Übung 3 MSK

13.05.11

Digitale Demodulation mittels Quadraturdemodulation

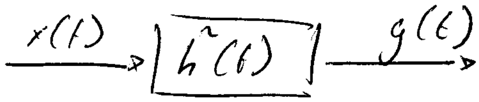
Bei der Quadraturdemodulation wird das Empfangssignal $g(t)$ in die Inphase- und Quadraturkomponente zerlegt.

a) Phasenmethode: (Hilbert-Trafo)

b) Filtermethode:

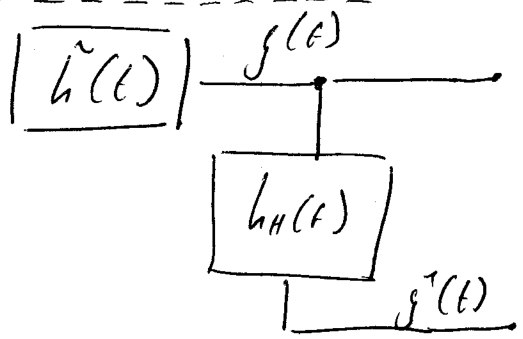
c) Schaltermethode:

$e_R(t) = g_I(t) + j \cdot g_Q(t)$



$g(t) = \mathrm{Re}\{e_R(t) \cdot e^{j\omega_0 t}\}$

a) Phasenmethode



hilberttransformiertes Signal

$$g_a(t) = g(t) + j \cdot \hat{g}(t) \quad ; \; g(t), \hat{g}(t) \text{ reell}$$

$$= e_R(t) \cdot e^{j\omega_0 t}$$

$$= [g_I(t) + j\, g_Q(t)] \cdot e^{j\omega_0 t} \quad ; \; g_I(t), g_Q(t) \text{ reell}$$

$$\Rightarrow g_I(t) + j\, g_Q(t) = g_a(t) \cdot e^{-j\omega_0 t}$$

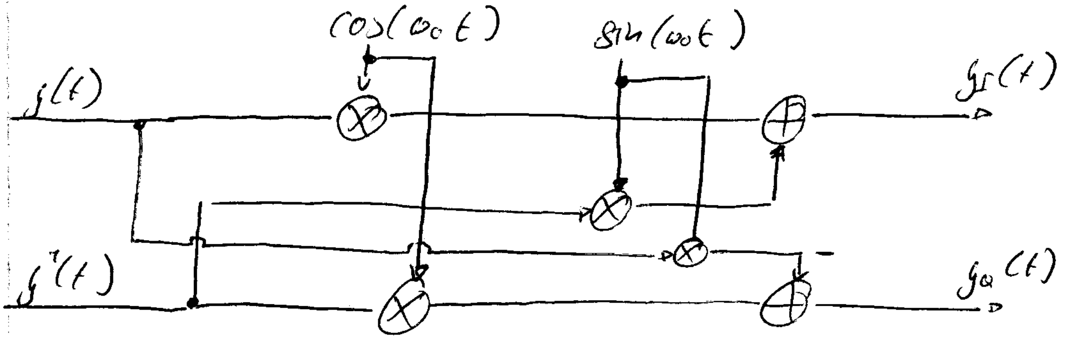
$$= [g(t) + j\hat{g}(t)][\cos(\omega_0 t) - j \sin(\omega_0 t)]$$

$$= g(t) \cdot \cos(\omega_0 t) + \hat{g}(t) \cdot \sin(\omega_0 t)$$
$$+ j\left(-g(t) \sin(\omega_0 t) + \hat{g}(t) \cdot \cos(\omega_0 t)\right)$$

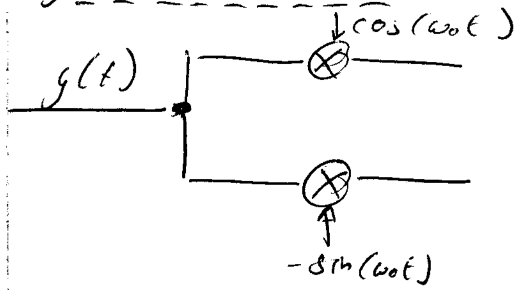
13.05.11

$$\Rightarrow g_I(t) = \mathrm{Re}\{g_a(t)\cdot e^{-j\omega_0 t}\} = g(t)\cdot\cos(\omega_0 t) + \hat{g}(t)\cdot\sin(\omega_0 t)$$

$$g_Q(t) = \mathrm{Im}\{g_a(t)\cdot e^{-j\omega_0 t}\} = -g(t)\cdot\sin(\omega_0 t) + \hat{g}(t)\cdot\cos(\omega_0 t)$$



b) Filtermethode



$$\cos(\alpha)\cdot\cos(\beta) = \tfrac{1}{2}\cos(\alpha-\beta) + \tfrac{1}{2}\cos(\alpha+\beta)$$
$$\cos(\beta)\cdot\sin(\alpha) = \tfrac{1}{2}\sin(\alpha-\beta) + \tfrac{1}{2}\sin(\alpha+\beta)$$
$$\cos(\alpha)\cdot\sin(\beta) = -\tfrac{1}{2}\sin(\alpha-\beta) + \tfrac{1}{2}\sin(\alpha+\beta)$$
$$\sin(\alpha)\,\sin(\beta) = \tfrac{1}{2}\cos(\alpha-\beta) - \tfrac{1}{2}\cos(\alpha+\beta)$$

$$g(t)\cdot\cos(\omega_0 t) = \mathrm{Re}\{(g_I(t) + j\,g_Q(t))\,e^{j\omega_0}\}\cdot\cos(\omega_0 t)$$

$$= [g_I(t)\cdot\cos(\omega_0 t) - g_Q(t)\cdot\sin(\omega_0 t)]\cdot\cos(\omega_0 t)$$

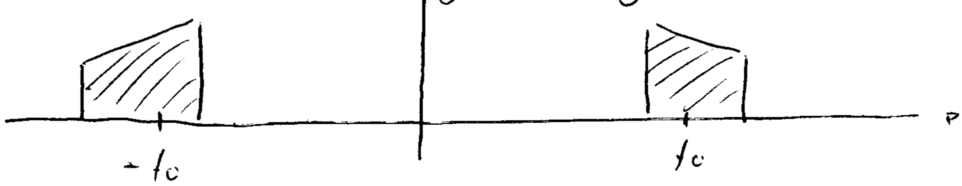
≙ Anteile bei Frequenz

$$= g_I(t)\Big[\overbrace{\tfrac{1}{2}\cdot 1}^{0} + \tfrac{1}{2}\cos(\overbrace{2\omega_0 t}^{2\omega_0})\Big]$$

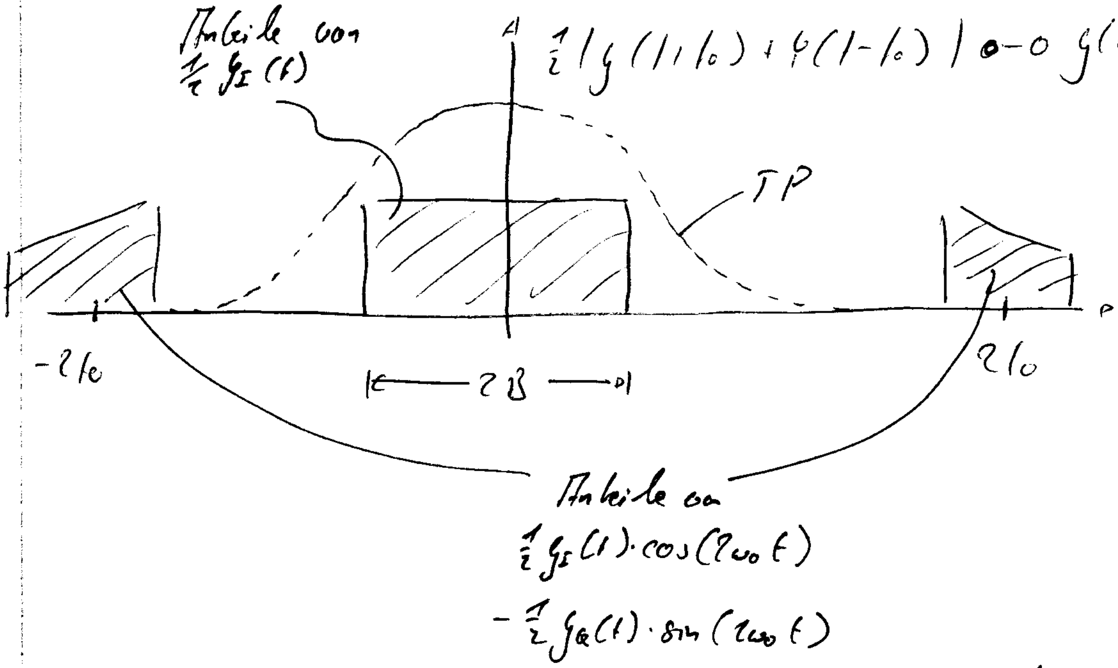
$$- g_Q(t)\Big[\cancel{\tfrac{1}{2}\cdot 0} + \tfrac{1}{2}\sin(\underbrace{2\omega_0 t}_{2\omega_0})\Big]$$

13.05.11

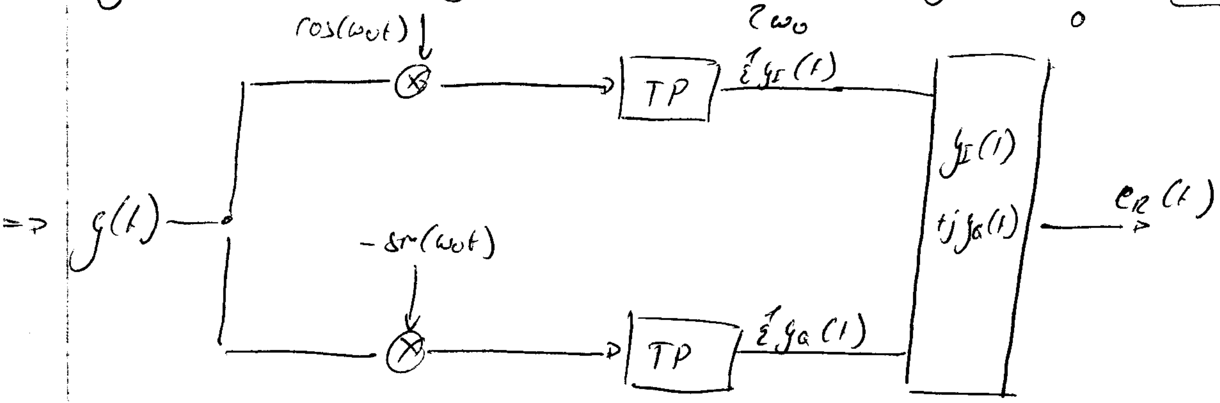
$|g(f)| \circ\!-\!\circ\, g(t)$



$\frac{1}{2}|g(f+f_0)+g(f-f_0)| \circ\!-\!\circ\, g(t)\cdot\cos(\omega_0 t)$



$$-g(t)\cdot\sin(\omega_0 t) = -g_I(t)\cdot\frac{1}{2}\underbrace{\sin(2\omega_0 t)}_{2\omega_0} + g_Q(t)\Big(\underbrace{\frac{1}{2}}_{0} - \underbrace{\frac{1}{2}\cos(2\omega_0 t)}_{2\omega_0 t}\Big)$$



mit TP: $f_g > B$

$f_g < 2f_0 - B$

13.05.11

c) Schaltermethode

Systemvereinfachung zu b)

$$g(t) \longrightarrow \underset{\uparrow\, \mathrm{sign}(\cos(\omega_0 t))}{\otimes} \longrightarrow \boxed{TP} \xrightarrow{\frac{2}{\pi}\cdot g_I(t)}$$

Fourierreihenentw. von sign(cos…

$$g(t)\cdot \mathrm{sign}(\cos(\omega_0 t)) = \left[g_I(t)\cdot\cos(\omega_0 t) - g_Q(t)\cdot\sin(\omega_0 t)\right] \cdot \frac{4}{\pi}\left(\cos(\omega_0 t) - \frac{1}{3}\cos(3\omega_0 t) + \frac{1}{5}\cos(5\omega_0 t) \dots\right)$$

$$= \frac{4}{\pi} g_I(t)\Big[\frac{1}{2} + \frac{1}{2}\cos(2\omega_0 t) - \frac{1}{6}\cos(2\omega_0 t) - \frac{1}{6}\cos(4\omega_0 t) + \frac{1}{10}\cos(4\omega_0 t) + \frac{1}{10}\cos(6\omega_0 t) + \dots\Big]$$

$$- \frac{4}{\pi} g_Q(t)\Big[\frac{1}{2}\sin(2\omega_0 t) + \frac{1}{6}\sin(2\omega_0 t) - \frac{1}{6}\sin(4\omega_0 t) - \frac{1}{10}\sin(4\omega_0 t) + \frac{1}{10}\sin(6\omega_0 t) + \dots\Big]$$

$\Rightarrow$ Nach TP-Filterung: $\frac{2}{\pi} g_I(t)$

- $g(t)\cdot \mathrm{sign}(\sin(\omega_0 t))$ entsprechend $\Rightarrow \frac{2}{\pi} g_Q(t)$

<u>Bsp.</u> (Demodulation mittels Filtermethode)

Empfangssignal:
- ohne Mehrwegeausbreitung
- mit Dopplerverschiebung $\Delta\omega$
- mit Laufzeit / Verzögerung τ

$(y(t) \neq x(t))$

13.05.11

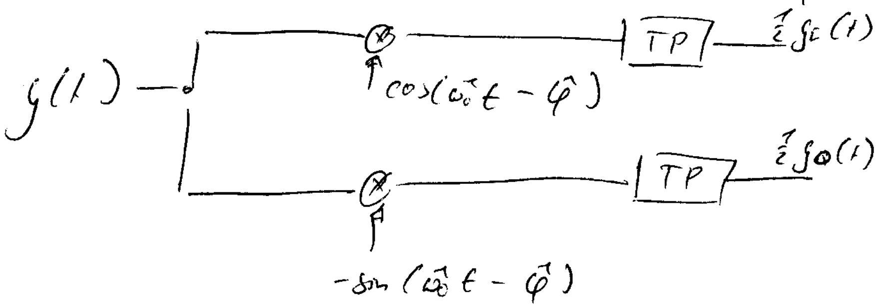
$$\Rightarrow y(t) = \mathrm{Re}\{\underbrace{e_T(t-\tau)}_{\text{kompl. Einhüllende des Sendesignals}} \cdot e^{j(\omega_0(t-\tau) + \Delta\omega t)}\}$$

zeitl. Verzögerung

Dopplerverschiebung

$$= x_I(t-\tau)\cdot \cos(\tilde{\omega}_0 t - \varphi) - x_Q(t-\tau)\sin(\tilde{\omega}_0 t - \varphi)$$

mit $\tilde{\omega}_0 = \omega_0 + \Delta\omega$, $\varphi = \omega_0 \tau$



<u>Problem</u>: Empfangsseitige Trägerfrequenz $\tilde{\omega}_0$ und Phase φ sind a.U. nicht exakt bekannt, aber $\tilde{\omega}_0 \approx \hat{\omega}_0$

$\rightarrow$ Signal nach TP-Filterung (Unterdrückung der Spektralanteile bei $\tilde{\omega}_0 + \hat{\omega}_0 \approx 2\hat{\omega}_0$)

$$\frac{1}{2} y_I(t) = \frac{1}{2} x_I(t-\tau)\cdot \cos(\underbrace{(\tilde{\omega}_0 - \hat{\omega}_0)t - (\varphi - \hat{\varphi})}_{\Psi})$$

$$- \frac{1}{2} x_Q(t-\tau)\cdot \sin((\tilde{\omega}_0 - \hat{\omega}_0)t - (\varphi - \hat{\varphi}))$$

$$\frac{1}{2} y_Q(t) = -\frac{1}{2} x_I(t-\tau)\sin(\Psi) + \frac{1}{2} x_Q(t-\tau)\cdot\cos(\Psi)$$

Bei guter Schätzung von $\hat{\omega}_0$ und $\hat{\varphi}$ gilt $\Psi \approx 0$

$$\Rightarrow y_I(t) \approx \frac{1}{2} x_I(t-\tau)$$

$$y_Q(t) \approx \frac{1}{2} x_Q(t-\tau)$$