



Automaten, Sprachen, Komplexität – SS 2011

Übungsblatt 7

30.05.2011

Aufgabe 23

1+3+2 Punkte

Sei G die folgende Grammatik:

$$\begin{aligned} S &\rightarrow XSX \mid R \\ R &\rightarrow aTb \mid bTa \\ T &\rightarrow XTX \mid X \mid \varepsilon \\ X &\rightarrow a \mid b \end{aligned}$$

- Geben Sie drei Wörter verschiedener Länge aus $L(G)$ zusammen mit den entsprechenden Ableitungen an.
- Geben Sie drei Wörter verschiedener Länge an, die nicht zu $L(G)$ gehören, und begründen Sie Ihre Angaben.
- Beschreiben Sie umgangssprachlich (aber dennoch präzise) die Wörter in $L(G)$.

Aufgabe 24

3+2+2 Punkte

Geben Sie kontextfreie Grammatiken für folgende Sprachen über dem Alphabet $\{a, b, c\}$ an:

- $L_1 = \{w \mid w \text{ enthält die gleiche Anzahl an Vorkommen von } a \text{ und } b\}$.
- $L_2 = \{a^i b^j c^i \mid i, j > 0\}$.
- $L_3 = \{a^i b^j c^k \mid j \geq k\}$.

Aufgabe 25

3 Punkte

Sei G nun die folgende Grammatik:

$$\begin{aligned} S &\rightarrow XSX \mid R \\ R &\rightarrow aTb \mid bTa \mid ab \mid ba \\ T &\rightarrow XTX \mid XX \mid X \\ X &\rightarrow a \mid b \end{aligned}$$

Bilden Sie zu G die kontextfreie Grammatik G' in Chomsky-Normalform nach dem Verfahren aus der Vorlesung.

Aufgabe 26

4 Punkte

Geben Sie eine kontextfreie Grammatik über dem Alphabet $\Sigma = \{a, b\}$ an, die die Sprache L erzeugt:

$$L = \left\{ w \in \{a, b\}^* \mid w \text{ ist kein Palindrom ungerader Länge} \right\}$$

Die Aufgaben sind in Zweier- bis Dreiergruppen zu erarbeiten und abzugeben. Die Lösungen können bis nächsten Montag, 06.06.2011, 08:15 Uhr im L²P oder in der Vorlesung abgegeben, oder in den Übungskasten am Lehrstuhl eingeworfen werden.

Automaten, Sprachen, Komplexität



Aufgabe 23

(a)

1. ab

S
⊢ R
⊢ aTb
⊢ a**ε**b = ab



2. abaa

S
⊢ XSX
⊢ aSa
⊢ aRa
⊢ abTaa
⊢ ab**ε**aa = abaa



3. abaaa

S
⊢ XSX
⊢ aSa
⊢ aRa
⊢ abTaa
⊢ abaaa

Alternative "Murielle"

1. S
⊢ R
⊢ aTb
⊢ aXb
⊢ aab

2. S
⊢ XSX
⊢ XRX
⊢ XaTbX
⊢ XaXbX
⊢ baXbb
⊢ babbb

3. S
⊢ R
⊢ bTa
⊢ bXa
⊢ bXTXa
⊢ bXXTXa
⊢ bbbba

(b)

1. $\underline{\epsilon = S}$; $X \neq \epsilon$
 $\vdash R \neq \epsilon$ ↯

2. $\underline{aa = S}$; $R \neq aa$
 $\vdash XSX$; $S \neq \epsilon$ ↯

3. $\underline{aaa = S}$; $R \neq a \dots a$
 $\vdash XSX$
 $\vdash aSa$
 $\vdash aRa$; $R \neq a$ ↯

(c)

$X: \Sigma$

T : leer oder ungerades Wort

R : ab , ba oder ungerades Wort, bei dem Ende und Anfang unterschiedlich.

S : Gerades Wort mit ab in der Mitte

✓ Gerades Wort mit ba in der Mitte

✓ Ungerades "", bei dem gespiegelt an der Mitte mind. einmal die Buchstaben unterschiedlich sind.

kurz: Gerades Wort mit unterschiedlichen inneren Buchstaben

✓ kein Palindrome.

Aufgabe 24

$$(a) \quad \begin{aligned} \underline{B} &\rightarrow \varepsilon \mid aBb \mid bBa \mid CBC \mid BCB \\ C &\rightarrow \varepsilon \mid c \mid Cc \end{aligned} \quad \text{☰}$$

$$(b) \quad \begin{aligned} B &\rightarrow b \mid Bb \\ \underline{A} &\rightarrow aBc \mid aAc \quad \checkmark \end{aligned}$$

$$(c) \quad \begin{aligned} L_3 &= \{a^i b^j c^k \mid j \geq k\} \\ &= \{a^i b^x b^k c^k \mid i, k, x \geq 0\} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \underline{S} &\rightarrow ABC \\ A &\rightarrow \varepsilon \mid a \mid Aa \\ B &\rightarrow \varepsilon \mid b \mid Bb \\ C &\rightarrow \varepsilon \mid bc \mid bCc \quad \checkmark \end{aligned}$$

Aufgabe 25

$$S \rightarrow XSX \mid R \neq \epsilon$$

$$R \rightarrow aTb \mid bTa \mid ab \mid ba$$

$$T \rightarrow XTX \mid XX \mid X$$

$$X \rightarrow a \mid b$$



$$X_a \rightarrow a \quad X_b \rightarrow b$$

$$X \rightarrow a \mid b \quad T \rightarrow XTX \mid XX \mid X$$

$$R \rightarrow aTb \mid bTa \mid ab \mid ba$$

$$S \rightarrow XSX \mid R$$



$$X_a \rightarrow a \quad X_b \rightarrow b \quad X \rightarrow a \mid b$$

$$T \rightarrow XTX \mid XX \mid a \mid b$$

$$R \rightarrow aTb \mid bTa \mid ab \mid ba$$

$$S \rightarrow XSX \mid aTb \mid bTa \mid ab \mid ba$$

$$X_1 \rightarrow TX$$

$$Y_2 \rightarrow SX$$

$$Y_3 \rightarrow X_a T$$

$$Y_4 \rightarrow X_b T$$

$$X_a \rightarrow a$$

$$X_b \rightarrow b$$

$$X \rightarrow a \mid b$$

$$T \rightarrow XY_1 \mid XX \mid a \mid b$$

$$R \rightarrow Y_3 X_b \mid Y_4 X_a \mid X_a X_b \mid X_b X_a$$

$$S \rightarrow XY_2 \mid Y_3 X_b \mid Y_4 X_a \mid X_a X_b \mid X_b X_a$$



Aufgabe 26

$$L = \{w \in \{a,b\}^* \mid w \text{ ist kein Palindrom ungerader Länge}\}$$

$$= \{w \in \{a,b\}^* \mid \text{entweder gerade oder kein Palindrom}\}$$

$$\begin{array}{l} \underline{A} \rightarrow B \mid C \\ X \rightarrow a \mid b \end{array} \quad ; \quad B \stackrel{\hat{=}}{=} \text{gerade}, C \stackrel{\hat{=}}{=} \text{kein Palindrom}$$

$$B \rightarrow XX \mid XB X \mid \varepsilon$$

$$C \rightarrow aXb \mid bXa \mid XCX \mid aDb \mid bDa$$

$$D \rightarrow XXX \mid XDX \quad ; \quad \text{wobei } D \stackrel{\hat{=}}{=} \text{Wort ungerade}$$

wobei man vereinfachen kann:

$$\underline{A} \rightarrow B \mid C$$

$$X \rightarrow a \mid b$$

$$B \rightarrow XX \mid XB X \mid \varepsilon$$

$$C \rightarrow XCX \mid aDb \mid bDa$$

$$D \rightarrow X \mid XDX$$