



Automaten, Sprachen, Komplexität – SS 2011

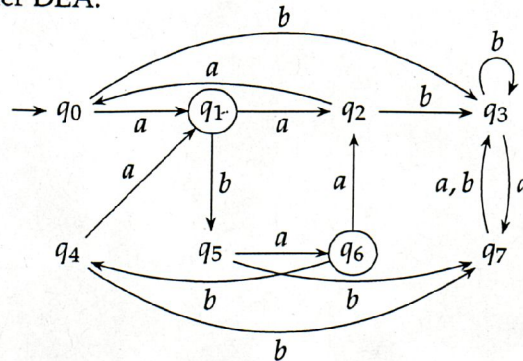
Übungsblatt 6

23.05.2011

Aufgabe 20

3 Punkte

Gegeben sei folgender DEA.



Ermitteln Sie die Paare äquivalenter Zustände nach dem Verfahren der Vorlesung. Zeichnen Sie dann den Transitionsgraphen des minimierten Automaten.

Aufgabe 21

3+3 Punkte

Zeigen Sie, dass die folgenden Sprachen über dem Alphabet $\Sigma = \{a, b\}$ nicht regulär sind, d.h., dass es keinen NEA gibt, der sie erkennt.

- (a) $L_1 = \{vv^R \mid v \in \Sigma^*\}$, die Sprache der „Palindrome gerader Länge“
- (b) $L_2 = \{w \in \Sigma^* \mid \text{in } w \text{ gibt es doppelt so viele } a\text{'s wie } b\text{'s}\}$

Aufgabe 22

2+2+1 Punkte

- (a) Sei $\mathcal{A}$ ein NEA mit n Zuständen. Zeigen Sie, dass $L(\mathcal{A})$ genau dann unendlich ist, wenn es ein Wort w der Länge $\geq n$ gibt, welches von $\mathcal{A}$ akzeptiert wird.
- (b) Geben Sie einen Algorithmus an, der das Endlichkeitsproblem für NEA löst:

Gegeben: NEA $\mathcal{A}$.

Frage: Ist $L(\mathcal{A})$ endlich?

- (c) Bestimmen Sie den Zeitaufwand für Ihren Algorithmus (in $\mathcal{O}$ -Notation) in Abhängigkeit von der Zustandszahl des gegebenen NEA.

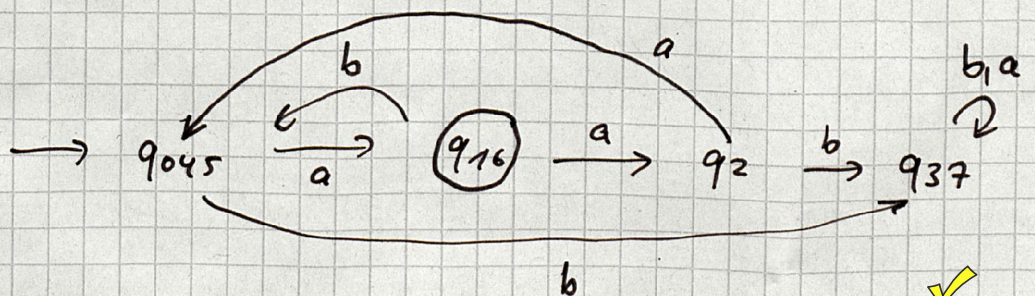
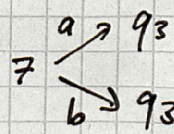
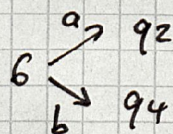
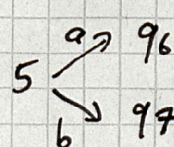
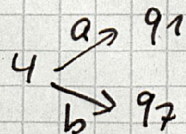
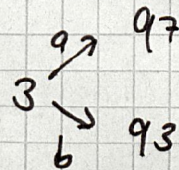
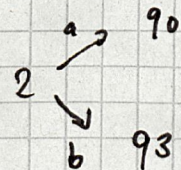
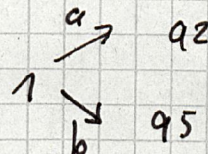
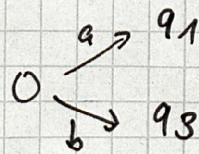
Die Aufgaben sind in Zweier- bis Dreiergruppen zu erarbeiten und abzugeben. Die Lösungen können bis nächsten Montag, 30.05.2011, 08:15 Uhr im L²P oder in der Vorlesung abgegeben, oder in den Übungskasten am Lehrstuhl eingeworfen werden.

Aufgabe 20

1

	7	6	5	4	3	2	1
0	a_2	ϵ_1	.	.	a_2	a_2	ϵ_1
1	ϵ_1	.	ϵ_1	ϵ_1	ϵ_1	ϵ_1	
2	aa_2	ϵ_1	a_2	a_2	a_2		
3	.	ϵ_1	a_2	a_2			
4	a_2	ϵ_1	.				
5	a_2	ϵ_1					
6	ϵ_1						

1. $\{0, 4, 5\}$
2. $\{6, 1\}$
3. $\{3, 7\}$



Aufgabe 22

3

(a) Beim NEA mit n Zuständen gilt:

{ Sprache $\rightarrow \infty$ $\Leftrightarrow \bigvee \text{ Wort } |w| \geq n$ }, denn

zur Bildung dieses Wortes benötigt man alle Zustände und mind. eine Schleife, so daß $|w| \rightarrow \infty$ möglich.

(b) Nach der Potenzmengenkonstruktion darf es nur in der Starte eine Schleife geben. Wenn dazu auch bei der Breiten- bzw. Tiefensuche kein Zustand erkannt wird, der über eine Schleife von Zuständen erreichbar ist, dann $L(A)$ endlich.

(c) Potenzmengenkonstruktion $O(2^n)$

Tiefensuche $O(n^2)$

insg. $O(2^n)$.

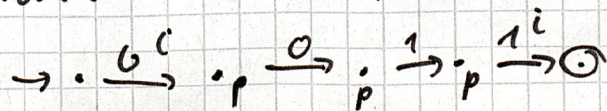
Aufgabe 21

(2)

$0^i 1^i, i > 0$ nicht möglich,
bildet man

$\xrightarrow{0^i} \xrightarrow{1^i}$, braucht man Minimum $2i = n$
Zustände, wobei zwar n beliebig groß sei darf,
aber einen festen Wert hat, sodass auch i einen festen
Wert hat, den man mit n Zuständen ausreizen kann.
Bei einem endlichen Automaten darf die Erhöhung von i
bzw. $0^i 0 1^i$ nicht zu Erkennungsschwierigkeiten
führen. Ohne zusätzlichen Abs. folgt:

{ möchte man $0^i 0 1^i$ auch zulassen $\Rightarrow$



$\Rightarrow \rightarrow \cdot \xrightarrow{0^i} \cdot \xrightarrow{1^i} \odot$ d.h. ein endlicher
Automat würde auch $0^i 0 1^i$ akzeptieren, darf er
aber nicht. $\S$

Im folgenden entspricht $a \hat{=} 0$ und $b \hat{=} 1$. ☺

$$(a) \quad VV^R \ni (1^i 0^i) (1^i 0^i)^R; i > 0$$

$$= 1^i \cdot 0^i \cdot 0^i \cdot 1^i \quad \S \text{ letzter Teil kann nicht gebildet werden. } \text{☺}$$

$$(b) \quad w \ni 0^i 1^i = 0^i (0^i 1^i)$$

$\S$ letzter Teil kann nicht
gebildet werden. ☺