

29.04.11

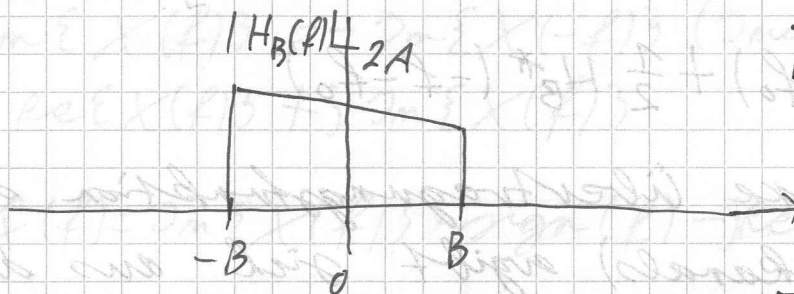
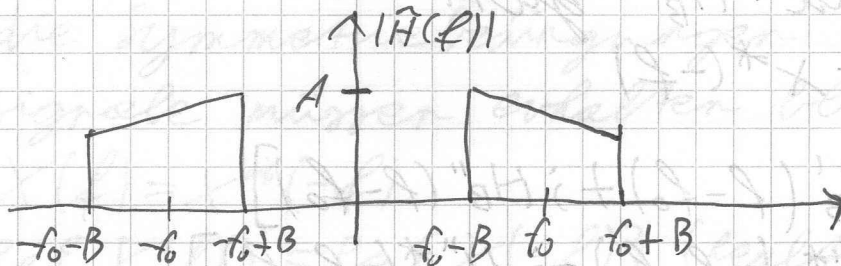
[Mobilfunk - G3 - 1]

[1]

Ü1/

Beschreibung des Bandpasskanals durch eine von der Trägerfrequenz unabhängige komplexe Basisbandimpulsantwort

- Bandpasskanal $\tilde{h}(t)$ reell $\longleftrightarrow \tilde{H}(f)$
- Basisbandkanal $h_B(t) \in \mathbb{C} \longleftrightarrow H_B(f)$



Frequ.-B.	Zeit-B.
kompl. konj. symmetrisch	reell

Frequ.-B.	Zeit-B.
unsymm.	$\mathbb{C}$

$$h_B(t) = h'_B(t) + j h''_B(t)$$

Zusammenhang im Zeitbereich

$$\tilde{h}(t) = \operatorname{Re} \{ \underbrace{h_B(t)}_{\text{analytisches Signal}} \cdot e^{j\omega_0 t} \}$$

$$\tilde{h}(t) = \operatorname{Re} \{ (h'_B(t) + j h''_B(t)) (\cos(\omega_0 t) + j \sin(\omega_0 t)) \}$$

$$= h'_B(t) \cdot \cos(\omega_0 t) - h''_B(t) \cdot \sin(\omega_0 t)$$

Zwischenbemerkung:

$$\cos(\omega_0 t) = \frac{e^{j\omega_0 t} + e^{-j\omega_0 t}}{2} \longleftrightarrow \frac{1}{2} [\delta(f - f_0) + \delta(f + f_0)]$$

$$\sin(\omega_0 t) = \frac{e^{j\omega_0 t} - e^{-j\omega_0 t}}{2j} \longleftrightarrow -\frac{j}{2} [\delta(f - f_0) - \delta(f + f_0)]$$

$$\begin{aligned} \mathcal{F}(\tilde{h}(t)) = \tilde{H}(f) &= \frac{1}{2} [H'_B(f - f_0) + H'_B(f + f_0)] \\ &+ j \frac{1}{2} [H''_B(f - f_0) - H''_B(f + f_0)] \end{aligned}$$

$$- H_B'(f) = \mp (h_B'(t)) \stackrel{i.A.}{=} \mp \operatorname{Re} \{ H_B(f) \}$$

12

analog für $H_B''(f) = \mp (h_B''(t))$

$$\tilde{H}(f) = \frac{1}{2} [H_B'(f-f_0) + j H_B''(f-f_0)] \\ + \frac{1}{2} [H_B'(f+f_0) - j H_B''(f+f_0)]$$

für H_B' und H_B'' gilt:

$$X(f) = X^*(-f)$$

$$\Rightarrow \tilde{H}(f) = \frac{1}{2} [H_B'(f-f_0) + j H_B''(f-f_0)] \\ + \frac{1}{2} [H_B'^*(-f-f_0) - j H_B''^*(-f-f_0)]$$

$$= \frac{1}{2} H_B(f-f_0) + \frac{1}{2} H_B^*(-f-f_0)$$

$\tilde{H}(f)$ (komplexe Übertragungsfunktion des Bandpasskanals) ergibt sich aus der komplexen Übertragungsfkt. des Basisbandkanals $H_B(f)$, indem das mit dem Faktor $\frac{1}{2}$ gewichtete $H_B(f)$ zunächst um die Trägerfrequenz f_0 nach rechts verschoben wird und dann das ebenfalls mit dem Faktor $\frac{1}{2}$ gewichtete konjugiert komplexe Spektrum $H_B^*(f)$ gespiegelt und um die Trägerfrequenz f_0 nach links verschoben wird.

Ü2 | Hilberttransformation und analytisches Signal

Der Real- und Imaginärteil einer Spektralfunktion werden derart vertauscht, dass sich wiederum ein reelles Zeitsignal ergibt.

D.h. die Symmetriebedingungen für reelle Zeitsignale müssen erhalten bleiben.

$$X(f) = X^*(-f)$$

$$\operatorname{Re}\{X(f)\} = \operatorname{Re}\{X(-f)\} \quad (\text{Realteil gerade})$$

$$\operatorname{Im}\{X(f)\} = -\operatorname{Im}\{X(-f)\} \quad (\text{Imaginärteil ungerade})$$

$$X(f) = \operatorname{Re}\{X(f)\} + j \operatorname{Im}\{X(f)\}$$

bauen ein
→
Signal

$$\hat{X}(f) = \operatorname{Im}\{X(f)\} \cdot \operatorname{sign}(f) - j \operatorname{Re}\{X(f)\} \cdot \operatorname{sign}(f)$$

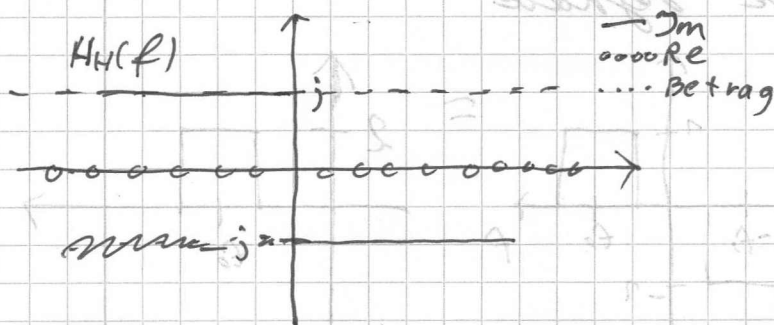
$\hat{X}(f)$ ist Hilberttransformierte von $X(f)$

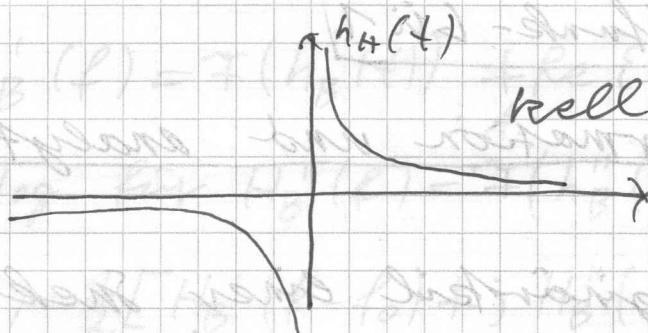
$$\hat{X}(f) = -j \operatorname{sign}(f) X(f)$$

$$\Rightarrow -j \operatorname{sign}(f) = H_H(f)$$

"Hilberttransformation"

Die Hilberttransformation bewirkt eine konstante Phasendrehung von -90° ($+90^\circ$) im gesamten positiven (negativen) Spektralbereich. Sie erfüllt die Symmetriebedingung, so dass die Impulsantwort des idealen Hilbert-Transformators reell ist ($H_H(f) = H_H^*(-f)$)





$$H_H(f) = -j \operatorname{sign}(f)$$

4

$$h_H(t) = \begin{cases} \frac{1}{\pi t} & , t \neq 0 \\ 0 & , t = 0 \end{cases}$$

In der Praxis gibt es Systeme (z.B. Quadraturnetzwerke) bei denen der Real- und Imag-Teil zueinander Hilberttransformiert sind.

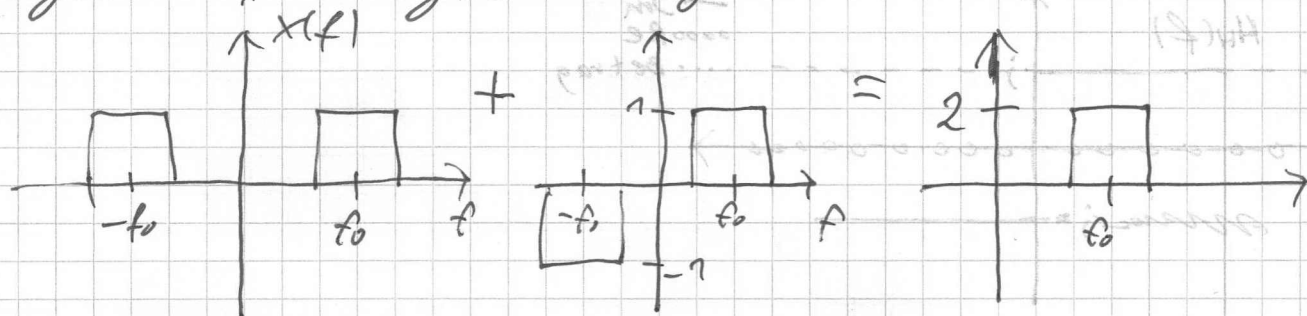
• Analytische Signale

$$\begin{aligned} x_a(t) &= x(t) + j \mathcal{H}\{x(t)\} \quad ; \quad \mathcal{H} \triangleq \text{Hilberttransformation} \\ &= x(t) + j \tilde{x}(t) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} X_a(f) &= \mathcal{F}\{x(t)\} + j \mathcal{F}\{\tilde{x}(t)\} \\ &= X(f) + j \tilde{X}(f) = X(f) + j \{-j \operatorname{sign}(f) X(f)\} \\ &= X(f) [1 + \operatorname{sign}(f)] \\ &= \begin{cases} 2X(f) & , f \geq 0 \\ 0 & , f < 0 \end{cases} \end{aligned}$$

=> keine negativen Frequenzkomponenten mehr.

Ein komplexes Zeitsignal, dessen Imag-Teil die Hilberttransformierte des Realteils ist, besitzt also ein Spektrum das für negative Frequenzen verschwindet. Man nennt solche Signale "analytische Signale".

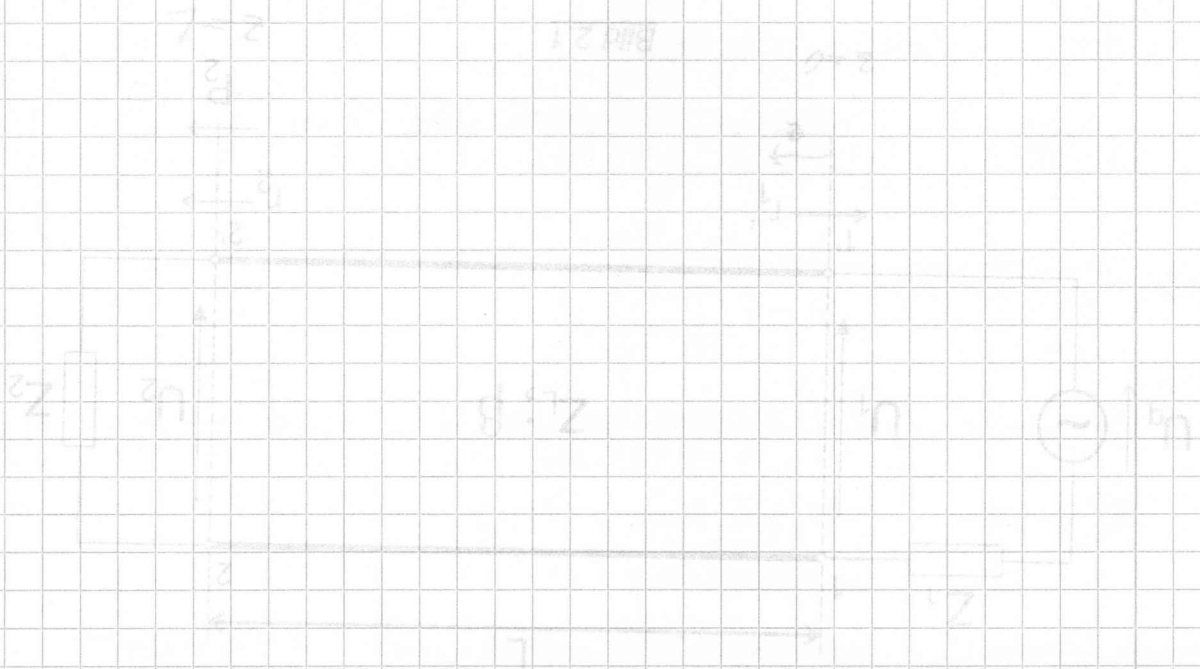


28.04.11

Notchfunk - G3.1

15

Analysierendes Signal = Signal + unerwünschte
(Rausch) Signal damit negative
Frequenzen wegfallen.



- 2.1 Wie groß ist die Spannung U_1 in Abhängigkeit von der frei wählbaren Größe Z_2 und U_0 , wenn $Z_1 = Z_L$ gilt?
- 2.2 Wie groß ist die Spannung U_2 in Abhängigkeit von der frei wählbaren Größe Z_2 , Z_L , C , L und U_0 , wenn $Z_1 = Z_L$ gilt?
- 2.3 Gegeben wie nun für beliebige Impedanzen Z_1 und Z_2 als Funktion von C , L und U_0 sowie als Funktion von Z_2 und U_0 an den Klemmen 2-2 die Spannung der rückzuführenden Welle U_2 an den Klemmen 2-2 als Funktion von Z_2 und U_0 an.
- 2.4 Wie groß sind die Verhältnisse U_1/U_0 und U_2/U_0 als Funktion von Z_2 ?
- 2.5 Gegeben die aus den Gleichungen a), b), c) und d) das Spannungsverhältnis U_1/U_0 als Funktion von Z_2 und U_0 .