

KLAUSURAUFGABEN “ELEKTROMAGNETISCHE FELDER 2 (EE)”

Aufgabe 4 20 Punkte

Gegeben ist das Zweitor in Mikrostreifen-Technologie nach Abb. 1 mit den Bezugsebenen BE1 und BE2. Das Bauelement besteht aus den idealen Substrat-Dielektrika D1 (Dicke d_1) und D2 (Dicke d_2) mit den Dielektrizitätskonstanten ε_{r1} und ε_{r2} sowie den Leitfähigkeiten $\sigma_1 = 0$ und $\sigma_2 = 0$. Über dem Dielektrikum D2 befindet sich Luft ($\varepsilon_{r3} = 1$, $\sigma_3 = 0$), unter dem Dielektrikum D1 eine ideale Massemetallisierung. In den beiden Grenzschichten D1/D2 bzw. D2/Luft befindet sich Dünnschicht-Metallisierung (Leitfähigkeit σ) wie in Abb. 1 gezeigt. Der Einfluß der verlustlosen Zuleitungen (Länge ℓ_z) wird vernachlässigt. Die feldtheoretisch (numerisch) berechneten Admittanzparameter \underline{Y}_{11} und \underline{Y}_{21} des Zweitors sind in Abb. 2 graphisch dargestellt. Es sind aus den numerisch berechneten Daten nach Abb. 2 lineare Ersatzschaltbildmodelle abzuleiten. Diese dürfen nur konzentrierte Elemente R, L und C enthalten.

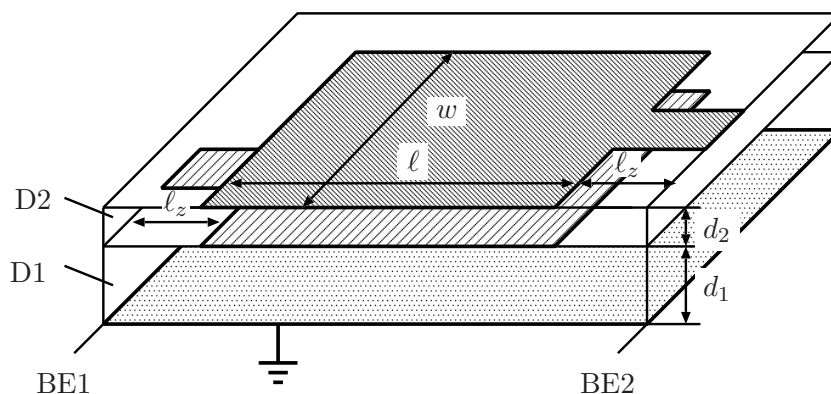


Abbildung 1: Zweitor

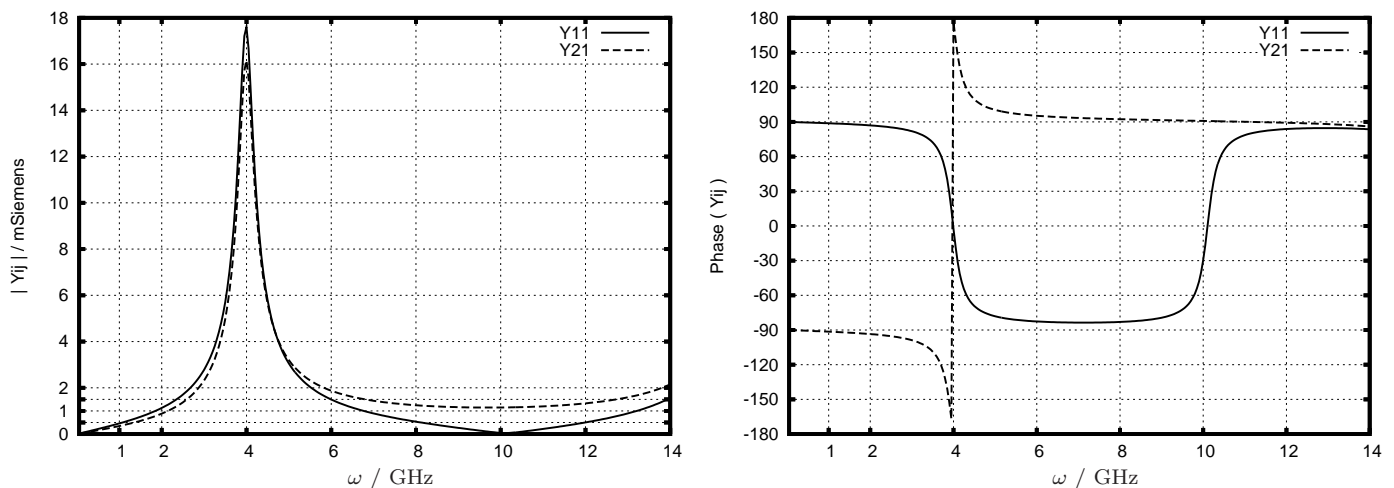



Abbildung 2: Admittanzparameter \underline{Y}_{11} und \underline{Y}_{21} (Betrag und Phase)

- 3 Punkte Skizzieren Sie das Ersatzschaltbildmodell 0. Ordnung des Zweitors, bestehend aus einem einzigen konzentrierten Element. Geben Sie eine Beziehung zur näherungsweisen Berechnung des Bauelementwertes aus den gegebenen geometrischen Größen und Materialparametern des physikalischen Bauelements nach Abb. 1 an. Unter welchen Voraussetzungen ist diese vereinfachte Beziehung gültig?
- 5 Punkte Bestimmen Sie den Zahlenwert des Elements aus Unterpunkt a) aus den numerisch berechneten Admittanzparametern bei $\omega = 2$ GHz. Tragen Sie den Frequenzverlauf der Admittanzparameter \underline{Y}_{11} und \underline{Y}_{21} des Modells 0. Ordnung nach Betrag und Phase in Abb. 2 ein.

(Fortsetzung der Aufgabenstellung auf der folgenden Seite)

- c) **3 Punkte** Erweitern Sie das Modell 0. Ordnung aus Unterpunkt a) zu einem Modell 1. Ordnung, das auch die numerisch berechnete Resonanz bei $\omega = 4 \text{ GHz}$ beschreibt. Ermitteln Sie Art und Zahlenwert des zusätzlichen Elements, das ganz überwiegend die Lage dieser Resonanz bestimmt und zeichnen Sie das erweiterte Ersatzschaltbild.
- d) **3 Punkte** Ergänzen Sie das Modell 1. Ordnung aus Unterpunkt c) durch ein weiteres Element, um die in der Umgebung von $\omega = 4 \text{ GHz}$ erkennbaren Verluste zu beschreiben (Ersatzschaltbild und Zahlenwert angeben).
- e) **4 Punkte** Aus Betrags- und Phasenverlauf der Admittanzparameter in Abb. 2 ist eine weitere Resonanz des physikalischen Bauelements bei $\omega = 10 \text{ GHz}$ erkennbar. Bestimmen Sie daraus Art und Zahlenwert des noch fehlenden Ersatzschaltbildelements, welches das Modell aus Unterpunkt d) durch Hinzufügung an Tor 1 (BE1) und Tor 2 (BE2) zu einem vollständigen (torsymmetrischen) Modell 1. Ordnung der Zweitor-Komponente ergänzt. Skizzieren Sie das Modell 1. Ordnung.
- Hinweis:** Eine Genauigkeit des Zahlenwerts für das gesuchte Element von 10% ist ausreichend.
- f) **2 Punkte** Erweitern Sie das Modell aus Unterpunkt e) so, dass Verluste der Dielektrika D1 und D2 berücksichtigt werden ($\sigma_{1,2} \neq 0$), wobei die Torsymmetrie erhalten bleiben soll. Geben Sie das Ersatzschaltbild und eine kurze physikalische Begründung an.

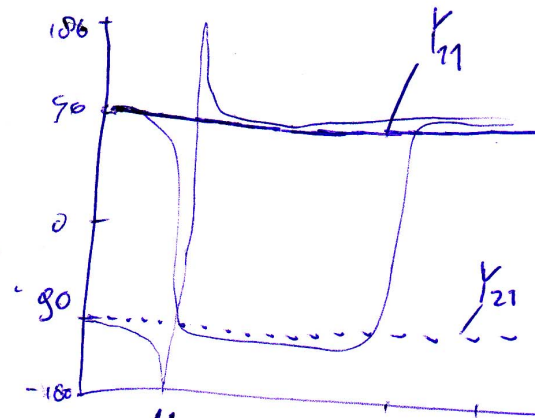
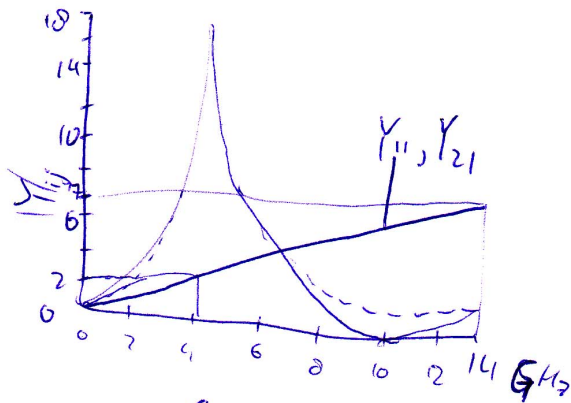
- 4) a)  $C \approx \epsilon_0 \epsilon_{r2} \frac{LW}{d_2}$
gültig für $l, w, d_2 \ll \lambda$ und $d_2 \ll l, w$ (keine Streifenleiter) ^(??)

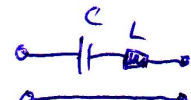
b) Admittanzparameter d. Modells 0. Ordnung:

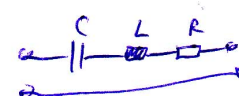
$$Y_{11} = \frac{I_1}{U_1} \Big|_{U_2=0} = j\omega C$$

$$Y_{21} = \frac{I_2}{U_1} \Big|_{U_2=0} = -j\omega C$$

Ablesen: $|Y_{11}| \approx 1 \text{ mS}$ bei $\omega = 2 \text{ GHz}$
 $\Rightarrow C = \frac{|Y_{11}|}{\omega} = \frac{1 \text{ mS}}{2 \text{ GHz}} = 0,5 \text{ pF}$



- c)  Resonanz: $\omega L = \frac{1}{\omega C} \Rightarrow L = \frac{1}{\omega^2 C} = \frac{1}{(16 \cdot 10^{18} \text{ Hz}^2) \cdot 0,5 \cdot 10^{-12} \text{ F}} = 1 \text{ nH}$


- d)  Admittanzparameter d. Modells 1. Ordnung mit Verlusten:

$$Y_{11} = \frac{I_1}{U_1} \Big|_{U_2=0} = \frac{1}{j\omega C + j\omega L + R}$$

Bei der 1. Resonanzfrequenz gilt: $Y_{11} = \frac{1}{R} \Rightarrow R = \frac{1}{Y_{11}} = \frac{1}{16 \text{ mS}} = \frac{1}{16} \text{ k}\Omega$

R könnte auch über Y_{21} bestimmt werden ($\Rightarrow R = \frac{1}{18 \text{ k}\Omega}$).

Man sieht, dass das Modell 1. Ordnung bei dieser Frequenz schon nicht mehr stimmt.

- e)  Admittanzparameter d. vollständigen Modells 1. Ordnung:

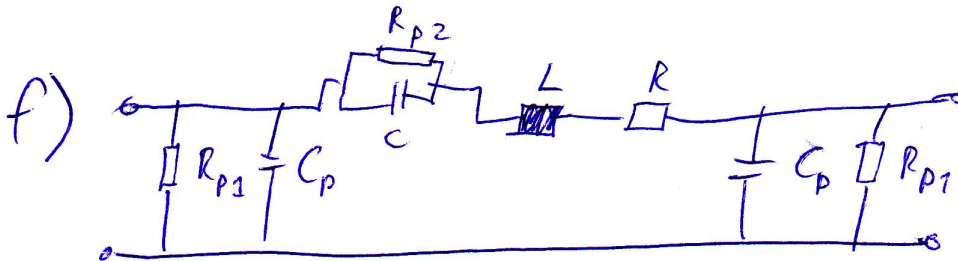
$$Y_{-11} = \frac{I_1}{U_1} \Big|_{U_2=0} = j\omega C_0 + \frac{1}{\frac{1}{j\omega C} + j\omega L + R}. \text{ Bei } \omega = 4 \text{ GHz gilt}$$

$$\omega L = \frac{1}{\omega C}, \text{ also ist bei } \omega = 10 \text{ GHz } \frac{4 \omega L}{10} = \frac{10}{4 \omega C}$$

$$\Rightarrow \frac{1}{j\omega C} + j\omega L = -j \frac{16 \omega L}{100} + j\omega L = j \frac{84}{100} \cdot 10^8 - \frac{1}{8} \cdot 10^{-6} \Omega = j \frac{8400}{8}$$

R kann hier gegenüber L bei $\pm 10\%$ vernachlässigt werden \Rightarrow

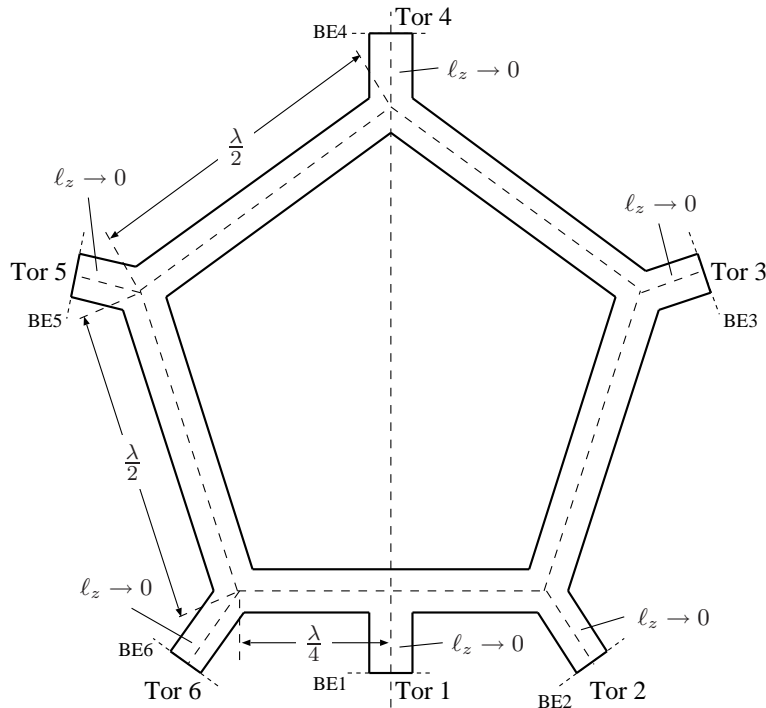
$$0 = Y_{11} \approx j\omega C_p + \frac{1}{j \frac{8400}{8} \Omega} \Rightarrow C_p \approx \frac{8}{\omega \cdot 8400 \Omega} = \frac{8}{84 \cdot 10^8} \text{ F} = \frac{2}{21} \text{ pF}$$



Dielektrische Verluste sind ^{als} Leitwerte parallel zu den Kapazitäten zu modellieren, da sie durch die endliche Leitfähigkeit der Dielektrika entstehen.

KLAUSURAUFGABEN "ELEKTROMAGNETISCHE FELDER 2 (EE)"

Aufgabe 5 20 Punkte

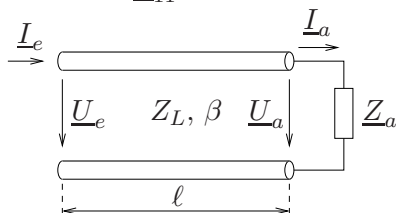


Die obenstehende Abbildung zeigt das Layout eines **verlustlosen, passiven und reziproken** Sechstor-Leistungsteilers (sogenanntes Bagley-Polygon) in Mikrostreifentechnik, das bei einer festen Betriebsfrequenz betrieben wird.

Dieses besteht aus fünf identischen verlustlosen Leitungsstücken der gleichen Länge $\frac{\lambda}{2}$ (λ =Wellenlänge auf der Leitung) mit dem Wellenwiderstand $Z_L = \frac{2Z_0}{\sqrt{5}}$ (Z_0 =Bezugsimpedanz) und dem Phasenmaß $\beta = \frac{2\pi}{\lambda}$, wobei der Anschluß an Tor 1 in der Mitte des Leitungsstücks zwischen Tor 2 und Tor 6 erfolgt. Die Länge ℓ_z der Zuführungsleitungen an allen Toren kann vernachlässigt werden ($\ell_z \rightarrow 0$, s. Skizze). Alle sechs Tore des Bagley-Polygons besitzen die einheitliche Bezugsimpedanz Z_0 . Der elektrische Einfluß der durch die Leitungsverzweigungen jeweils bedingten Diskontinuität ist zu vernachlässigen.

- 3 Punkte** Skizzieren Sie ein Leitungsersatzschaltbild des Sechstor-Bagley-Polygons mit seiner kompletten Beschaltung an allen Toren in der Konfiguration, wie sie definitionsgemäß zur Bestimmung von \underline{S}_{11} erforderlich ist. Berücksichtigen Sie dabei die spezielle Symmetrie der Anordnung.
- 4 Punkte** Berechnen Sie \underline{S}_{11} unter Berücksichtigung der gegebenen Längen der Leitungsstücke.

Hinweis:

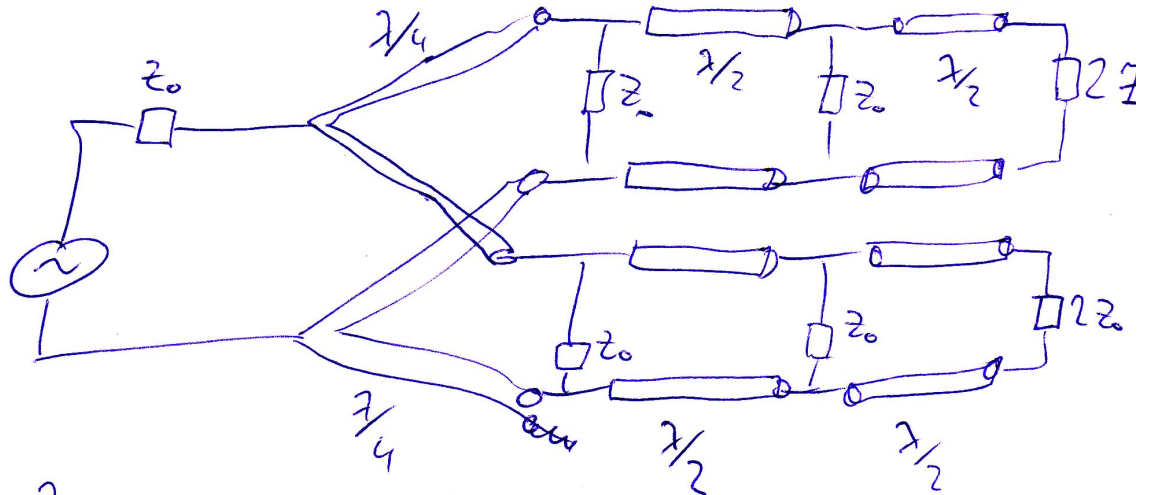


Leitungsgleichungen

$$\begin{bmatrix} U_e \\ I_e \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \cos \beta \ell & jZ_L \sin \beta \ell \\ \frac{j}{Z_L} \sin \beta \ell & \cos \beta \ell \end{bmatrix} \begin{bmatrix} U_a \\ I_a \end{bmatrix}$$

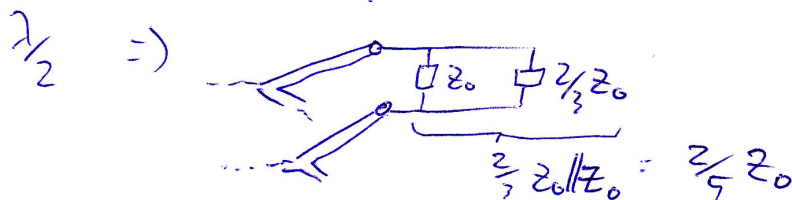
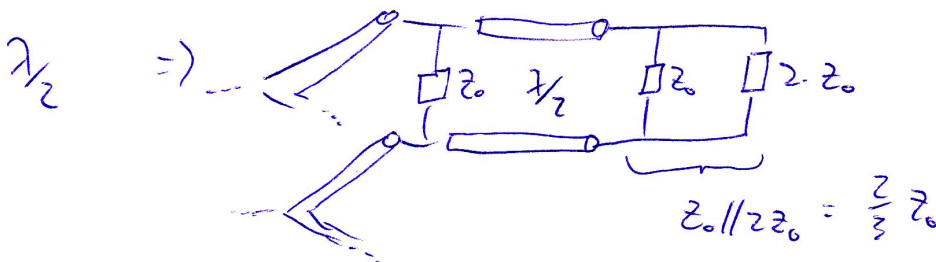
- 8 Punkte** Berechnen Sie nun \underline{S}_{21} , \underline{S}_{31} , \underline{S}_{51} und \underline{S}_{61} des Bagley-Polygons.
- 5 Punkte** Berechnen Sie jetzt \underline{S}_{41} und bestimmen Sie den relativen Leistungsanteil (bezogen auf die Eingangsleistung an Tor 1) der am Abschluß von Tor 4 aufgenommen wird.

1) a)



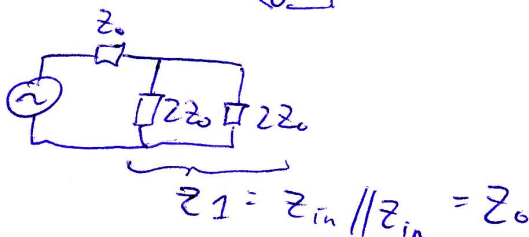
b) $l = \frac{\lambda}{4} \Rightarrow \beta \cdot l = \frac{2\pi}{\lambda} \cdot \frac{\lambda}{4} = \frac{\pi}{2}$ $l = \frac{\lambda}{2} \rightarrow \beta \cdot l = \pi$

$\Rightarrow z_{e_{\text{eff}}} = \frac{u_e}{I_e} = \frac{j z_L I_a}{j \frac{1}{z_L} u_a} = \frac{z_L^2}{z_a}$ $\Rightarrow z_e = \frac{u_e}{I_e} = \frac{-u_a}{-I_a} = z$



$\lambda/4 \Rightarrow$

$\frac{\lambda}{4} \Rightarrow z_{in} = \frac{z_L^2}{z_a} = \frac{\left(\frac{2}{\sqrt{5}} z_0\right)^2}{\frac{2}{5} z_0} = 2z_0$



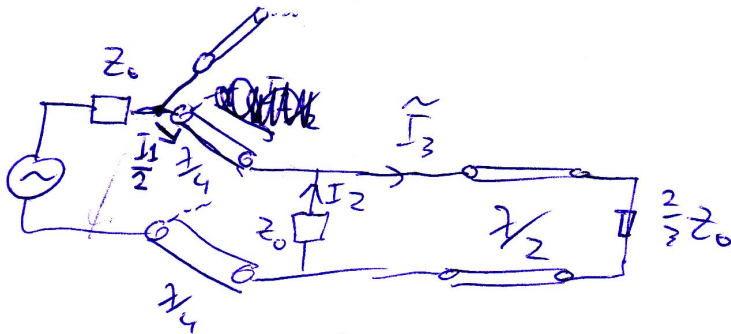
allg.: $u_i = (a_i + b_i) \sqrt{z_{L_i}}$; $I_i = (a_i - b_i) \sqrt{z_{L_i}}$

$\Rightarrow a_i = \frac{1}{2} \left(\frac{u_i}{\sqrt{z_{L_i}}} + \sqrt{z_{L_i}} \cdot I_i \right)$; $b_i = \frac{1}{2} \left(\frac{u_i}{\sqrt{z_{L_i}}} - \sqrt{z_{L_i}} \cdot I_i \right)$

$$\Rightarrow S_{11} = \frac{b_1}{a_1} \Big|_{a_j=0; j \neq 1}$$

$$S_{11} = \frac{U_1 - Z_0 I_1}{U_1 + Z_0 I_1} = \frac{Z_1 - Z_0}{Z_1 + Z_0} = 0 //$$

$$c) S_{21} = \frac{b_2}{a_1} \Big|_{a_j=0; j \neq 1} = \frac{U_2 - Z_0 I_2}{U_1 + Z_0 I_1} = \frac{U_2 - Z_0 I_2}{2 \cdot Z_0 \cdot I_1}$$



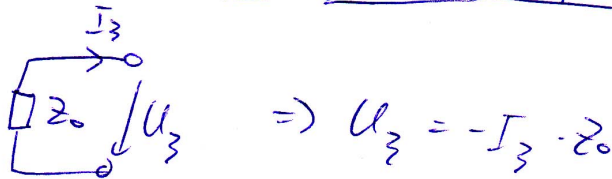
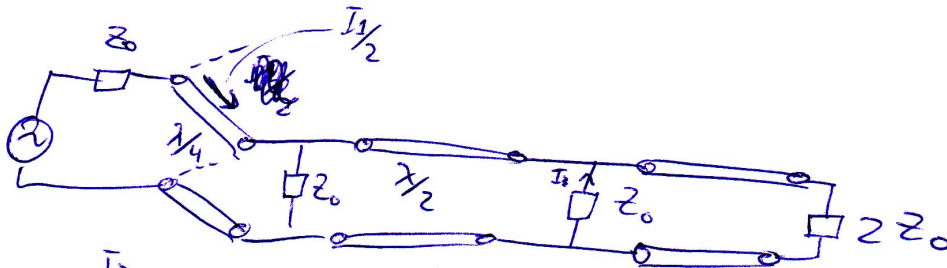
$$\begin{aligned} \text{Circuit diagram: } Z_0 \text{ in series with } U_2 \text{ and } I_2 \Rightarrow U_2 = -I_2 \cdot Z_0 \\ \Rightarrow S_{21} = \frac{-2 I_2 \cdot Z_0}{2 Z_0 I_1} = \frac{-I_2}{I_1} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \frac{\lambda}{4} \text{-Leitung: } \Rightarrow \frac{I_1}{2} &= \frac{j\sqrt{5}}{2Z_0} \cdot U_2 \\ \Rightarrow \frac{I_1}{2} &= \frac{j\sqrt{5}}{2Z_0} \cdot (-I_2 \cdot Z_0) \Rightarrow I_1 = -I_2 j\sqrt{5} \\ \Rightarrow S_{21} &= \frac{1}{j\sqrt{5}} \end{aligned}$$

Aus Symmetriegründen: $S_{12} = S_{21} = \frac{1}{j\sqrt{5}}$

forts. c)

$$S_{31} = \frac{b_3}{a_1} \bigg|_{a_j=0; j \neq 1} = \frac{u_3 - z_0 I_3}{2 z_0 I_1}$$



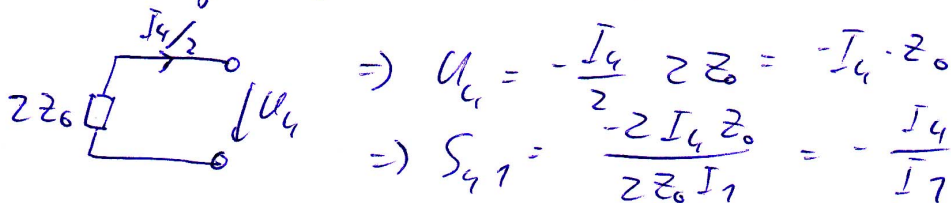
$$\Rightarrow u_3 = -I_3 \cdot z_0$$

$$\Rightarrow S_{31} = \frac{-2 z_0 I_3}{2 z_0 I_1} = -\frac{I_3}{I_1}$$

$\lambda/2$ -Leitung: $u_2 = -u_3 \Rightarrow -I_2 z_0 = -(-I_3 z_0)$
 $\Rightarrow I_3 = -I_2 = \frac{I_2}{j\sqrt{5}}$
 $\Rightarrow S_{31} = \frac{-I_3}{I_1} = -\frac{1}{j\sqrt{5}}$

Aus Symmetrie: $S_{51} = S_{31} = -\frac{1}{j\sqrt{5}}$

d) $S_{41} = \frac{b_4}{a_1} \bigg|_{a_j=0; j \neq 1} = \frac{u_4 - z_0 I_4}{2 z_0 I_1}$



$$\Rightarrow u_4 = -\frac{I_4}{2} \cdot 2 z_0 = -I_4 \cdot z_0$$

$$\Rightarrow S_{41} = \frac{-2 I_4 z_0}{2 z_0 I_1} = -\frac{I_4}{I_1}$$

$\lambda/2$ -Leitung: $u_4 = -u_3 = u_2 \Rightarrow -I_4 z_0 = -I_2 z_0 \Rightarrow I_4 = I_2$
 $\Rightarrow S_{41} = -\frac{I_2}{I_1} = \frac{1}{j\sqrt{5}} = S_{21} = S_{61}$

$$\frac{|P_4|}{|P_1|} = \frac{1}{5}$$

KLAUSURAUFGABEN "ELEKTROMAGNETISCHE FELDER 2 (EE)"

Aufgabe 6 20 Punkte

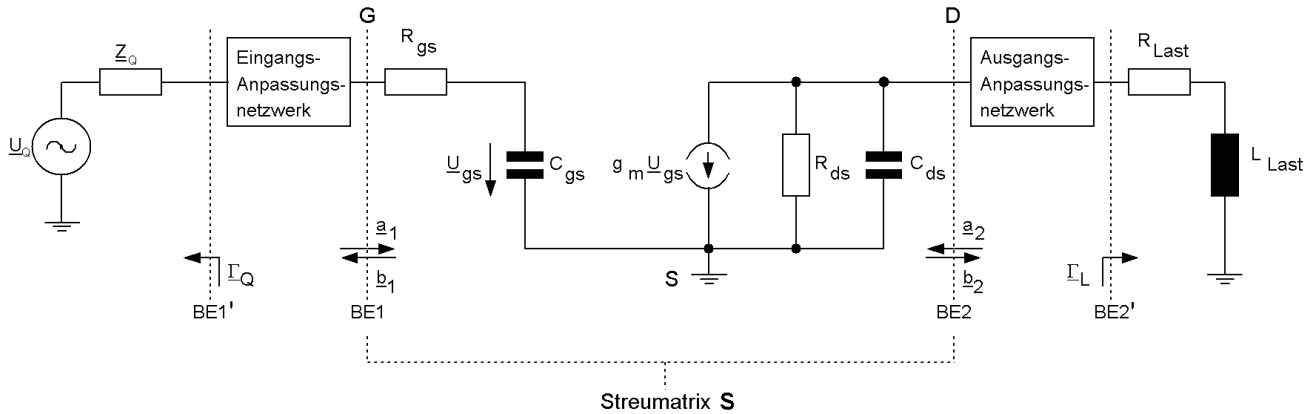


Abbildung 1: Verstärker mit Anpassungsnetzwerken

Betrachtet wird ein Feldeffekt-Transistor (FET) als Zweitor zwischen den Bezugsebenen $BE1$, $BE2$ in Common-Source-Anordnung (s. Abb. 1). Folgende, auf $Z_0 = 50 \Omega$ bezogene Parameter zu Abb. 1 sind bei der Betriebsfrequenz f (harmonische Zeitabhängigkeit) bekannt: $\Gamma_Q = 0.56/(94)^\circ$, $S_{22} = 0.35/(-46)^\circ$, $R_{Last} = 25 \Omega$, $j\omega L_{Last} = j20 \Omega$.

- 1 Punkt Berechnen Sie S_{22} als Funktion der Ersatzschaltbildgrößen des Transistors.
- 1 Punkt In Hilfsblatt 1 sind Kreise konstanter Rauschzahl für den gegebenen Transistor eingetragen. Bestimmen Sie die Rauschzahl F , die sich **ohne** Eingangs-Anpassungsnetzwerk ergibt ($BE1 = BE1'$).
- 5 Punkte Entwerfen Sie mittels des Smith-Charts in Hilfsblatt 1 ein verlustloses Eingangs-Anpassungsnetzwerk aus zwei konzentrierten Reaktanzen derart, dass Rauschanpassung vorliegt, und geben Sie die normierten Reaktanzen der benötigten Bauelemente an. Skizzieren Sie die Topologie dieses Netzwerks.
- 2 Punkte Bestimmen Sie mit Hilfe des Smith-Charts in Hilfsblatt 2 die Zahlenwerte der normierten Admittanzen y_{Rds} und y_{Cds} zum oben gegebenen Transistor-Ersatzschaltbild.
- 2 Punkte Bestimmen Sie den Reflexionsfaktor Γ_L der Last (s. Abb. 1) mit Hilfe des Smith-Charts in Hilfsblatt 2.

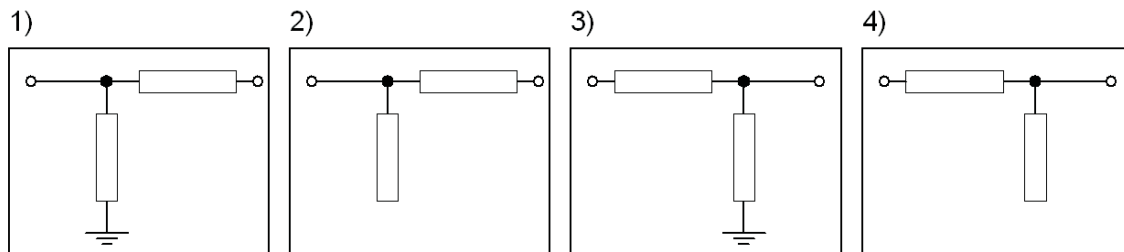


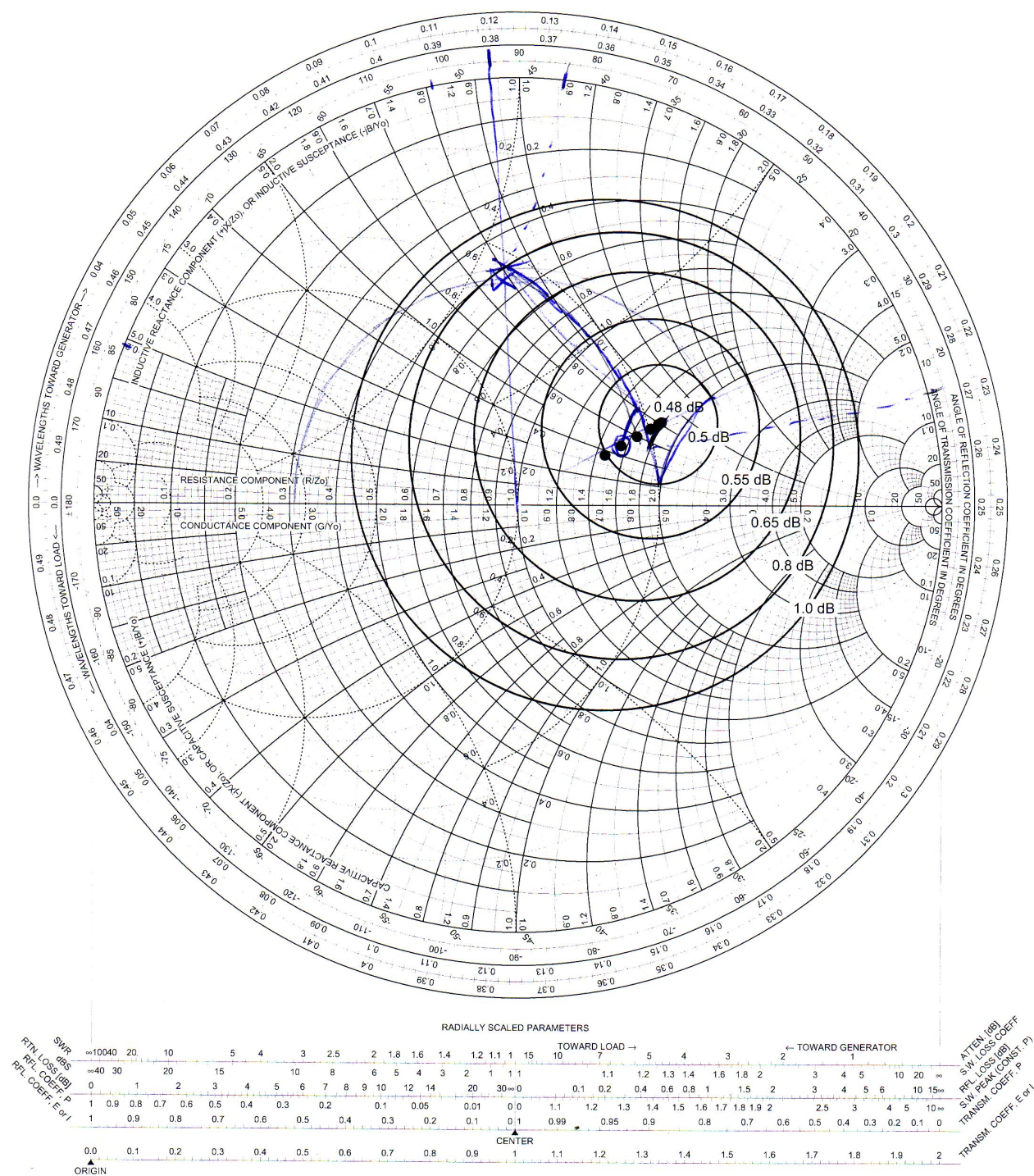
Abbildung 2: Ausgangs-Anpassungsnetzwerke

- 8 Punkte Welche beiden der in Abb. 2 gezeigten, aus jeweils einer Serien- und einer Stichleitung (verlustlose Leitungen, Leitungswellenwiderstand jeweils 50Ω) bestehenden Ausgangs-Anpassungsnetzwerke eignen sich, um Leistungsanpassung am Ausgang des FET zu erreichen? Für die elektrische Länge $\frac{\ell_s}{\lambda}$ der Serienleitung und die elektrische Länge $\frac{\ell_p}{\lambda}$ der Stichleitung soll gelten: $\frac{\ell_s}{\lambda} < \frac{1}{4}$ und $\frac{\ell_p}{\lambda} < \frac{1}{4}$. Bestimmen Sie für beide möglichen Topologien die benötigten elektrischen Leitungslängen $\frac{\ell_{s1}}{\lambda}$ bzw. $\frac{\ell_{s2}}{\lambda}$ der Serienleitung und $\frac{\ell_{p1}}{\lambda}$ bzw. $\frac{\ell_{p2}}{\lambda}$ der Stichleitung mittels der Smith-Charts in Hilfsblatt 2 und 3.
- 1 Punkt Welche der beiden Lösungen ist eher als breitbandige Anpassungsstruktur geeignet? (Begründung!)

KLAUSURAUFGABEN "ELEKTROMAGNETISCHE FELDER 2 (EE)"

Hilfsblatt 1 zu Aufgabe 6, Unterpunkt b), c)

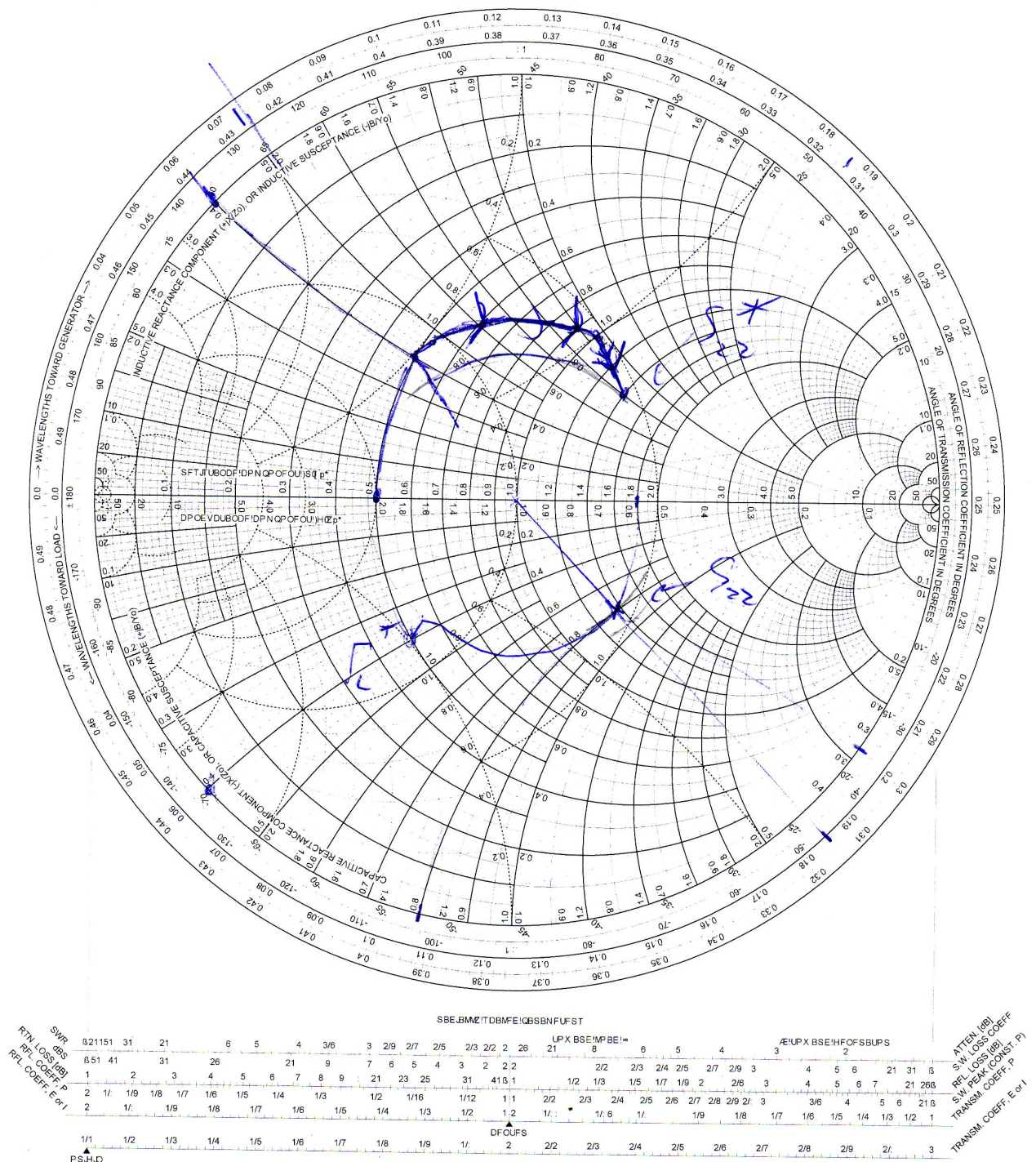
Name: _____ Matr.Nr.: _____



KLAUSURAUFGABEN "ELEKTROMAGNETISCHE FELDER 2 (EE)"

Hilfsblatt 2 zu Aufgabe 6, Unterpunkt d), e), f)

Name: _____ Matr.Nr.: _____



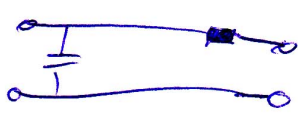
Klausur EMF II EE 11.06

6) a) $S_{22} = \frac{\frac{1}{Y} - 1}{\frac{1}{Y} + 1}$ mit $Y = \frac{1}{r_{ds}} + j\omega C_{ds}$; $r_{ds} = \frac{R_{ds}}{Z_0}$, $j\omega C_{ds} = j\frac{\omega C_{ds}}{Y_0}$; $Y_0 = \frac{1}{Z_0}$

$$S_{22} = \frac{1 - \frac{1}{r_{ds}} - j\omega C_{ds}}{1 + \frac{1}{r_{ds}} + j\omega C_{ds}}$$

b) Ohne Eingangsanpassungsnetzwerk: FET "sieht" am Eingang Γ_a . Mit Smith-Chart in Hilfsblatt 1: $F=0,82$

c) Eingangsanpassungsnetzwerk:



$$Z_C = j0,9 - j0,06 = j0,84$$

$$Z_L = j0,02 - j0,19 = -j0,17$$

d) $Y_{C_{ds}} = j0,32$, $Y_{R_{ds}} = 0,55$

e) $Z_L = 0,5 + j0,4$, $\Gamma_L = 0,41 \angle 126^\circ$

f) 1) nicht möglich, da serielle Leistung $> \frac{2}{9}$ sein müsste
 2) geht
 3) geht nicht
 4) geht

Lösung mit 2): $\frac{L_{S1}}{\lambda} = 0,160 - 0,074 = 0,086$

$$\frac{L_{P1}}{\lambda} = 0,278 - 0,25 = 0,028$$

Lsg mit 4): $\frac{L_{S2}}{\lambda} = 0,186 - 0,074 = 0,112$

$$\frac{L_{P2}}{\lambda} = 0,278 - 0,25 = 0,028$$

g) Netzwerk 2) ist eben als ~~1~~ breitbandige Anpassungsstruktur zu betrachten, da die Länge d. Serienleitung geringer ist als bei Netzwerk 4). Anpassungsnetzwerke mit kurzen Leitungen sind breitbandiger als solche mit langen Leitungen.

