



Automaten, Sprachen, Komplexität – SS 2011

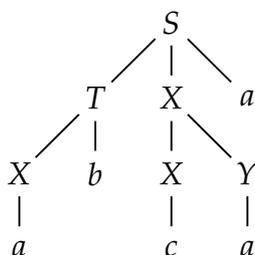
Übungsblatt 8

06.06.2011

Aufgabe 27

2 Punkte

Sei $G = (N, \Sigma, P, S)$ eine kontextfreie Grammatik. Eine Ableitung in G heißt *Linksableitung*, wenn in jedem Ableitungsschritt $\alpha \vdash \beta$ (mit $\alpha, \beta \in (N \cup \Sigma)^*$) in α das am weitesten links stehende Nichtterminalsymbol ersetzt wird. Analog ist eine *Rechtsableitung* definiert. Geben Sie für den folgenden Ableitungsbaum t die Links- und die Rechtsableitung gemäß t an.



Aufgabe 28

2+3 Punkte

- (a) Wenden Sie den Markierungsalgorithmus der Vorlesung an, um Regeln zu entfernen, aus denen keine Wörter ableitbar sind.

$$\begin{array}{l}
 S \rightarrow AC \mid EA \mid BC \\
 A \rightarrow AbC \mid AaD \mid AaE \\
 B \rightarrow A \mid ba \mid EC \\
 C \rightarrow aEbAa \mid BaE \\
 D \rightarrow aDb \mid ab \\
 E \rightarrow aB \mid DbA \mid CE
 \end{array}$$

Geben Sie die Menge der terminierenden Variablen an. Geben Sie außerdem ein Wort aus $L(G)$ inkl. Ableitung an, falls $L(G) \neq \emptyset$ gilt.

- (b) Um eine Grammatik weiter von unproduktiven Variablen zu bereinigen, können anschließend auch solche Variablen entfernt werden, die vom Startsymbol aus überhaupt nicht erreichbar sind.

Welche Variablen sind in Ihrer Lösung von Teil (a) vom Startzustand aus nicht erreichbar? Geben Sie schließlich ein allgemeines Verfahren an, welches für alle Variablen die Erreichbarkeit vom Startsymbol aus überprüft.

Aufgabe 29

2+3 Punkte

Sei G die kontextfreie Grammatik mit den folgenden Regeln:

$$\begin{aligned} S &\rightarrow AT \mid AB \\ T &\rightarrow XB \\ X &\rightarrow AT \mid AB \\ A &\rightarrow a \\ B &\rightarrow b \end{aligned}$$

Stellen Sie mit Hilfe des CYK-Algorithmus fest, ob die Wörter $w_1 = aaabb$ und $w_2 = aaabbb$ in $L(G)$ sind oder nicht. Geben Sie bei einer positiven Antwort eine Ableitung des jeweiligen Wortes in G an.

Aufgabe 30

2+3+3 Punkte

Es seien die kontextfreien Grammatiken $G_1 = (N_1, \Sigma, P_1, S_1)$ und $G_2 = (N_2, \Sigma, P_2, S_2)$ über Σ gegeben. Geben Sie jeweils an, wie man aus G_1 und G_2 eine kontextfreie Grammatik für die folgenden Sprachen gewinnen kann:

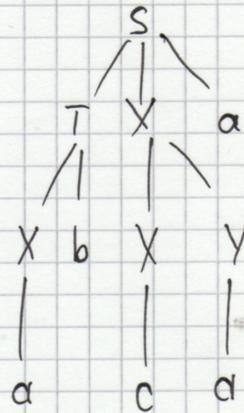
- (a) $L(G_1)^R := \{w^R \mid w \in L(G_1)\}$
- (b) $L(G_1) \cdot L(G_2)$
- (c) $(L(G_1))^*$

Bemerkung: Das zeigt, dass die Klasse der kontextfreien Sprachen unter Spiegelung, Konkatenation und Iteration abgeschlossen ist.

Die Aufgaben sind in Zweier- bis Dreiergruppen zu erarbeiten und abzugeben. Die Lösungen können bis nächsten Montag, 20.06.2011, 08:15 Uhr im L²P oder in der Vorlesung abgegeben, oder in den Übungskasten am Lehrstuhl eingeworfen werden.

Aufgabe 27

①



$S \rightarrow TXa$
 $T \rightarrow Xb$
 $X \rightarrow XY|a|c$
 $Y \rightarrow a$

links

$S \vdash TXa$
 $T \vdash Xb$
 $X \vdash a$

rechts

$S \vdash TXa$
 $X \vdash XY|c$
 $Y \vdash a$

Aufgabe 28

2

(a)

$$\begin{aligned}
 \underline{S}_4 &\rightarrow AC \mid \underline{EA} \mid \underline{BC}_3 \\
 A &\rightarrow \underline{A} \underline{b} \underline{C} \mid \underline{A} \underline{a} \underline{D} \mid \underline{A} \underline{a} \underline{E} \\
 \underline{B}_1 &\rightarrow A \mid \underline{b} \underline{a} \mid \underline{E} \underline{C}_3 \\
 \underline{C}_3 &\rightarrow \underline{a} \underline{E} \underline{b} \underline{A} \underline{a} \mid \underline{B} \underline{a} \underline{E}_2 \\
 \underline{D}_1 &\rightarrow \underline{a} \underline{D} \underline{b} \mid \underline{a} \underline{b} \underline{a} \\
 \underline{E}_2 &\rightarrow \underline{a} \underline{B} \mid \underline{D} \underline{b} \underline{A} \mid \underline{C} \underline{E}_3
 \end{aligned}$$



entfernen...

$$\begin{aligned}
 S &\rightarrow BC \\
 B &\rightarrow ba \mid EC \\
 C &\rightarrow \cancel{aEbAa} \mid BaE \\
 D &\rightarrow aDb \mid ab \\
 E &\rightarrow aB \mid CE
 \end{aligned}$$

Menge terminierender Variablen = $\{S, B, C, D, E\}$

$L(G) \neq \emptyset$, wenn S unterstrichen $\Rightarrow L(G) \neq \emptyset$ (\mathcal{W})

Ein Wort:

$$\begin{aligned}
 S &\vdash BC \\
 &\vdash baC \\
 &\vdash baBaE \\
 &\vdash ba b a a E \\
 &\vdash ba b a a a B \\
 &\vdash ba b a a a ba
 \end{aligned}$$

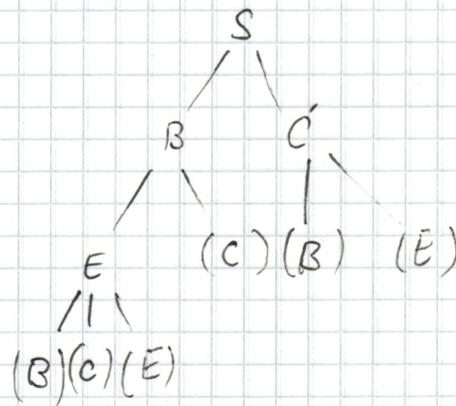
$ba b a a a ba$ (\mathcal{W})



(b)

- (a) $\Rightarrow S \rightarrow BC$
- $B \rightarrow ba/EC$
- $C \rightarrow BaE$
- $D \rightarrow aDb'ab$
- $E \rightarrow aB/CE$

auschl. Baumverfahren erreichbarer Nichtterminaler



$\Rightarrow S, B, C, E$ erreichbar

$\Rightarrow D$ nicht erreichbar

reduzierte Grammatik

- $\Rightarrow S \rightarrow BC$
- $B \rightarrow ba/EC$
- $C \rightarrow BaE$
- $E \rightarrow aB/CE$

Aufgabe 29

④

$$S \rightarrow AT \mid AB$$

$$T \rightarrow XB$$

$$X \rightarrow AT \mid AB$$

$$A \rightarrow a$$

$$B \rightarrow b$$

(in Normalform)

	a	a	a	a	b	b	
a	A	A	∅	∅	∅	∅	Σ (X)
a	a	A	∅	∅	∅	∅	
b	∅	∅	∅	∅	∅	∅	
b	∅	∅	∅	∅	∅	∅	
b	∅	∅	∅	∅	∅	∅	
a	∅	∅	∅	∅	∅	∅	
a	∅	∅	∅	∅	∅	∅	

entspr. Tabelle

$$S \vdash AT \vdash aXB \vdash aXb \vdash aATb \vdash aaTb \vdash aaXBb$$

$$\vdash aaXbb \vdash aaabbb$$



Aufgabe 30

5

(a) 1. Normalform erstellen zu G_1 auf $N_1' \equiv N_1$

2. Zweiermichtermine tauschen zu P_1''

$$G_{\text{neu}} = (N_1', \Sigma, P_1'', S_1)$$



(b) $L(G_1) \cdot L(G_2)$

$$G_{\text{neu}} (N_1 \text{ und trennende } N_2, \Sigma, P_1 \text{ und } P_2 \mid S_{\text{neu}})$$

und S_{neu} und $S_{\text{neu}} \rightarrow S_1 S_2$



(c) $G_{\text{neu}} (N_1 \text{ und } S_{\text{neu}}, \Sigma, P_1 \text{ und } S_{\text{neu}} \rightarrow \epsilon \mid S_1 \mid S_1 S_1, S_{\text{neu}})$

