Lehrstuhl für Informatik 7 · RWTH Aachen
Dr. C. Löding · Dipl.-Inform. W. Fridman · Dipl.-Inform. S. Schulz

Automaten, Sprachen, Komplexität – SS 2011

Übungsblatt 1 — 11.04.2011

Aufgabe 1 — *2+2+2 Punkte*

Wir betrachten Sprachen über dem Alphabet $\Sigma = \{a, b\}$. Geben Sie (durch Transitionsgraphen) deterministische endliche Automaten (DEA) an, die die folgenden Sprachen über Σ erkennen:

(a) $\{w \in \Sigma^* \mid$ in w kommt a mindestens dreimal vor$\}$

(b) $\{w \in \Sigma^* \mid w$ hat ungerade Länge und enthält (mindestens) ein $a\}$

(c) $\{w \in \Sigma^* \mid w$ enthält ab nicht als Infix$\}$

Aufgabe 2 — *3+3 Punkte*

Geben Sie zu den folgenden DEA jeweils den zugehörigen Transitionsgraphen und eine möglichst einfache umgangssprachliche (aber dennoch präzise) Beschreibung der erkannten Sprache.

(a) $\mathcal{A}_1 = (\{q_0, q_1, q_2\}, \{0, 1\}, q_0, \delta_1, \{q_2\})$ mit der folgenden Wertetabelle für die Transitionsfunktion δ_1:

	0	1
q_0	q_1	q_0
q_1	q_1	q_2
q_2	q_1	q_0

(b) $\mathcal{A}_2 = (\{q_0, q_1, q_2, q_3\}, \{0, 1\}, q_0, \delta_2, \{q_2\})$ mit der folgenden Wertetabelle für die Transitionsfunktion δ_2:

	0	1
q_0	q_1	q_0
q_1	q_2	q_3
q_2	q_1	q_3
q_3	q_3	q_3

Aufgabe 3 — *2+1+1 Punkte*

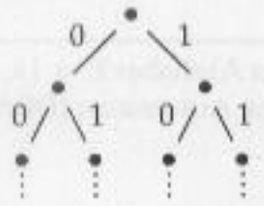
Wir betrachten endliche Sprachen (d.h. Sprachen, die nur endlich viele Wörter enthalten) über dem Alphabet $\mathbb{B} = \{0, 1\}$.

(a) Beschreiben Sie ein Verfahren, mit dem Sie zu jeder endlichen Sprache $E \subseteq \mathbb{B}^*$ einen DEA $\mathcal{A}_E$ gewinnen können, der E erkennt.

(b) Geben Sie als Beispiel den DEA $\mathcal{A}_E$ für die Sprache $E = \{0, 11, 1101\}$ an.

(c) Geben Sie (in Abhängigkeit von E) eine obere Schranke für die Anzahl der Zustände von $\mathcal{A}_E$ an, falls $E = \{w_1, \ldots, w_n\}$.

Hinweis: man betrachte den binären Baum:



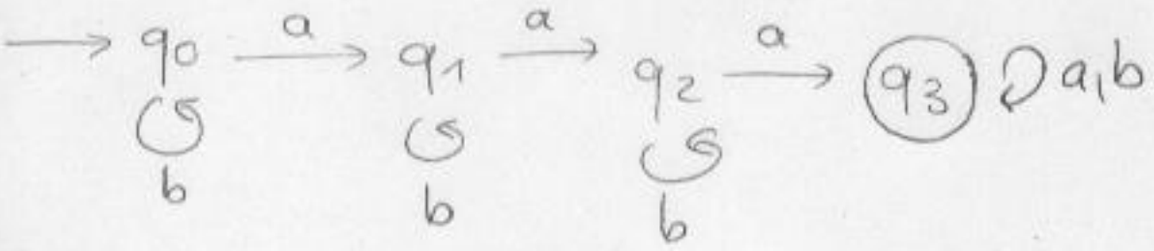
Die Aufgaben sind in Zweier- bis Dreiergruppen zu erarbeiten und abzugeben. Die Lösungen können bis nächsten Montag, 18.04.2011, 08.15 Uhr im L^{2}P oder in der Vorlesung abgegeben, oder in den Übungskasten am Lehrstuhl eingeworfen werden.

Automaten, Sprachen, Komplexität

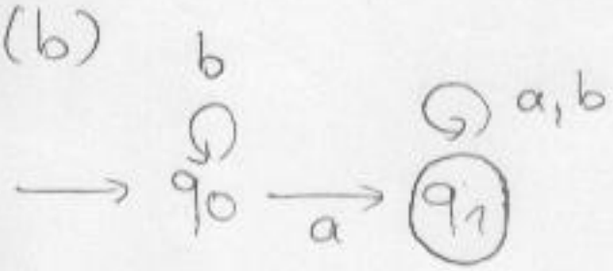
Aufgabe 1:

$\Sigma = \{a, b\}$

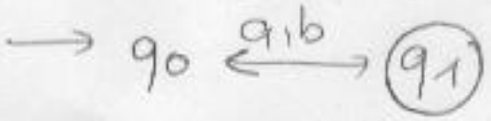
(a)



(b)

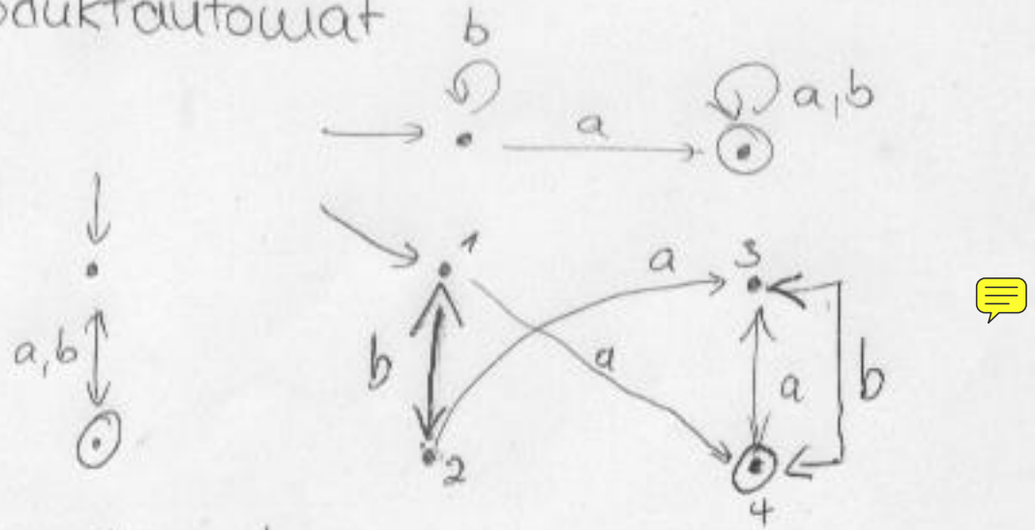


mindestens ein a

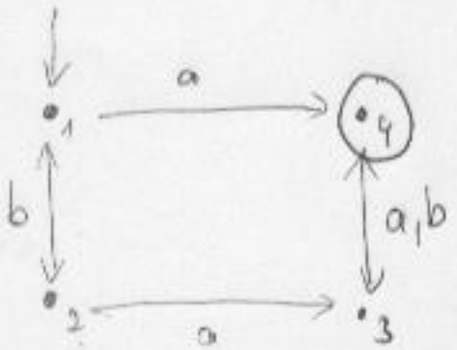


ungerade Länge

Produktautomat



nochmal sauber:



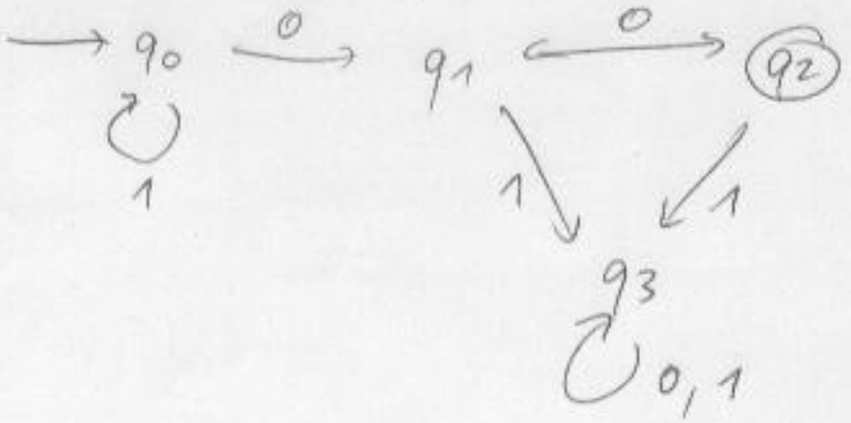
(c)

Obere Schranke, d.h man muß maximal $E = |\mathbb{B}|^n$ erwarten. Sonst könnte man eine Senke definieren, mit der man geeignet vereinfachen könnte.

In diesem Fall sind $\sum_{i=0}^{n} 2^i$ maximal nötig.

Aufgabe 2:

(b)



$1^* 0 0 (00)^*$

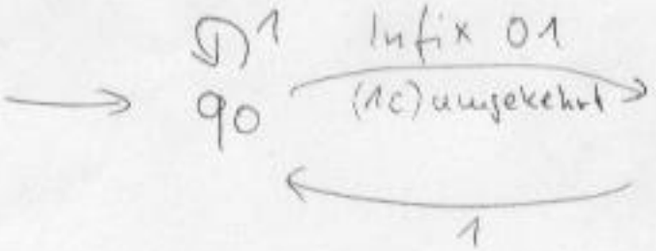
$= 1^* (00)^+$

Beliebige Anz 1en, danach gerade Anz 0en $\neq 0$. ✓

(a)

$1^* 0^+ 1 (0^+ 1)^* (1^+ 0^+ 1 (0^+ 1)^*)^*$

$= 1^* 0^* 01 (0^* 01)^* (11^* 0^* 01 (0^* 01)^*)^*$



$0^+ 1$
$= 0^* 01$

$(1^+ (0+1)^* 01 (0+1)^* + 0^+ 1)^*$

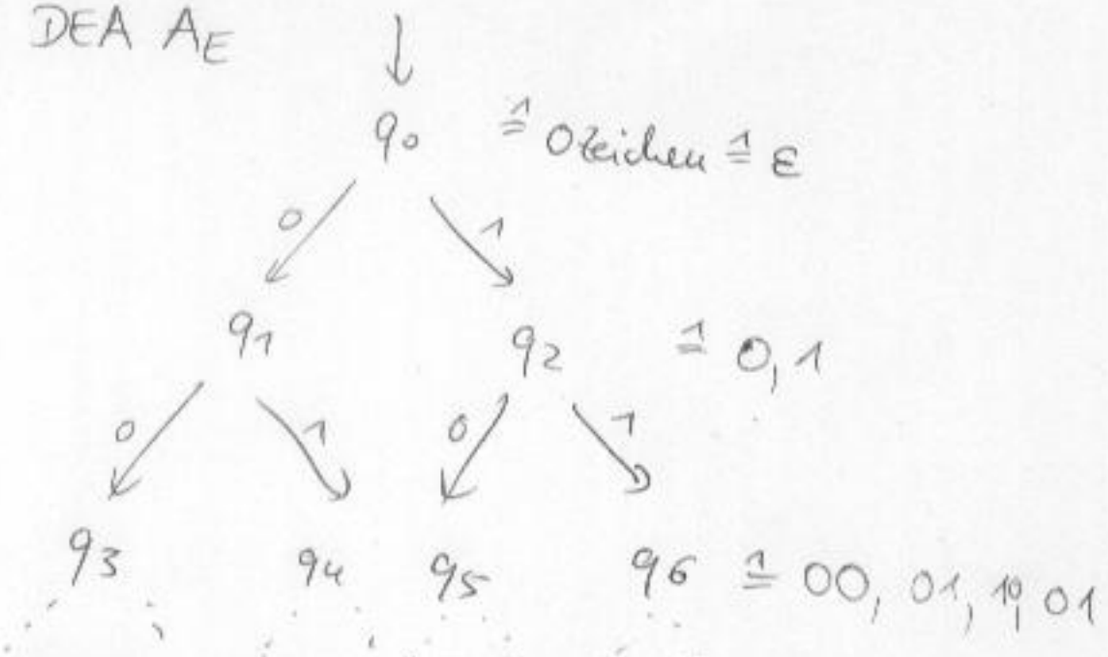
... Infix 01 ... (Mille)*

insgesamt also: Infix 01

Aufgabe 3:

Endl. Spr. über $\mathbb{B} = \{0,1\}$

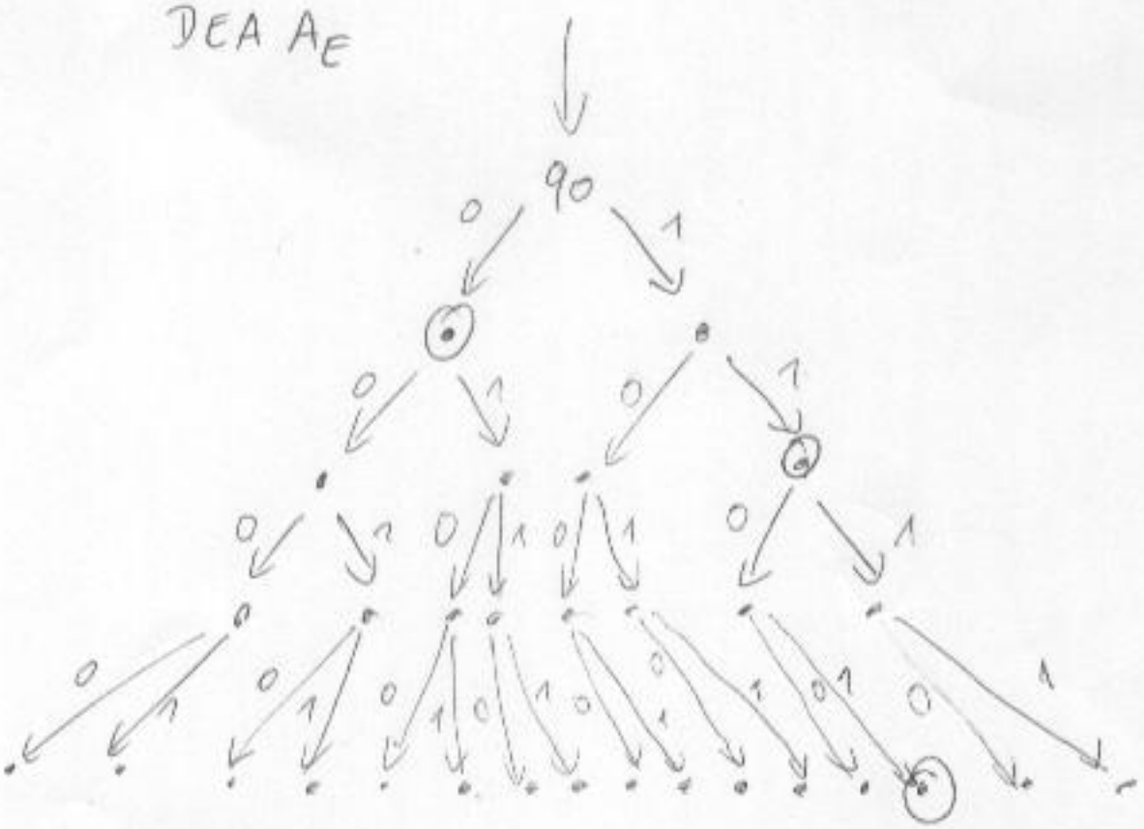
(a)



Eine endl. Sprache hat ein $|\omega|_{MAX} = n; \bigvee_{n \in \mathbb{N}_0}$.

Man erweitert den Baum bis n. Damit hat man $\mathbb{B}^n$ abgebildet und die Zustände, die $\omega \in E \subseteq \mathbb{B}^*$ erkennen, werden als Endzustände konstruiert.

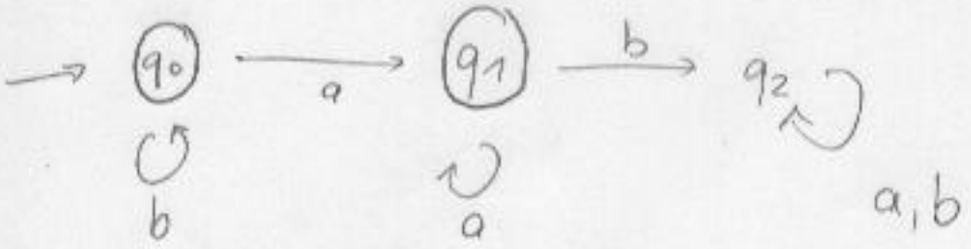
(b)



(c)

$\{\omega \in \Sigma^* \mid \omega$ enthält ab nicht als Infix$\}$

$= \{\omega \in \Sigma^* \mid$ nach a nie ~~direkt~~ b$\}$



✓