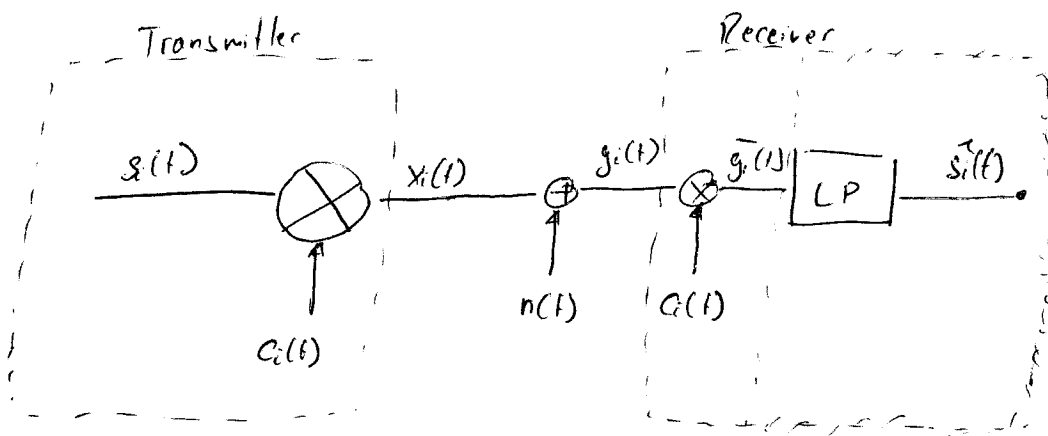


Codesequenzen für DS-CDMA: m-Sequenzen und Gold-Codes

Beim sogenannten "Direct Sequence - Code Division Multiple Access" nutzen alle Teilnehmer gleichzeitig das gleiche Frequenzband. Die Separierung der einzelnen Signale erfolgt mit Hilfe von den Teilnehmern individuell zugeordneten Pseudo-Zufallssignalen.



Die Pseudo-Zufallssignale sollten näherungsweise unkorreliert sein, d.h. es sollte gelten:

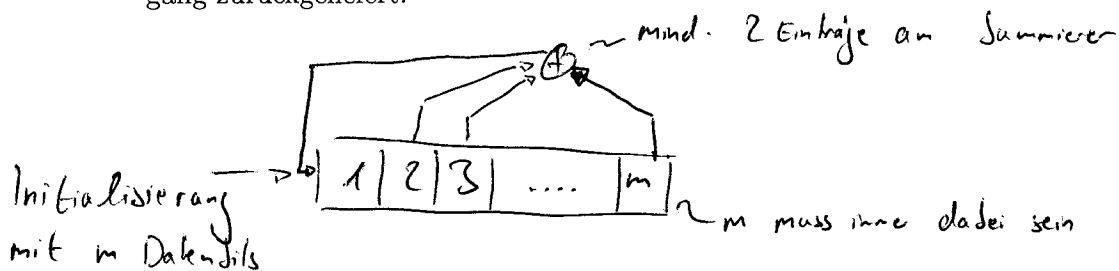
$$\left| \frac{1}{T} \int_0^T c_i(t) \cdot c_j(t) dt \right| = \begin{cases} 1 & i = j \\ A_{ij} \ll 1 & i \neq j \end{cases}$$

Bei der Generierung der Pseudo-Zufallsfolgen sind daher vor allem die Korrelationseigenschaften zu betrachten.

Mit Hilfe von m -stufigen rückgekoppelten Schieberegistern lassen sich auf einfache Weise Codefolgen $c_i(t)$ erzeugen.

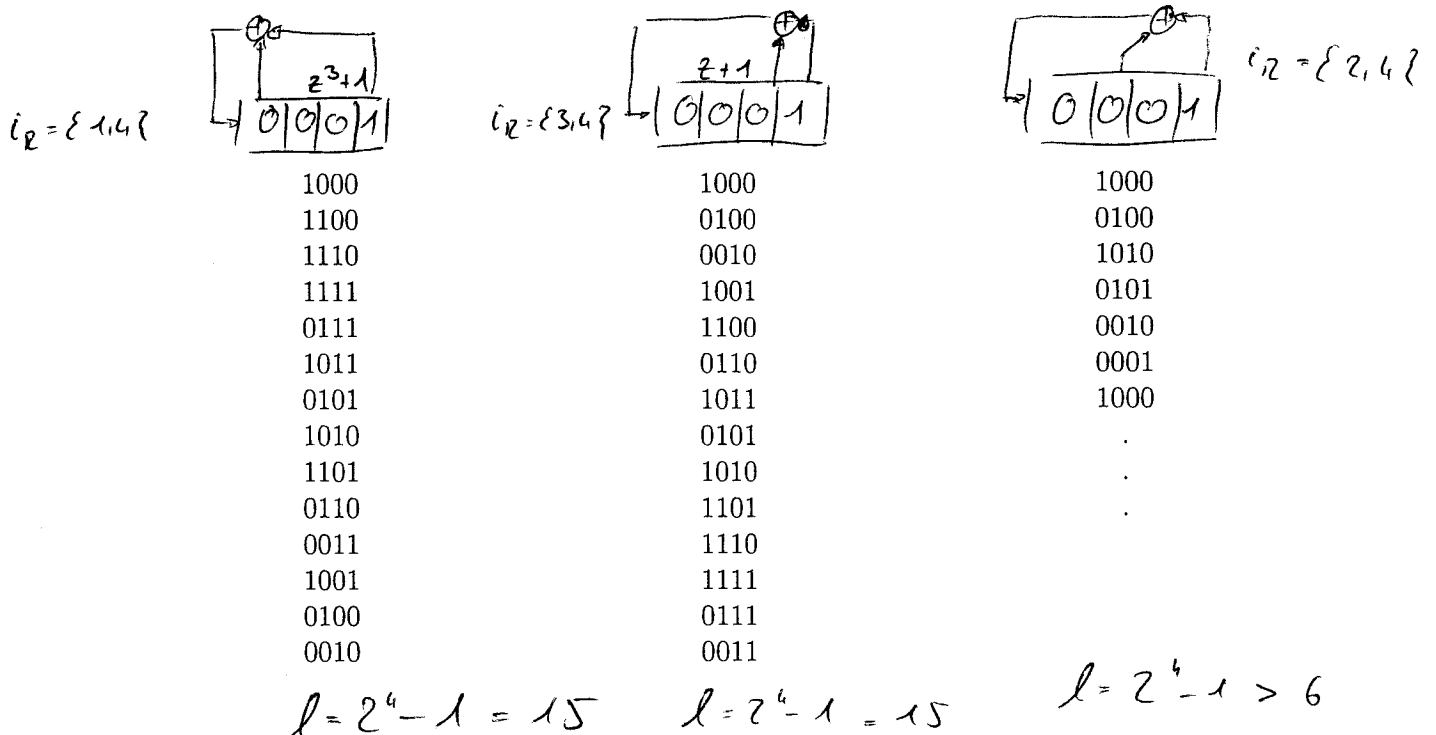
8.1 Maximum-Length Shift Register Codes, kurz: m-Sequenzen

Die Ausgangssignale mehrerer Schieberegister werden modulo-2 addiert und auf den Eingang zurückgeliefert.



Die so erzeugte Folge darf sich spätestens dann periodisch wiederholen, wenn das Schieberegister alle möglichen Zustände durchlaufen hat (ohne Nullzustand). Die maximale Sequenzlänge $l = 2^m - 1$ wird jedoch nur dann erreicht, wenn ganz bestimmte Stufen des Schieberegisters rückgeführt werden. Man spricht in diesem Fall von m-Sequenzen ("maximum-length sequences").

Bespiel: $m = 4$



ind

$\Rightarrow m$ -sequenz

Institut für Nachrichtengeräte und Datenverarbeitung

$\Rightarrow m$ -sequenz

\Rightarrow keine m-sequenz

Anmerkung: Beim DS-CDMA Verfahren, d.h. bei der "direkten" Multiplikation der Datenfolge $s_i(t)$ mit der Spreizfolge $c_i(t)$, eignet sich eine bipolare Beschreibung ($\{-1, +1\}$) für die Folgen besser als eine unipolare Beschreibung ($\{0, 1\}$).

Umrechnung mittels:

$$-2C_{\text{unipolar}} + 1 \otimes = C_{\text{bipolar}} \quad \begin{cases} 1 \rightarrow -1 \\ 0 \rightarrow +1 \end{cases}$$

Besonders wichtig für Codemultiplex-Anwendungen sind die Korrelationseigenschaften der Pseudo-Zufallssignale. Die Autokorrelationsfunktion spielt eine entscheidende Rolle für die Synchronisation des am Empfänger zugesetzten Zufallssignals und für die Unterdrückung von Kanalechos im Falle frequenzselektiver Kanäle. Die Kreuzkorrelation ist entscheidend für die Unterdrückung fremder Teilnehmersignale.

Im Falle einer m-Sequenz der Länge $l = 2^m - 1$ gilt für die AKF (ohne Beweis)

$$R_{c_i c_i}(\tau) = \frac{1}{T} \int_0^T c_i(t) \cdot c_i(t + \tau) dt = \begin{cases} 1 - (1 + \frac{1}{l_m}) \frac{|\tau|}{T_c} & ; |\tau| \leq T_c \\ -\frac{1}{l_m} & ; T_c \leq |\tau| \leq T - T_c \end{cases}$$

(mit $l_m \cdot T_c = T$)

$R_{c_i c_i}(\tau + nT), n \in \{\pm 1, \pm 2\}, -\infty < \tau < \infty$

Die AKF ist periodisch entsprechend der Periodizität der Spreizfolge und hat aufgrund der Rechteckimpulse einen dreieckigen Verlauf. Wegen der ungeraden Sequenzlänge, d.h. der unterschiedlichen Anzahl Einsen ($2^{m-1} - 1$) und -Einsen (2^{m-1}), verschwindet sie im Intervall $T_c \leq \|\tau\| \leq T - T_c$ nicht.

Trotz der guten Autokorrelationseigenschaften sind m-Sequenzen nur bedingt für Codemultiplex-Übertragungen geeignet, da sie erhebliche Korrelation zwischen Codesequenzen aufweist und somit fremde Teilnehmersignale nur unzureichend unterdrückt.

m	Sequenzlänge $l = 2^m - 1$	Anzahl m-Sequenzen	maximaler Wert der Kreuzkorrelation
3	7	2	0.71
4	15	2	0.6
5	31	6	0.35
6	63	6	0.36
7	127	18	0.32
8	255	16	0.37
9	511	48	0.22
10	1023	60	0.37
11	2047	176	0.14
12	4095	144	0.34

Eine Möglichkeit, die Kreuzkorrelationseigenschaften zu verbessern, wäre eine Teilmenge der m-Sequenzen zu betrachten, die für sich genommen ein besseres Verhalten aufweisen. Diese Einschränkung ist für CDMA-Systeme aber nicht sinnvoll. (Es gibt nicht genügend verschiedene m-Sequenzen.) Eine andere Möglichkeit sind die sogenannten Gold-Sequenzen.

8.2 Gold-Sequenzen

(bestimmte kombinatorische Verknüpfung zweier m-Sequenzen)

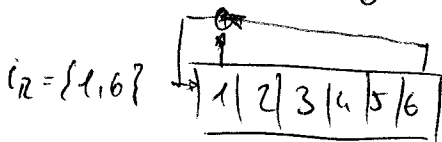
Von Gold wurde gezeigt, dass für alle Sequenzlängen bestimmte Paare von Codes ($c_i(t)$, $c_j(t)$) existieren, deren Kreuzkorrelierte nur drei verschiedene Werte aufweist:

$$\rho_{c_i c_j}(h \cdot T_c) \in \begin{cases} \frac{1}{L} \{-1, -2^{\frac{m+1}{2}} - 1, +2^{\frac{m+1}{2}} - 1\} & m \text{ ungerade} \\ \frac{1}{L} \{-1, -2^{\frac{m+2}{2}} - 1, +2^{\frac{m+2}{2}} - 1\} & m \text{ gerade} \end{cases}$$

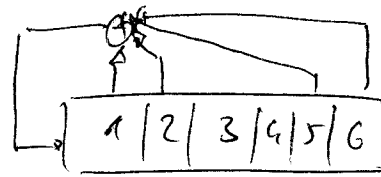
Solche Paare von ausgewählten Codes werden als "Muttercodes" bezeichnet:

Beispiel:

$m = 6$



m-Sequenz

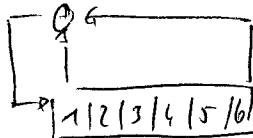


m-Sequenz

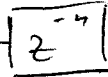
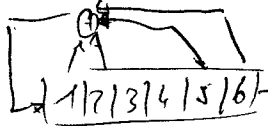
$$\Rightarrow \rho_{c_i c_j} \in \left\{ -\frac{1}{63}, -\frac{17}{63}, \frac{15}{63} \right\} \approx \{-0,016; -0,27; 0,238\}$$

Aus den Muttercode-Paaren lassen sich $2^m - 1$ Codes mit gleich günstigen Kreuzkorrelations-Eigenschaften ableiten. Hierzu werden die Muttercodes unter sämtlichen möglichen Zeitversätzen $n \cdot T_c$ modulo-2 addiert. Diese Codes heißen "Gold-Codes".

Muttercode 1



Muttercode 2



Goldcode

m	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
maximaler Betragswert der Kreuzkorrelation	0.71	0.6	0.29	0.27	0.13	0.13	0.06	0.06	0.03	0.03