A K

"Elektromagnetische Felder I" im WS 2011

inoffizielle Formelsammlung

(Stand 25.02.2011)

Maxwell Gleichungen und Materialgleichungen vorrausgesetzt... (siehe Hilfsblätter)

1. $\vec{H} = \frac{1}{Z} \cdot (\vec{n} \times \vec{E})$ bzw. $\vec{E} = -Z \cdot (\vec{n} \times \vec{H})$ (NUR bei TEM)

2. $Z = \sqrt{\frac{\mu}{\epsilon}}$ *Feldwellenwiderstand* des betreffenden Mediums (bei TEM)

3. $\underline{\vec{k}} = \vec{n} \cdot \underline{k}$ $\underline{\vec{k}}$: komplexer Wellenzahlvektor
   $\underline{k}^2 = \omega^2 \epsilon\mu - j\omega\mu\sigma$ $\underline{\text{k}}$: komplexe Wellenzahl
   für $\sigma = 0 :$ $\Rightarrow$ $k = \omega\sqrt{\epsilon\mu} = \frac{\omega}{c}$ k: reelle Wellenzahl (verlustlos)

4. $\lambda = \frac{2\pi}{\beta}$ Periodizität über der Ortskoordinate
   $\lambda = \frac{c}{f} = c \cdot T$
   $\lambda = \frac{2\pi}{k}$ (bei TEM)

5. $T = \frac{2\pi}{\omega} = \frac{1}{f}$ Periodizität über der Zeit

6. $v_{ph} = \frac{\omega}{\beta}$ *Phasengeschwindigkeit*
   $v_{ph} = c = \frac{1}{\sqrt{\epsilon\mu}}$ Phasengeschwindigkeit (für $\epsilon \neq \epsilon(\omega), \mu \neq \mu(\omega) \rightarrow$ keine Dispersion)
   $v_{ph} = \frac{\omega}{k}$ Phasengeschwindigkeit bei TEM (da $\beta = k$)

7. $v_G = \frac{d\omega}{d\beta}$ *Gruppengeschwindigkeit*

8. $p_{Joule} = \vec{E} \cdot \vec{J} = \frac{dw_{Joule}}{dt}$ Verlustleistung pro Volumeneinheit
   $P_{Joule} = \int_V \vec{E} \cdot \vec{J} d\vec{V} = \frac{dW_{Joule}}{dt}$
   $[W_{Joule} + W_{magn} = 0]$ $P = \frac{1}{2} \cdot \Re\{\underline{\vec{U}} \times \underline{\vec{I}}^*\}$

9. $\underline{\vec{S}} = \underline{\vec{E}} \times \underline{\vec{H}}^*$ *Poynting Vektor* (Leistungsfluss pro Flächeneinheit)
   $\vec{S} = \vec{E} \times \vec{H}$
   $\vec{S} \perp \vec{E}, \quad \vec{S} \perp \vec{H}$

   $\overline{\underline{\vec{S}}} = \frac{1}{2} \cdot \Re\{\underline{\vec{E}} \times \underline{\vec{H}}^*\}$
   $\vec{n} = \frac{\vec{S}}{\|\vec{S}\|}$

10. $\underline{\epsilon} = \epsilon' - j\epsilon''$ diel. Verluste
    $\underline{\mu} = \mu' - j\mu''$ mag. Verluste

    Blindleistungsverluste:
    $w_{mag} = \frac{\mu'}{4} \vec{H} \cdot \vec{H}^*$ (bei HEZ)
    $w_{el} = \frac{\epsilon'}{4} \vec{E} \cdot \vec{E}^*$ (bei HEZ)
    $w_{mag} = \frac{1}{2} \vec{B} \cdot \vec{H}$ $\overline{w_{mag}(t)} = \frac{1}{T} \int_0^T w_{mag}\, dt$
    $w_{el} = \frac{1}{2} \vec{D} \cdot \vec{E}$ $\overline{w_{el}(t)} = \frac{1}{T} \int_0^T w_{el}\, dt$

11. $a = \frac{1}{\sqrt{\pi f \mu \sigma}}$ *Eindringtiefe bzw. äquivalente Leitschichtdicke*

12. $R_{äq}{}' = \frac{1}{a \cdot \sigma}$ *Widerstandsbelag*, Flächenwiderstand
$R = \frac{l}{\sigma \cdot A}$

13. $\vec{B} = rot\underline{\vec{A}}$ $\vec{A}$: Vektorpotential

14. $div\vec{A} = -\mu\epsilon\frac{\partial\phi}{\partial t}$ *Lorenz Eichung*, $\vec{A}$: Vektorpotential

15. $\oint_c \vec{E}d\vec{s} = -\iint_A \dot{\vec{B}}d\vec{A} = -\dot{\phi}(t)$
$\iint_A \vec{B}d\vec{A} = \phi(t)$

16. $\vec{H} = \frac{I(t)}{2\pi \cdot \rho} \cdot \vec{e_\phi}$ $\vec{H}$ eines unendlich langen Linienleiters in der z - Achse

17. *Polarisation von el. mag. Wellen*,

(a) ...wenn $\Im\{\vec{E}\}$ und $\Re\{\vec{E}\}$ senkrecht zueinander!

$\left|\Re\{\vec{E}\}\right| = \left|\Im\{\vec{E}\}\right| \Rightarrow$ zirkular polarisiert

$\left|\Re\{\vec{E}\}\right| \neq \left|\Im\{\vec{E}\}\right| \Rightarrow$ elliptisch polarisiert

$\left|\Re\{\vec{E}\}\right| = 0$ oder $\left|\Im\{\vec{E}\}\right| = 0 \Rightarrow$ linear polarisiert

(b) Alternativ:
Richtung von $\Re\{\vec{E}\}$ = Richtung von $\Im\{\vec{E}\}$ sowie Betragsgleich $\Rightarrow$ linear polarisiert
Richtung von $\Re\{\vec{E}\} \perp \Im\{\vec{E}\}$ sowie Betragsgleich $\Rightarrow$ zirkular polarisiert
Richtung von $\Re\{\vec{E}\} \perp \Im\{\vec{E}\}$ sowie Betragsverschieden $\Rightarrow$ elliptisch polarisiert

(c) zudem gilt,
... wenn die Richtung des $\vec{E}$ unabhaenig von der Zeit und dem Ort ist $\Rightarrow$ linear polarisiert
... wenn die Richtung des $\vec{E}$ abhaenig von der Zeit ist $\Rightarrow$ zirkular polarisiert

18. Wichtiger Ansatz: (? Geltungsbereich ?)
$\vec{E}(x,y,z) = \vec{E}(x=0, y=0, z=0) \cdot e^{-j\vec{k}\vec{r}}$

19. $div\vec{J} + \frac{\partial}{\partial t}\rho(t) = 0$ Kontinuitätsgleichung

20. $\Delta\vec{E} + \underline{k}^2\vec{E} = 0$ Helmholtzgleichung
$\Delta\vec{H} + \underline{k}^2\vec{H} = 0$ Helmholtzgleichung
$\Delta\vec{F} + \underline{k}^2\vec{F} = 0$ Helmholtzgleichung
$\Delta\vec{G} + \underline{k}^2\vec{G} = 0$ Helmholtzgleichung

21. $\Delta\vec{E} - \mu\sigma\dot{\vec{E}} - \sigma\epsilon\ddot{\vec{E}} = 0$ Telegraphengleichung
$\Delta\vec{H} - \mu\sigma\dot{\vec{H}} - \sigma\epsilon\ddot{\vec{H}} = 0$ Telegraphengleichung

Herleitung: (für $\vec{H}$ analog)

$$\left.\begin{aligned} rot\vec{E} &= -\mu\dot{\vec{H}} \\ rot\vec{H} &= \sigma\vec{E} + \epsilon\dot{\vec{E}} \end{aligned}\right\} \Rightarrow rot\ rot\vec{E} = -\mu\sigma\dot{\vec{E}} - \sigma\epsilon\ddot{\vec{E}} = \Delta\vec{E}$$

22. $\iint_A \vec{t} \cdot \vec{t}\, dA = 1$ Normierung der Strukturfunktion

Zusatz:

23. $\vec{F_l} = I \cdot (\vec{l} \times \vec{B})$ Lorentzkraft
$\vec{F_l} = q \cdot (\vec{v} \times \vec{B})$

24. $\tau = \frac{\epsilon}{\sigma}$ Relaxationszeitkonstante

25. $i_C(t) = \frac{dQ}{dt} = C \cdot \frac{du_C(t)}{dt}$ Bauteilgleichung Kondensator

26. $u_L(t) = L \cdot \frac{di_L(t)}{dt}$ Bauteilgleichung Spule