Lehrstuhl für Informatik 7 · RWTH Aachen
Dr. C. Löding · Dipl.-Inform. W. Fridman · Dipl.-Inform. S. Schulz

Automaten, Sprachen, Komplexität – SS 2011

Übungsblatt 3 — 02.05.2011

Aufgabe 8 — *2+2+2+2 Punkte*

Wir betrachten Sprachen über dem Alphabet $\Sigma = \{a, b, c\}$. Geben Sie (durch Transitionsgraphen) nichtdeterministische endliche Automaten (NEA) an, die die folgenden Sprachen über Σ erkennen und dabei höchstens so viele Zustände haben, wie jeweils angegeben ist:

(a) $\{w \in \Sigma^* \mid w$ beginnt mit a und das drittletzte Symbol ist ein $c\}$, mit 5 Zuständen

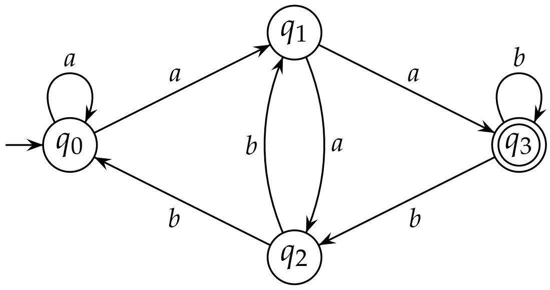
(b) $\{w \in \Sigma^* \mid w$ beginnt und endet auch mit $a\}$, mit 3 Zuständen

(c) $\{w \in \Sigma^* \mid w$ enhält kein Infix ba $\}$, mit 2 Zuständen

(d) $\{w \in \Sigma^* \mid$ in w gibt es zwei Vorkommen von a's, zwischen denen die Anzahl von c's ungerade ist$\}$, mit 4 Zuständen

Aufgabe 9 — *2 Punkte*

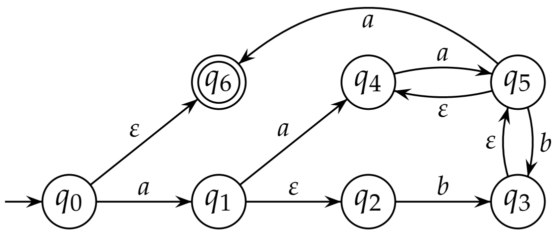
Sei $\mathcal{A}$ folgender NEA:



Wenden Sie die Potenzmengenkonstruktion auf $\mathcal{A}$ an.

Aufgabe 10 — *4 Punkte*

Sei $\mathcal{A}$ der folgende ε-NEA:



(a) Stellen Sie eine 0-1-Matrix $(e_{ij})_{0 \leq i,j \leq 6}$ auf, so dass für alle $i, j \in \{0, \ldots, 6\}$ gilt:

$$e_{ij} = 1 \quad \text{genau dann wenn} \quad \mathcal{A}\colon q_i \xrightarrow{\varepsilon} q_j$$

Erinnerung: $q_i \xrightarrow{\varepsilon} q_j$ bedeutet, dass es einen Pfad aus ε-Transitionen von q_i nach q_j gibt

(b) Nutzen Sie nun diese Matrix aus, um die ε-Transitionen aus $\mathcal{A}$ gemäß dem in der Vorlesung vorgestellten Verfahren zu eliminieren. Geben Sie hierzu den Transitionsgraphen des entstandenen NEA sowie die vollständige Liste der neu eingefügten Transitionen an.

Aufgabe 11 *4 Punkte*

Die Umkehrung L^R einer Sprache $L \subseteq \Sigma^*$ entsteht aus L durch das Umdrehen aller Wörter in L:

$$L^R = \left\{ a_m \ldots a_1 \;\middle|\; a_1 \ldots a_m \in L, a_i \in \Sigma \right\}.$$

Zeigen Sie: Wenn L NEA-erkennbar ist, dann ist auch L^R NEA-erkennbar. Geben Sie hierzu an, wie man aus einem NEA $\mathcal{A}$ für L einen NEA $\mathcal{A}'$ für L^R gewinnt.

Hinweis: Sie dürfen die Äquivalenz zwischen NEA und ε-NEA ausnutzen.

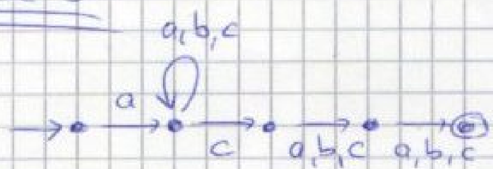
Die Aufgaben sind in Zweier- bis Dreiergruppen zu erarbeiten und abzugeben. Die Lösungen können bis nächsten Montag, 09.05.2011, 08:15 Uhr im L^{2}P oder in der Vorlesung abgegeben, oder in den Übungskasten am Lehrstuhl eingeworfen werden.

Automaten, Sprachen, Komplexität ①
Übungsblatt 3

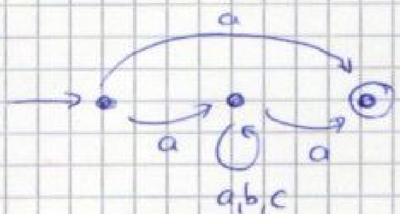
Epal Murielle 263017
Hagemeier Helmut 231912

Aufgabe 8

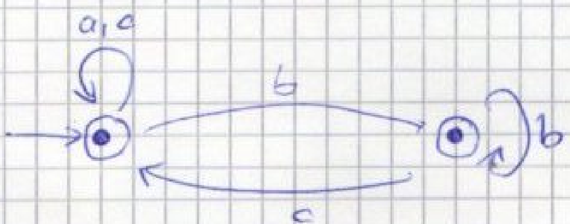
zu a:



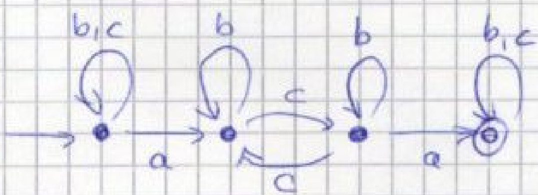
zu b:



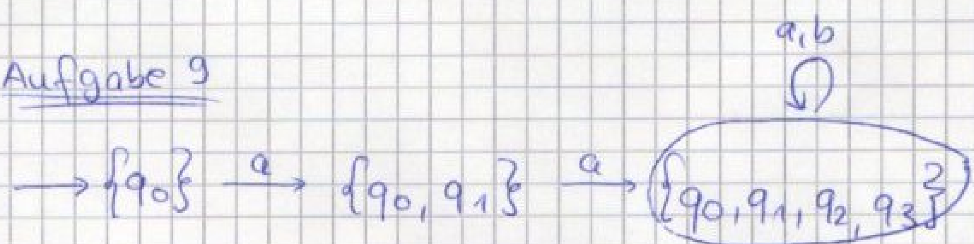
zu c:



zu d:



Aufgabe 9



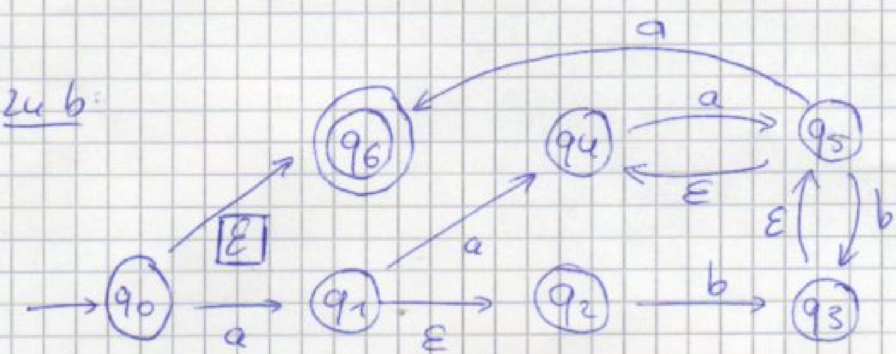
vereinfacht also:

Aufgabe 10:

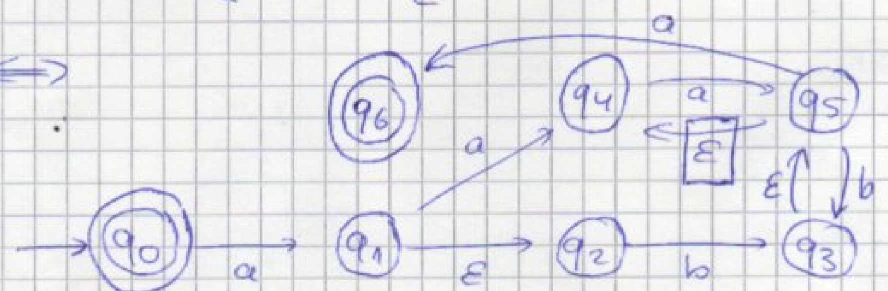
zu a:

$$\begin{array}{c|ccccccc}
 & 0 & 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 6 \\
\hline
0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \\
1 & 0 & 1 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\
2 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\
3 & 0 & 0 & 0 & 1 & 1 & 1 & 0 \\
4 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\
5 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 1 & 0 \\
6 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1
\end{array}$$

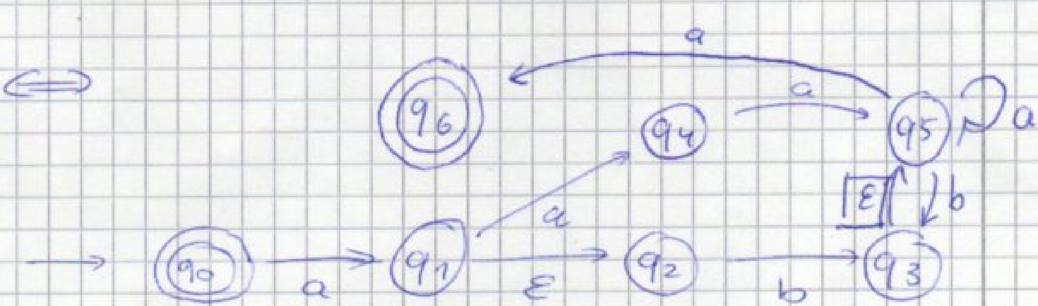
zu b:



⟺

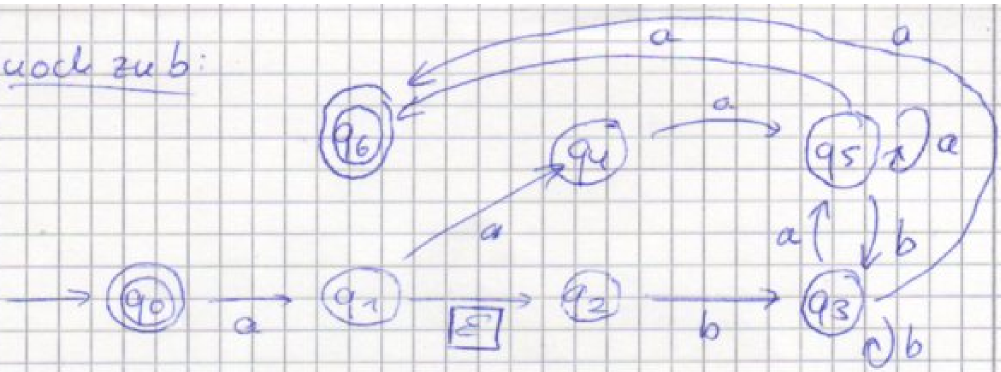


⟺

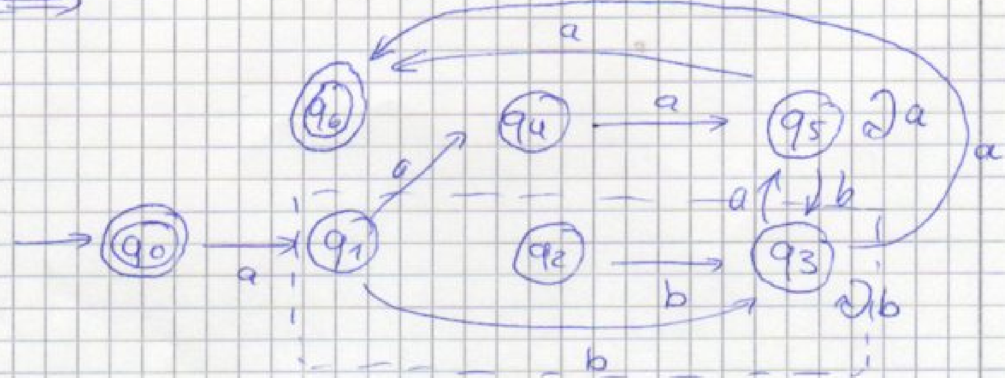


⟺

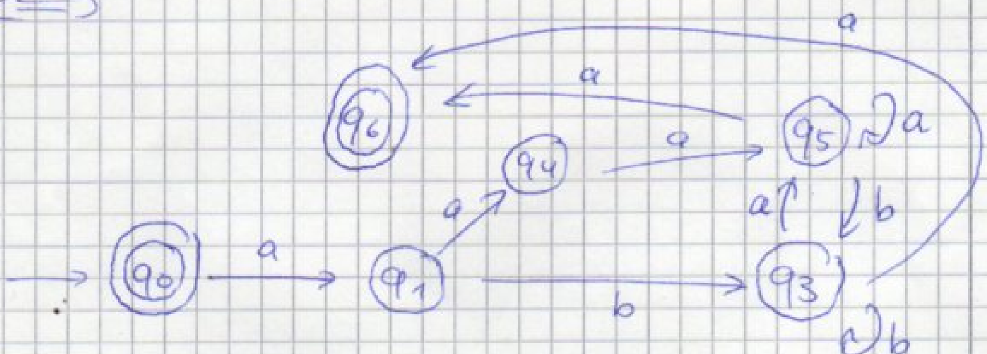
noch zu b:



⟺



vereinfacht
⟺



Aufgabe 11

Kehrt man alle Pfeile um und ersetzt Ausgangspunkt mit Endpunkt, dann gibt es von irgendeinem vorherigen Endpunkt aus einen umgekehrten Lauf für die umgekehrte Sprache. Bei ε-NEA kann man einen neuen ZustandAnfang setzen, von dem aus ε-Strecken zu den alten Endzuständen zeigen.