

1.8.1

- b) Gesucht: - max. mögliche SNR
- Empfangsfiltter $h(t)$

aus Vorlesung: SNR nach Abtastung:

$$\frac{S}{N} = \frac{d^2 \left[\int_{-\infty}^{\infty} g(\tau) h(t_0 - \tau) d\tau \right]^2}{\frac{N_0}{2} \int_{-\infty}^{\infty} h^2(\tau) d\tau}$$

mit $T_0 = t_0 T$
Verzögerung

Signalenergie ∞
↓

mit $E_g = d^2 \int_{-\infty}^{\infty} g^2(\tau) d\tau$

$$\frac{S}{N} = \frac{E_s}{\frac{N_0}{2}} \cdot \frac{\left[\int_{-\infty}^{\infty} g(\tau) h(T_0 - \tau) d\tau \right]^2}{\int_{-\infty}^{\infty} g^2(\tau) d\tau \cdot \int_{-\infty}^{\infty} h^2(\tau) d\tau}$$

Schwartz'sche Ungleichung

$$\left[\int_{-\infty}^{\infty} g(\tau) h(T_0 - \tau) d\tau \right]^2 \leq \int_{-\infty}^{\infty} g^2(\tau) d\tau \cdot \int_{-\infty}^{\infty} h^2(\tau) d\tau$$

Gleichheitszeichen gilt nur für $h(T_0 - \tau) = C \cdot g(\tau)$
bzw. $h(\tau) = C \cdot g(T_0 - \tau)$

Mit $h(t) = C \cdot g(T_0 - t)$ (Matched Filter) wird das SNR maximiert. $C=1$

$$\Rightarrow SNR_{\max} = \frac{E_s}{N_{0/2}} = \frac{2A^2}{N_0}$$

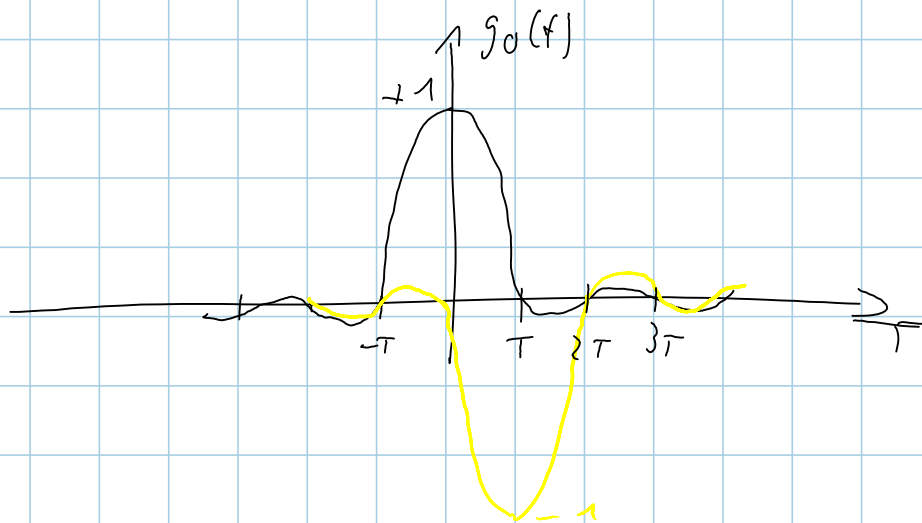
c) 1. Nyquist-Kriterium fordert intersymbol-
Interferenzfreie Übertragung
- ist erfüllt, falls für die Gesamt-Übertragungsfunktion
 $h_0(t)$ gilt:

$$h_0(t) \neq 0 \text{ für } t=0$$

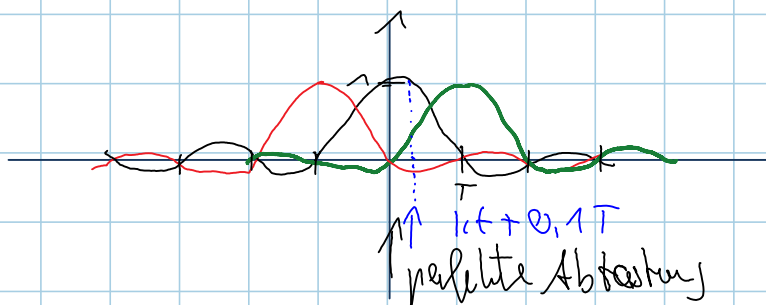
$$h_0(t) = 0 \text{ für } t = \lambda T, \lambda \in \mathbb{N}$$

hier: Raised-Cosine-Übertragungsfunktion

$h_0(t) = g_0(t)$ erfüllt erste Nyquist-Kriterium



d) Gesucht: max. Fehler bei Abweichung von $\alpha = 0,1$
gegenüber idealer Abtastung



$$\hat{u}(0,1T) = A \cdot [\pm g_0(0,9T) \pm g_0(0,1T) \pm g_0(1,1T)]$$

$$g_0(-0,9T) = \frac{\sin(-0,9\pi)}{-0,9\pi} \cdot \frac{\cos(\pi \cdot 0,22 \cdot 0,9)}{1 - (2 \cdot 0,22 \cdot 0,9)^2} = 0,105$$

$$g_0(0,1T) = 0,9832$$

$$g_0(1,1T) = -0,0846$$

d.h. der ungünstigste Fall ist

$$\hat{\omega}(0,1T) = 1 \cdot [-0,105 + 0,9832 - 0,0846] = 1 \cdot 0,7933$$

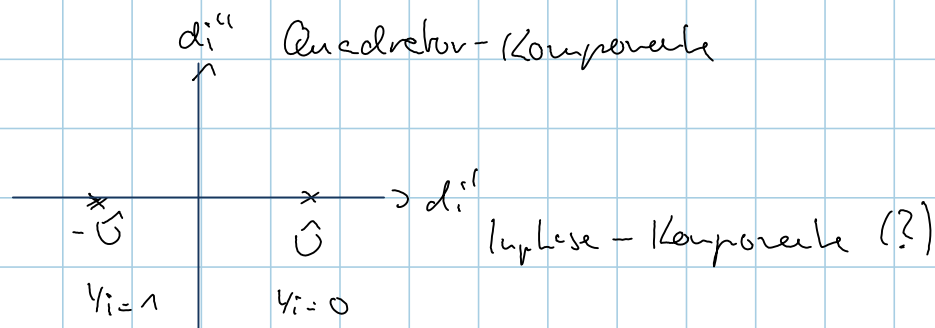
bzw. relativer Fehler: $\frac{1 - 0,7933}{1} = 20,67\%$

1.3.1)

a) Gesucht: $U(t) = f(\gamma_i)$

allgemein: $u_i(t) = A_i \cdot \cos(\omega_0 t + \varphi_i)$

hier DSPSK



Für $\gamma_i = 0$ gilt $U(t) = \hat{U} \cos(\omega_0 t)$

Für $\gamma_i = 1$ gilt $U(t) = \hat{U} \cos(\omega_0 t + \pi) = -\hat{U} \cos(\omega_0 t)$

$$U(t) = \hat{U} \cos(\omega_0 t + \gamma_i \pi) \quad \text{für } iT \leq t < (i+1)T$$

oder $U(t) = \hat{U} (-1)^{\gamma_i} \cos(\omega_0 t)$

oder $U(t) = (1 - 2\gamma_i) \cos(\omega_0 t)$

b) Gesucht: $\hat{U} = f(E)$

$$E = \int_0^T U^2(t) dt = \int_0^T \hat{U}^2 (-1)^{2\gamma_i} \cos^2(\omega t) dt$$

$$= \underbrace{U^2 \int_0^{\frac{T}{2}} \cos^2(\omega t) dt}_{\text{(Integration über Vielfache einer Periode)}}$$

$$= U^2 \cdot \frac{T}{2}$$

$$\Rightarrow U = \sqrt{\frac{2P}{T}}$$

c) Gesucht: ω_0 , sodass $12 = 9600 \text{ bit/s}$
 pro bit durchläuft das Trägersignal 2 Perioden
 $\Rightarrow f_0 = 2R = 19,2 \text{ kHz}$
 $= 2 \cdot \frac{1}{T} =$

9.2) a) Anzahl der Phasenlagen M und Amplituden L

A: 8-PSK: $M=8, L=1$

B: 8-APK: $M=8, L=2$

b) gesucht: mittlere Sendeleistungen P_A, P_B
 In jedem Symbolzeit wird einer der M Signalformen gesendet:

$$\bar{P} = E\{P_i\}$$

$$= \sum_{i=1}^M p_i \cdot P(i)$$

Leistung von $v_i(t)$ Wkt für das Auftreten von $v_i(t)$

$$= \frac{1}{8} \cdot \sum_{i=1}^8 P_i$$

Leistung P_i des Signal $v_i(t)$

$$P_i = \lim_{T \rightarrow \infty} \frac{1}{2T} \int_{-T}^T v_i^2(t) dt = \frac{1}{T} \int_0^T v_i^2(t) dt, \text{ weil } v_i(t) \text{ periodisch}$$

$$\begin{aligned}
&= \frac{1}{T} \int_0^T \left[I \cdot \cos(\omega_0 t) + Q \cdot \sin(\omega_0 t) \right]^2 dt \\
&= \frac{2}{T^2} \int_0^T \left(I^2 \cos^2(\omega_0 t) + Q^2 \sin^2(\omega_0 t) + 2IQ \cos(\omega_0 t) \sin(\omega_0 t) \right) dt \\
&= \frac{2}{T^2} \left(\int_0^T I^2 \cos^2(\omega_0 t) dt + \int_0^T Q^2 \sin^2(\omega_0 t) dt + \underbrace{\int_0^T 2IQ \cos(\omega_0 t) \sin(\omega_0 t) dt}_=0 \right) \\
&= \frac{2}{T^2} \left(I^2 \cdot \frac{T}{2} + Q^2 \cdot \frac{T}{2} \right) = \frac{I^2 + Q^2}{T} \\
&= \frac{(\sqrt{E_i} \cos \varphi_i)^2 + (\sqrt{E_i} \sin \varphi_i)^2}{T} \\
&= \frac{E_i}{T} (\cos^2 \varphi_i + \sin^2 \varphi_i) = \frac{E_i}{T}
\end{aligned}$$

8-PSK $P_A = \sum_{i=1}^8 \frac{E_i A}{T} \cdot \frac{1}{8} = 8 \cdot \frac{E}{T} \cdot \frac{1}{8} = \frac{2,61^2}{T} = \frac{6,81}{T}$

8-APK $P_B = 4 \cdot \frac{E_{\text{innen}}}{T} \cdot \frac{1}{8} + 4 \cdot \frac{E_{\text{ausser}}}{T} \cdot \frac{1}{8}$
 $= \frac{1}{2T} (\sqrt{2^2 + 1^2})^2 + \frac{1}{2T} (1 + \sqrt{3})^2 = \frac{4,73}{T}$