14.07.11

II: Lösung 11

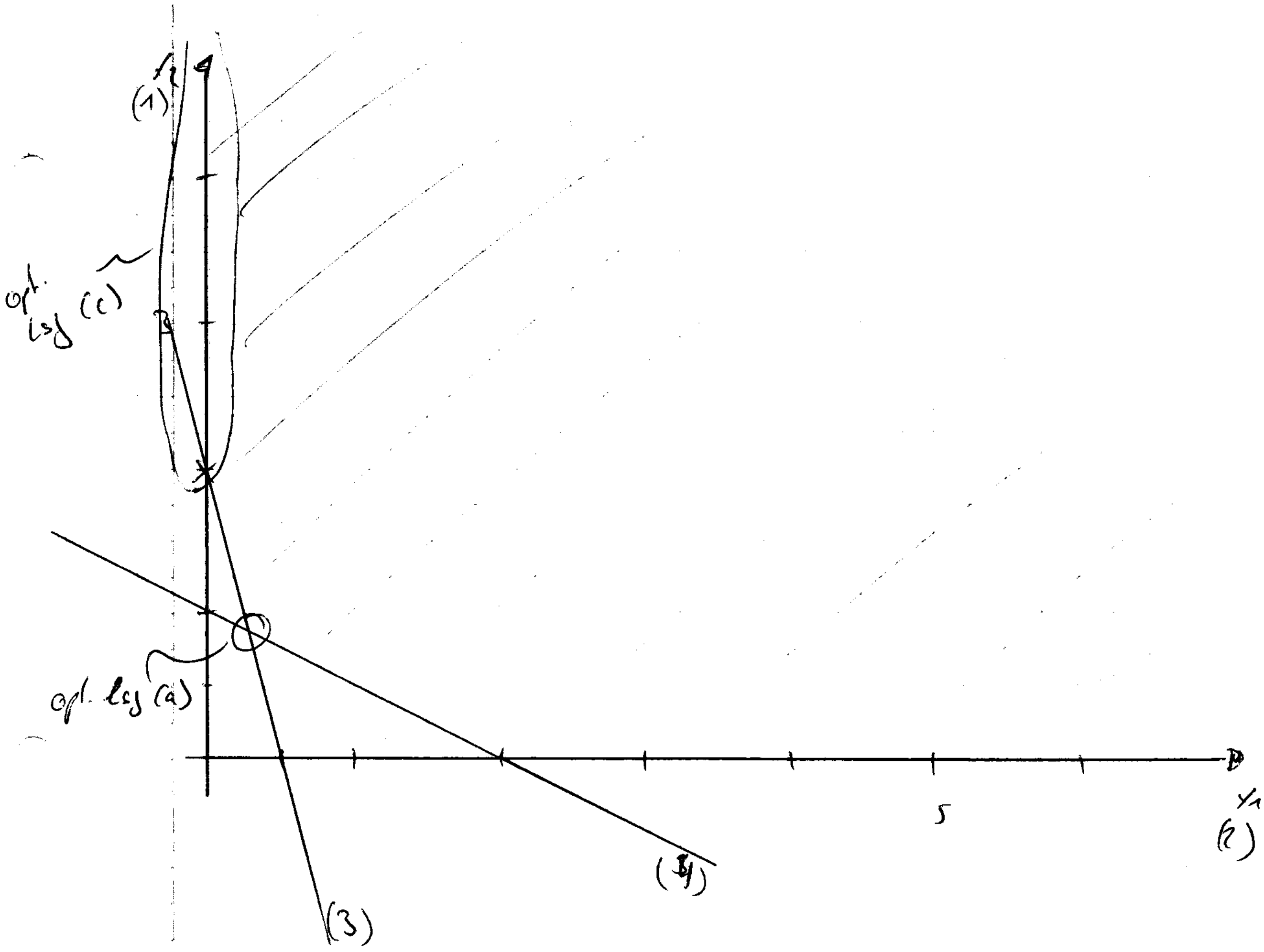
Aufg. 1

$$\min f_0(x_1,x_2)$$

$$\text{s.d. } 4x_1 + x_2 \geq 2 \qquad (3)$$

$$\tfrac{1}{4}x_1 + x_2 \geq \tfrac{1}{2} \qquad (4)$$

$$x_1, x_2 \in [0,\infty) \qquad (1,2)$$



a) $f_0(x_1,x_2) = x_1 + x_2$

Schnittpunkt (3) und (4)

$\Rightarrow x_1 = 0{,}4 = x_2$

$f_0(x_1,x_2) = 0{,}8$

b) $f_0(x_1,x_2) = -x_1 - x_2$

Es gilt $\min(-(x_1+x_2))$

$= -\max(x_1+x_2)$

$\max x_1+x_2$

s.d. $x_1+x_2 \geq 2$

Menge der opt. Lsg $= \emptyset \Longrightarrow$ opt. Wert $\to \infty$

$\Rightarrow$ opt. Wert des ursprüngl. Problems $\to -\infty$

c) $f_0(x_1, x_2) = x_1$

$x_1^* = 0\,,\ x_2^* \in [2, \infty)$

$f_0(x_1^*, x_2^*)\ x_1^* = 0$

<u>Ü. 2</u>

allg. $\min_{x \in \mathbb{R}^n} f_0(\underline{x})$

s.d. $f_i(\underline{x}) \le 0 \qquad i = 1, \dots, m$

$h_i(\underline{x}) = 0 \qquad i = 1, \dots, p$

zulässige Punkte D

Lagrange - Fkt.

$L(\underline{x}, \underline{\lambda}, \underline{v}) = f_0(\underline{x}) + \sum_{i=1}^{m} \lambda_i f_i(x) + \sum_{i=1} v_i h_i(x)$

$g(\underline{\lambda}, \underline{v}) = \inf_{x \in D} L(\underline{x}, \lambda, \underline{v})$

$g(\underline{\lambda}, \underline{v}) \le f_0(x^*)$

dual problem

$\max_{\lambda, v} g(\underline{\lambda}, \underline{v})$

s.d. $\underline{\lambda} \ge 0$

---

ges. n Kanäle

Rate: $f(p_i) = \log(1 + g_i \cdot p_i)$

p_i: Sendeleistung des Kanals i

g_i: Pfadgewinn

w_i: Gewichte

14.07.11

$\min_{p_i} \rightarrow \sum \omega_i \log(1+g_i p_i)$

s.d. $\sum_{i=1}^{n} p_i \le P_T \rightarrow \sum_{i=1}^{n} p_i - P_T \le 0$

$p_i \ge 0 \quad i=1,\dots,n \rightarrow -p_i \le 0 \quad i=1,\dots,n$

$L(\underline{P}, \underline{\lambda}, \mu) = -\sum_{i=1}^{n} \omega_i \log(1+g_i p_i) + \lambda\left(\sum_{i=1}^{n} p_i - P_T\right) + \sum_{i=1}^{n} \mu_i p_i$

KKT - Bedingung:

i) primal, flexibility

$\sum_{i=1}^{n} p_i \le P_T \quad , p_i \ge 0$

ii) Gewicht der Lagrangefunktion wird null:

$$\frac{\partial L(\underline{P}, \lambda, \mu)}{\partial p_i} = -\frac{g_i \omega_i}{1+g_i p_i} + \lambda + \mu_i = 0 \quad i=1,\dots,n$$

iii) complementary slackness:

$\lambda\left(\sum_{i=1}^{n} p_i - P_T\right) = 0 \quad , \lambda \ge 0$

$\mu_i p_i = 0 \quad , \mu_i \ge 0 \quad , i=1,\dots,n$

Lösung mit KKT-Bedingung

1) $g_i = 0 \ \forall i \rightarrow$ keine Leistung zuweisen

$g_i = 0 \Rightarrow p_i = 0 \quad i=1,\dots,n$

2) $g_i > 0 \rightarrow p_i > 0$

a) sei $\lambda = 0 \Rightarrow -\frac{g_i \omega_i}{1+g_i p_i} - \mu_i = 0 \quad \mu_i = -\frac{g_i \omega_i}{1+g_i p_i} < 0$

Wiederspruch zu iii)

b) sei $\lambda > 0 \Rightarrow \left(\sum_{i=1}^{n} p_i - P_T\right) = 0 \Leftrightarrow \sum_{i=1}^{n} p_i = P_T$

3) sei $\lambda > 0$

a) $g_i = 0$ für einige

$\overset{ii)}{\Rightarrow} \lambda - \mu_i = 0 \quad \lambda = \mu_i > 0$

14.07.11

$\xrightarrow{ii} \mu_i p_i = 0 \Rightarrow p_i = 0$

b) $g_i > 0$ für einige i

$\mu_i p_i = 0 \xrightarrow{iii)} \mu_i = 0$

$-\frac{g_i \omega_i}{1 + p_i g_i} + \lambda = 0$

$\rightsquigarrow p_i = \omega_i \cdot \lambda^{-1} - g_i^{-1}$

$\xrightarrow{(i)} p_i = (\omega_i \lambda^{-1} - g_i^{-1})^+$

$\hookrightarrow$ Waterfilling