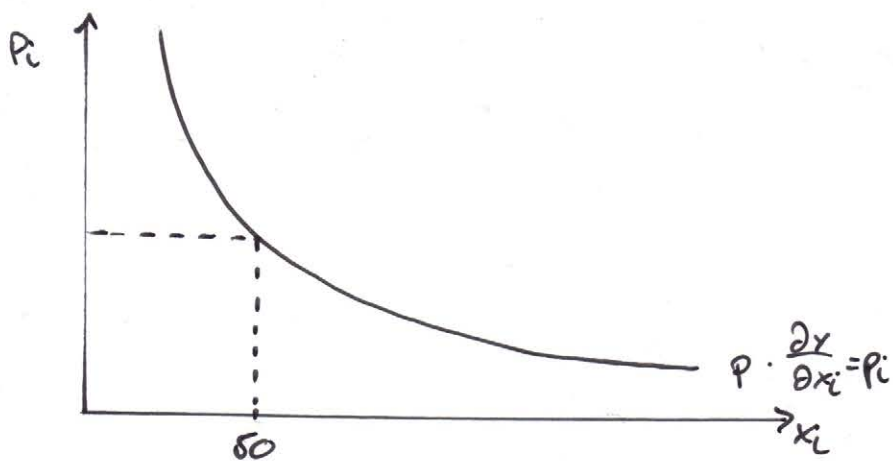
$$0 = p \frac{\partial y}{\partial x_1} - p_1$$

$$0 = p \alpha x_1^{\alpha-1} \bar{x}_2^{1-\alpha} - p_1$$

Gesucht war: $p_1(x_1, \bar{x}_2)$

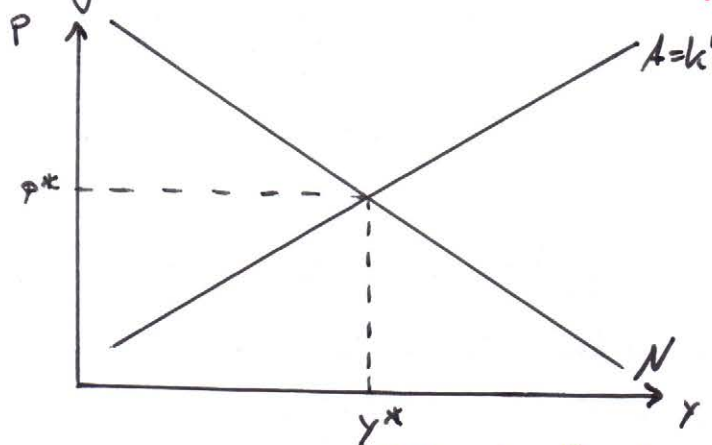
$$p_1(x_1) = p \frac{\partial y}{\partial x_1} = p \alpha x_1^{\alpha-1} \bar{x}_2^{1-\alpha}$$

(p ist hier auch const.)



Bsp mit 50 $\Rightarrow$ gewinnmaximale Menge $\Rightarrow \xi$ einzeichnen, p_i ablesen

Aufgabe 4a.6



Angebotskurve = Grenzkostenkurve
 $A = k'$

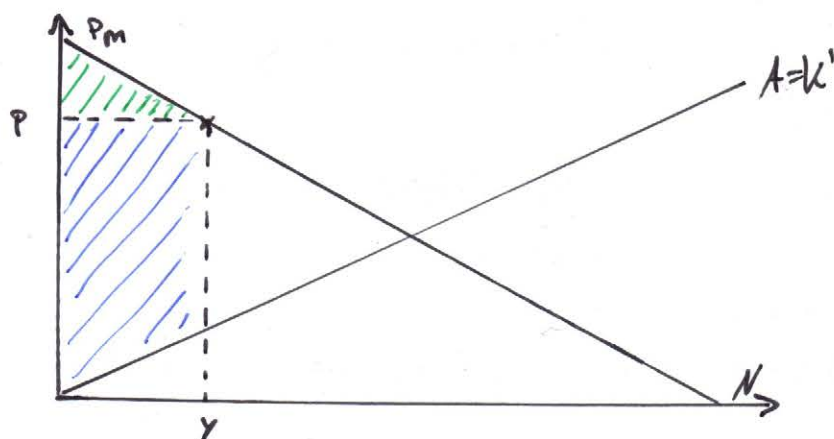
Nachfragekurve N

normale Absatzmenge

- Durch Erdbeben verschiebt sich A nach links
 $\Rightarrow y^* \downarrow, p^* \uparrow$
- A verschiebt sich nach rechts, $k' \downarrow$
 $\Rightarrow y^* \uparrow, p^* \downarrow$
- A bleibt gleich $\Rightarrow y^*, p^*$ unverändert (keine unmittelbare Auswirkungen!)
- Nachfragekurve verschiebt sich nach links
 $\Rightarrow y^* \downarrow, p^* \downarrow$
- Arbeitslosenquote $\Rightarrow N$ nach links verschoben
 $\Rightarrow y^* \downarrow, p^* \downarrow$
- N nach links $\Rightarrow y^* \downarrow, p^* \downarrow$
Musterlösung: A nach links $\Rightarrow y^* \downarrow, p^* \uparrow$
- N nach rechts $\Rightarrow y^* \uparrow, p^* \uparrow$

A, y & p entgegengesetzt

N, y & p parallel



///=KR
///=PR

[KR] **Konsumentenrente:** Differenz zwischen Zahlungsbereitschaft und den realen Ausgaben

[PR] **Produzentenrente:** Differenz zwischen Erlös(en) und ihrer (variablen) Kosten

$$KR = \int_0^{y^*} N dy - p^* \cdot y^* \Rightarrow \text{oft vereinfacht } \frac{1}{2} y^* (p_m - p^*)$$

$$PR = p^* y^* - \int_0^{y^*} A \cdot dy$$

[W] Wohlfahrt = KR + PR

Aufgabe 4a.17

a) $P(N) = 400 - 2y^D$

$P(A) = 3y^S$

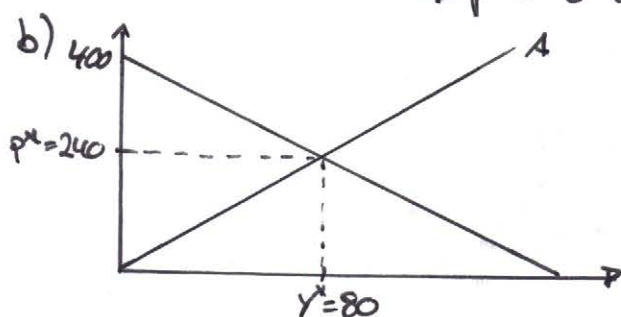
(NF) } (Angebots/Nachfragefunktion)
(AF)

$\Rightarrow$ bei V.K.: $y^S = y^D = y$

NF=AF: $400 - 2y = 3y$

$5y = 400 \Rightarrow y^* = 80$

$\Rightarrow p^* = 3 \cdot 80 = 240$



$$PR = p^* y^* - \int_0^{y^*} A dy = 240 \cdot 80 - \int_0^{80} 3y dy = 19200 - 1,5y^2 \Big|_0^{80} = 9600$$

$$KR = \int_0^{y^*} N dy - p^* y^* = \int_0^{80} (400 - 2y) dy - 19200 = 400 \cdot 80 - 80^2 - 19200 = 6400$$

$$W = PR + KR - SA = 16.000$$

$$SA = 0 \quad (\text{Staatsausgaben})$$

c) Nachfrage: $p = 300$

$$\Rightarrow 300 = 400 - 2y \Rightarrow 2y = 100 \Rightarrow y = 50$$

Angebot: $300 = 3y \Rightarrow y = 100$

$\Rightarrow$ Staat muss 50 Einheiten für Ankauf verwenden

$$(\text{= } 15.000 \text{ GE})$$

$$SA = 15.000$$

$$PR = p \cdot y - \int_0^y A \, dy = 300 \cdot 100 - \int_0^{100} 3y \, dy = 30.000 - \frac{3}{2} y^2 \Big|_0^{100}$$

$$= 30.000 - \frac{3}{2} \cdot 10.000 = 15.000$$

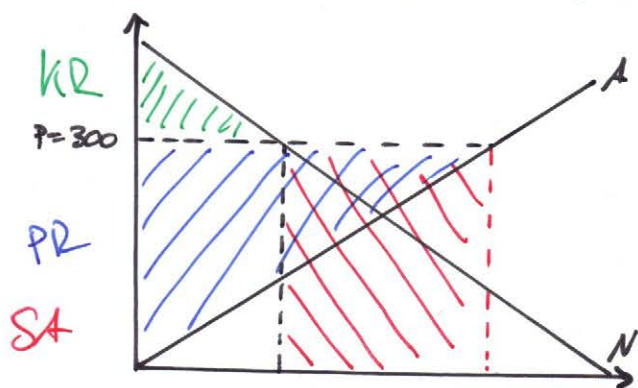
$$KR = \int_0^y N \, dy - p \cdot y = \int_0^{50} (400 - 2y) \, dy - 15.000 = 400y \Big|_0^{50} - y^2 \Big|_0^{50} - 15.000$$

$$= 2.500$$

$$SA = 15.000$$

$$W = PR + KR - SA = 15.000 + 2.500 - 15.000 = 2.500$$

$$W_{nk} = 16.000 \Rightarrow \Delta W = -13.500$$



$\Rightarrow$ Bei vollständiger Konkurrenz herrscht ein Wohlfahrtsmaximum!

Aufgabe 4a.8

a) $p = 20 - 5y^D$ (NF)
 $p = 4y^S$ (AF)

$$y^S = y^D = y$$

$$\Rightarrow 20 - 5y = 4y \Rightarrow 20 = 9y \Rightarrow y^* = \frac{20}{9} = 2,2\bar{2}$$

$$\Rightarrow p^* = \frac{80}{9} = 8,8\bar{8}$$

b) Höchstpreis $\Rightarrow$ - (Preis senken)

Mindestpreis $\Rightarrow$ + (Preis erhöhen)

$$\Rightarrow p = 6,8 = \frac{62}{9}$$

$$\Rightarrow N: Q_8 = 20 - 5y^D \Rightarrow 5y^D = 13,7$$

$$\Rightarrow y^D = 2,62$$

$$A: 6,8 = 4y^S \Rightarrow y^S = 1,72$$

$$y^D > y^S$$

c) vorher bei V.K:

$$KR = \int_0^{2,62} (20 - 5y) dy - p \cdot y = 12,34$$

$$PR = p \cdot y - \int_0^{2,62} 4y dy = 9,87 \Rightarrow W = KR + PR = 22,21$$

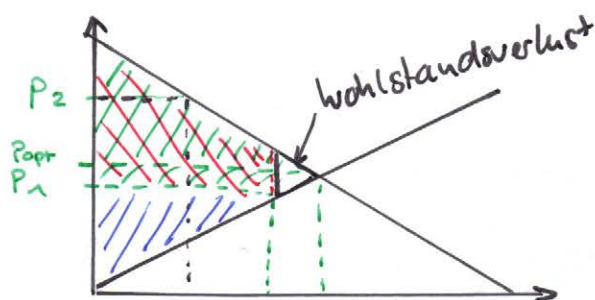
bei Preisfestlegung: neues $y^x = 1,72$, $p^x = 6,8$

$$\Rightarrow KR = \int_0^{1,72} (20 - 5y) dy - p^x \cdot y^x = 15,16 \uparrow$$

$$PR = p^x \cdot y^x - \int_0^{1,72} 4y dy = 5,93 \downarrow$$

$$W = PR + KR = 21,09 \Rightarrow \Delta W = -1,12$$

Wohlfstandsverlust



Monopol

- unendlich viele Nachfrager, ein Anbieter

$$G(y) = \underbrace{E}_{\text{Erlös}} - \underbrace{k}_{\text{Kosten}}$$

(Maximierung) $\frac{\partial G}{\partial y} = 0 \Rightarrow 0 = E' - k'$

Grenz Erlös [GE] Grenz Kosten [GK]

$E' = k'$! $GE = GK$

Aufgabe 4b.1

$$E = p \cdot y = (20 - y)y = 20y - y^2$$

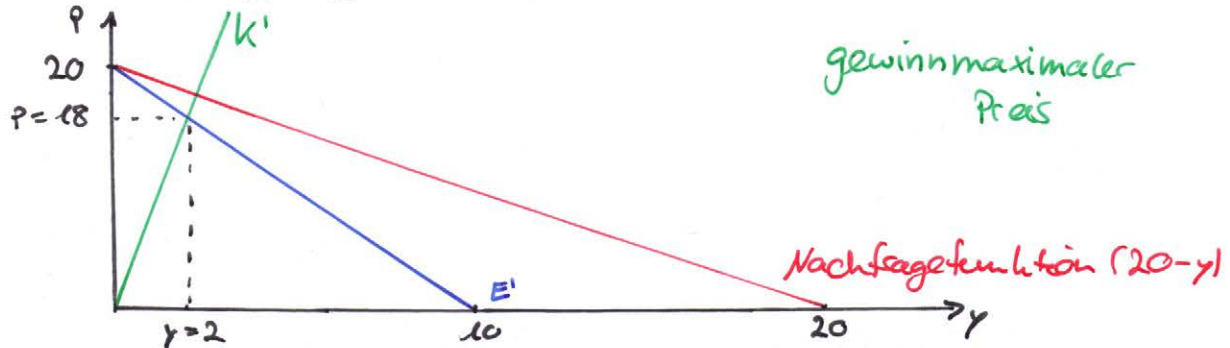
$$K = 4y^2 + 11$$

a) $E' = 20 - 2y$

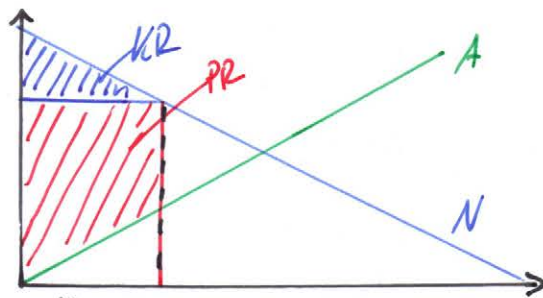
$$K' = 8y$$

$$E' = K' \Rightarrow 20 - 2y = 8y \Rightarrow 10y = 20 \Rightarrow y = 2$$

$$p(y=2) = 20 - 2 = 18$$



b)



$$KR = \int_0^y N dy - p \cdot y$$

$$PR = p \cdot y - \int_0^y A dy$$

Grenzkosten $A = 8y$

$$KR = \int_0^2 (20 - y) dy - 18 \cdot 2 = \left(20y - \frac{1}{2}y^2 \right) \Big|_0^2 - 36 = 40 - 2 - 36 = 2$$

$$PR = 36 - \int_0^2 8y dy = 36 - 4y^2 \Big|_0^2 = 36 - 16 = 20$$

$$W = PR + KR - SE = 20 + 2 = 22$$

$= 0$ - falscher Staatsausgaben: $\neq 0$

c) 1. PR - Fixkosten ($= 20 - 11 = 9$)

2. Variante:

$$G(y) = p \cdot y - K(y)$$

$$= 18 \cdot 2 - [4y^2 + 11] = 36 - [16 + 11] = 9$$

Aufgabe 4b.2

$$E' = k'$$

$$E = (10 - y)y = 10y - y^2$$

$$K = 0$$

$$E' = 10 - 2y$$

$$K' = 0$$

$$\Rightarrow 10 - 2y = 0$$

$$\Rightarrow y = 5$$

a) Da es keine entscheidungsrelevanten Kosten gibt, wäre die gewinnmaximale Menge $y = 5$.

Der Monopolist würde dementsprechend alle 4 Einheiten verkaufen.

$$p(4) = 10 - 4 = 6$$

$$G(4) = 6 \cdot 4 = 24$$

b) 5 verkaufen, da Gewinn bei $y = 5$ maximal ist.

$$G(5) = 25$$

$$G(6) = 24$$

Aufgabe 4b.3

eine pos. Menge $\Rightarrow$ damit er Gewinn erzielen kann

$$E' = k'$$

$$K' = 20$$

$$E = p \cdot y \quad y = 50 - \frac{p}{2} \Rightarrow p = 100 - 2y$$

$$E = (100 - 2y) \cdot y \quad E' = 100 - 4y$$

$$E' = k'$$

$$100 - 4y = 20 \Rightarrow 80 = 4y \Rightarrow y = 20$$

$$\Rightarrow p = 100 - 2 \cdot 20 = 60$$

$$G = 0$$

$$G(y) = p \cdot y - k(y) = \underbrace{60 \cdot 20}_{E(20)} - \underbrace{20 \cdot 20 - C}_{K(20)} = 1200 - 400 - C \stackrel{!}{=} 0$$

$$\Rightarrow C = 800$$

$\rightarrow$ Ergebnis c)

Aufgabe 4b.4

Vorher $\rightarrow$ Jetzt

$G(y)$

$G(k, L)$

$$\frac{\partial G}{\partial y}$$

$$\frac{\partial G}{\partial k}, \frac{\partial G}{\partial L}$$

$$[=0]$$

$\rightarrow$ Frage: wie sieht $G(k, L)$ aus?

$$G = E - B$$

$B = \text{Kosten}$

$$B = r \cdot k + w \cdot L$$

$$E = p \cdot y$$

$$y = (21 - 4p) \cdot \frac{1}{8} \Leftrightarrow 8y = 21 - 4p \Rightarrow 4p = 21 - 8y$$

$$\Rightarrow p = 5,25 - 2y = \frac{21 - 8y}{4}$$

$$E(y) = \frac{21 - 8y}{4} \cdot y$$

$$E(k, L) = \frac{21 - 8k^{1/3}L^{2/3}}{4} (k^{1/3}L^{2/3})$$

$$G(k, L) = \frac{21 - 8k^{1/3}L^{2/3}}{4} k^{1/3}L^{2/3} - wL - rk$$

$$\frac{\partial G}{\partial k} = \frac{17}{4} k^{-2/3} L^{2/3} - \frac{4}{3} k^{-1/3} L^{4/3} - r = 0 \quad (1)$$

$$\frac{\partial G}{\partial L} = \frac{17}{2} k^{1/3} L^{-1/3} - \frac{8}{3} k^{2/3} L^{1/3} - w = 0 \quad (2)$$

$$(1): \frac{17}{4} k^{-1/3} - \frac{4}{3} L^{2/3} = r \cdot k^{+1/3} L^{-2/3} \quad (1')$$

$$(2): \frac{17}{2} k^{-1/3} - \frac{8}{3} L^{2/3} = w k^{-2/3} L^{1/3} \quad (2')$$

man sieht nun, $(1') = \frac{1}{2} (2')$ (linke Seite)

$$\rightarrow r \cdot k^{1/3} L^{-2/3} = \frac{1}{2} w k^{-2/3} L^{1/3}$$

$$\Rightarrow rk = \frac{1}{2} wL$$

$$\frac{1}{2} k = \frac{1}{2} L \Rightarrow k = L$$

$$| r = \frac{1}{2}, w = 1$$

(in (1) einsetzen)

$$\frac{17}{4} \cdot 1 - \frac{4}{3} \cdot k - r = 0 \quad | r = \frac{1}{2}$$

$$\Rightarrow \frac{4}{3} k = \frac{17}{4} - \frac{2}{4} = \frac{5}{4}$$

$$k = \frac{15}{16}, L = \frac{15}{16}$$

$$y(k, L) = k^{1/3} L^{2/3} = \frac{15}{16}$$

$$\Rightarrow y = \frac{15}{16}$$

Duopol: 2 Anbieter

eigentlich: $k_i = y_i + 2$
↑
da Output

Aufgabe 4c.1

a) Monopol

$$p = 10 - x$$

$$K = x + 2$$

$$E' = K'$$

$$E = (10 - x)x = 10x - x^2 \quad K' = 1$$

$$E' = 10 - 2x$$

$$\rightarrow 10 - 2x = 1 \Rightarrow 2x = 9 \Rightarrow x = 4,5$$

$$p = 10 - 4,5 = 5,5$$

$$G = p \cdot x - K = 4,5 \cdot 5,5 - \underbrace{(4,5 + 2)}_{9,5} = 18,25$$

b) $G_1 = p x_1 - K(x_1) \quad p = 10 - x_1 - x_2$

$$= (10 - x_1 - x_2)x_1 - (x_1 + 2)$$

$$G_2 = (10 - x_1 - x_2)x_2 - (x_2 + 2)$$

für $G_{\max}$ $G' = 0$ setzen:

U = Unternehmen

$$U1: \frac{\partial G_1}{\partial x_1} = 9 - 2x_1 - x_2 = 0 \quad (*)$$

$$U2: \frac{\partial G_2}{\partial x_2} = 9 - x_1 - 2x_2 = 0 \quad (**)$$

$$(*) \quad x_1 = \frac{1}{2}(9 - x_2)$$

$$(**) \quad x_2 = \frac{1}{2}(9 - x_1) \quad \text{einsetzen}$$

$$\Rightarrow x_1 = \frac{1}{2}(9 - [\frac{1}{2}(9 - x_1)])$$

$$\Rightarrow x_1 = \frac{1}{2}(9 - 4,5 + \frac{x_1}{2})$$

$$\Rightarrow x_1 = 2,25 + \frac{x_1}{4} \Rightarrow \frac{3}{4}x_1 = \frac{9}{4}$$

$$\Rightarrow x_1 = 3$$

analog

$$\Rightarrow x_2 = 3$$

$$p = 10 - 3 - 3 = 4$$

$$G = E - K$$

$$G_1 = 12 - (3 + 2) = 7$$

c) Ja, Monopolmenge würde insgesamt angeboten werden, da diese ja gewinnmaximal für den Markt ist!

$$x = 4,5 \quad p = 5,5$$

$$x_1 = 2,25 \quad x_2 = 2,25$$

$$E_i(2,25) = 2,25 \cdot 5,5 = 12,375$$

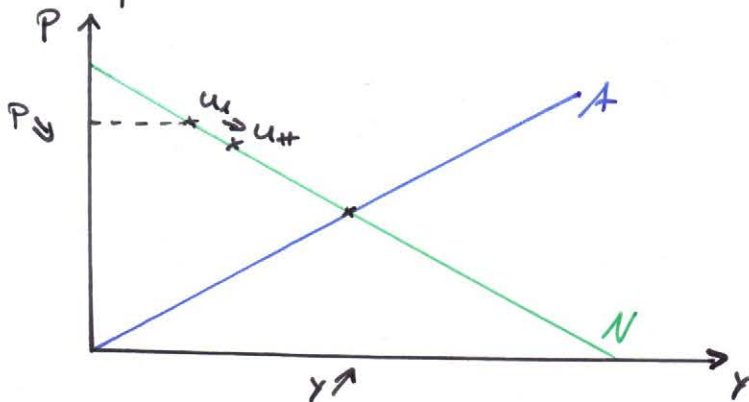
$$K_i(2,25) = 2,25 + 2 = 4,25$$

$$G = 12,375 - 4,25 = 8,125 \quad \uparrow (+1,125)$$

$$G_1 + G_2 = 2 \cdot 8,125 = 16,25 \quad \downarrow \text{ (Gesamtgewinn sinkt)}$$

d) Bei steigender Zahl von Unternehmen gilt:

$x_i : \downarrow$	$u=1: 4,5; u=2: 3$	} keine Symmetrie
$x : \nearrow$	$u=1: 4,5; u=2: 6$	
$p : \downarrow$	$u=1: 5,5; u=2: 4$	



Aufgabe 4c.2

a) Für den Monopolisten ändert sich im Preisspiel nichts! $\Rightarrow p = 5,5$

b) $p = 4, K_i = x_i + 2$

u_1	u_2
$p = 4$	
$p = 3,8$	$p = 3,9$

bis Preis = 6k bei V.K.: $p > k' \rightarrow G = 0$

$$k' = 1 = p$$

$$p = 10 - x_1 - x_2$$

$$1 = 10 - x_1 - x_2 \Leftrightarrow 9 = 2x_1 \text{ oder } 9 = 2x_2$$

$$x_1, x_2 = 4,5 \rightarrow \text{Nash GG}$$

c) -Preisabsprache

- Produktion verbessern $\rightarrow$ geringere Grenzkosten
- Produkt differenzieren

Oligopol (speziell Duopol)

begrenzte Anzahl von Anbietern

- 2 Anbieter, ∞ Nachfrager

- gegeben: - Nachfragefunktion z.B. $p = 30 - x_1 - x_2$

- Kostenfunktion der Anbieter z.B. $K_1 = 5x_1 + 2$

1. Cournot-Mengenwettbewerb:

(stelle eigene Gewinnfkt. auf)

[Preis | Angebotene Menge]

$$G_1 = \underbrace{p(x_1, x_2) \cdot x_1}_{E_1} - K_1(x_1)$$

$$G_2 = \underbrace{p(x_1, x_2) \cdot x_2}_{E_2} - K_2(x_2)$$

gesucht: Gewinnmaximum

$$\frac{\partial G_1}{\partial x_1} \quad \frac{\partial G_2}{\partial x_2}$$

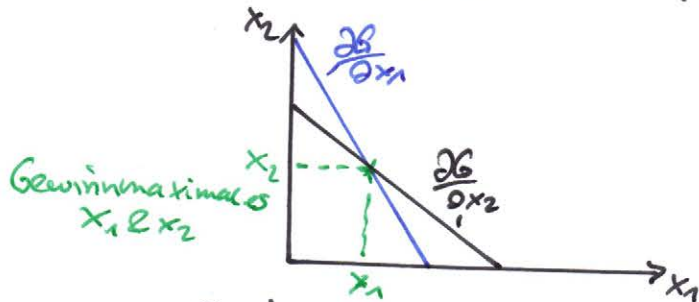
$$\frac{\partial G_1}{\partial x_1}, \frac{\partial G_2}{\partial x_2} \stackrel{!}{=} 0$$

$$\Rightarrow E' = K'$$

(Grenz Erlös = Grenzkosten)

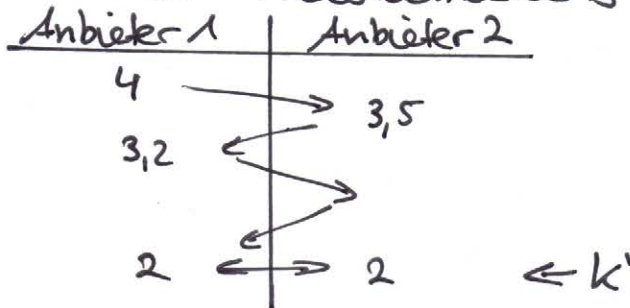
$\Rightarrow$ 2 Funktionen mit 2 Variablen

$\Rightarrow$ Berechne $x_1(x_2)$ bzw. $x_2(x_1)$



2. Bertrand-Preiswettbewerb

$$\text{z.B. } K_1 = 2x_1, K_2 = 2x_2 \\ K_1' = 2, K_2' = 2$$



$\Rightarrow$ es wird dazu kommen, dass $p = K'$ bei gleichen Kostenfunktionen, bzw. dass bei unterschiedlichen Grenzkosten ein Monopol entsteht.

Aufgabe 4c.3

Preis-Absatz / Preis-Nachfrage

a) gegeben: P-A-Funktion

$$p = 10 - (x_D + x_S)$$

$$K_D = x_D$$

$$K_S = x_S$$

$$G_D = (10 - x_D - x_S)x_D - x_D$$

$$\frac{\partial G_D}{\partial x_D} = G_D' = 10 - 2x_D - x_S - 1 \stackrel{!}{=} 0$$

$$9 - x_S = 2x_D \Rightarrow x_D = \frac{1}{2}(9 - x_S)$$

analog folgt:

$$\left. \begin{aligned} x_S &= \frac{1}{2}(9 - x_D) \end{aligned} \right\} \text{Reaktionsfunktion}$$

$$\Rightarrow x_S \text{ einsetzen in } x_D = \frac{1}{2}(9 - x_S)$$
$$x_D = \frac{1}{2}\left(9 - \frac{1}{2}(9 - x_D)\right) = 4,5 - \frac{1}{4}(9 - x_D)$$
$$= 2,25 + \frac{1}{4}x_D$$

$$\frac{3}{4}x_D = \frac{9}{4} \Rightarrow x_D = 3, x_S = 3$$

$$p = 10 - x_D - x_S = 4$$

$$G_D = 4 \cdot 3 - 3 = 9 \text{ analog } G_S = 9$$

b) $p = 10 - x_D - x_S$

$$K_D = x_D$$

$$K_S = x_S - 0,5x_S = 0,5x_S$$

Subvention

$$G_D = (10 - x_D - x_S)x_D - x_D$$

$$\frac{\partial G_D}{\partial x_D} = 10 - 2x_D - x_S - 1$$

$$\Rightarrow \text{siehe a) } x_D = \frac{1}{2}(9 - x_S)$$

$$G_S = (10 - x_D - x_S)x_S - 0,5x_S$$

$$\frac{\partial G_S}{\partial x_S} = 10 - 2x_D - x_S - 0,5 \stackrel{!}{=} 0$$

$$\Rightarrow x_S = \frac{1}{2}\left(\frac{19}{2} - x_D\right)$$

$$\text{Einsetzen: } x_S \text{ in } x_D = \frac{1}{2}(9 - x_S)$$

$$x_D = \frac{1}{2}\left(9 - \frac{1}{2}\left(\frac{19}{2} - x_D\right)\right) = \frac{1}{2}\left(9 - 4,75 + \frac{1}{2}x_D\right)$$

$$x_D = 2,125 + \frac{1}{4}x_D$$

$$\Rightarrow \frac{3}{4}x_D = \frac{17}{8} \Rightarrow x_D = 2,8\bar{3} \quad \text{in } x_S \text{-Funktion}$$

$$\Rightarrow x_S = 4,175 - \frac{1}{2} \cdot \frac{17}{8} = 3,3$$

$$\left[\frac{19}{4} - \frac{17}{12} = \frac{57}{12} - \frac{17}{12} = \frac{40}{12} = \frac{20}{6} = \frac{10}{3} \right]$$

Mikro
Tut 9
- 19 -

$$p = 10 - 2,8\bar{3} - 3,3\bar{3} = 3,8\bar{3}$$

09.01.2012

$$G_D = 2,8\bar{3} \cdot 3,8\bar{3} - 2,8\bar{3} = 8,03$$

$$G_S = 3,3\bar{3} \cdot 3,8\bar{3} - \frac{1}{2} \cdot 3,3\bar{3} = 11,1$$

c) $K_D' = 1$

$$K_S' = 0,5$$

→ Unternehmen unterbieten sich, bis der Preis $p < 1$ ist.
Schottisches Unternehmen wird Monopolist.