

a)

$$X_i = \begin{cases} 1 & , \text{ Laterna } i \text{ funktioniert nicht} \\ 0 & , \text{ Laterna } i \text{ funktioniert} \end{cases} \sim \text{Ber}(p), p \in [0, 1]$$

$$S = \sum_{i=1}^N X_i \sim \text{Bin}(N, p), p \in [0, 1]$$

$$b) \hat{p} = \frac{40 - 34}{40} = \frac{6}{40} = 0,15$$

appr. 0,95 - KI: Konfidenzintervall

$$\left[\hat{p} - z_{1-\frac{\alpha}{2}} \sqrt{\frac{\hat{p}(1-\hat{p})}{n}} ; \hat{p} + z_{1-\frac{\alpha}{2}} \sqrt{\frac{\hat{p}(1-\hat{p})}{n}} \right]$$

$$= \left[0,15 - \overbrace{z_{0,975}}^{=1,96} \sqrt{\frac{0,15(1-0,15)}{40}} ; 0,15 + 1,96 \sqrt{\frac{0,15(1-0,15)}{40}} \right]$$

$$1-\alpha = 0,95 \Leftrightarrow 1-\frac{\alpha}{2} = 0,975$$

$$= [0,04 ; 0,26]$$

(A) a)

(i) $0,99 - \text{KI}$ für μ :

$$\left[\bar{X} - t(n-1)_{1-\frac{\alpha}{2}} \frac{S}{\sqrt{n}} ; \bar{X} + t(n-1)_{1-\frac{\alpha}{2}} \frac{S}{\sqrt{n}} \right]$$

$$\bar{X} = \frac{1}{5} \sum_{i=1}^5 x_i = 40,4$$

$$S^2 = \frac{1}{n-1} \sum_{i=1}^n (x_i - \bar{X})^2 = \dots = 20,3 \Rightarrow S \approx 4,5$$

$$t(5-1)_{1-\frac{0,01}{2}} = t(4)_{0,995} = 4,604$$

$$\Rightarrow \text{KI} : \left[40,4 - t(4)_{0,995} \frac{4,5}{\sqrt{5}} ; 40,4 + t(4)_{0,995} \frac{4,5}{\sqrt{5}} \right]$$

$$= [31,13 ; 49,67] =: I_{0,99}$$

(ii) 0,9 - KI für μ :

(3)

$$\left[40,4 - t(4)_{0,95} \frac{4,5}{\sqrt{5}} ; 40,4 + t(4)_{0,95} \frac{4,5}{\sqrt{5}} \right]$$

$$= [36,11; 44,67] =: I_{0,9}$$

b) ~~$I_{0,9}$~~ $I_{0,9} \subset I_{0,99}$

(B) Konfidenzintervall für μ (bei bekanntem σ^2)

$$\left[\bar{X} - z_{1-\frac{\alpha}{2}} \frac{\sigma}{\sqrt{n}} ; \bar{X} + z_{1-\frac{\alpha}{2}} \frac{\sigma}{\sqrt{n}} \right]$$

$$\sigma = 5 = \sqrt{25}$$

$$\begin{aligned} \Rightarrow 2 &\geq L = \bar{X} + z_{1-\frac{\alpha}{2}} \frac{\sigma}{\sqrt{n}} - \left(\bar{X} - z_{1-\frac{\alpha}{2}} \frac{\sigma}{\sqrt{n}} \right) \\ &= 2 \overbrace{z_{0,975}}^{= 1,96} \frac{5}{\sqrt{n}} \end{aligned}$$

$$\Leftrightarrow \dots \Leftrightarrow n \geq 96,04$$

Ab $n = 97$ ist das KI höchst. von der Länge $L=2$

P 29

(4)

a) $H_0 : \mu = 10$ versus $H_1 : \mu \neq 10$

b) $T = \frac{\bar{X} - \mu_0}{\frac{\sigma}{\sqrt{n}}} = \frac{11,7 - 10}{\frac{2}{\sqrt{20}}} = 3,8$

$$z_{1 - \frac{\alpha}{2}} = z_{0,975} = 1,96$$

$$\Rightarrow |T| = 3,8 > 1,96 = z_{1 - \frac{\alpha}{2}}$$

$\Rightarrow H_0$ verwerfen und

Signifikanzniveau $\alpha = 0,05$