A1 | a) $\underline{E} = Z_F \, \underline{H} \times \vec{n}$, $Z_F = \sqrt{\frac{\mu}{\varepsilon}}$ **H03**

ML

-1-

$$\underline{\vec{E}}_e = \sqrt{\frac{\mu_0}{\varepsilon_1}} e^{-j\vec{k}_e\vec{r}} \begin{pmatrix} -H_{e\parallel}\cos\varphi_1 \\ H_{e\perp} \\ -H_{e\parallel}\sin\varphi_1 \end{pmatrix} \times \begin{pmatrix} -\sin\varphi_1 \\ 0 \\ \cos\varphi_1 \end{pmatrix} = \sqrt{\frac{\mu_0}{\varepsilon_1}} \begin{pmatrix} H_{e\perp}\cos\varphi_1 \\ H_{e\parallel} \\ H_{e\perp}\sin\varphi_1 \end{pmatrix} e^{-j\vec{k}_e\vec{r}}$$

$$\underline{\vec{E}}_r = \sqrt{\frac{\mu_0}{\varepsilon_1}} e^{-j\vec{k}_r\vec{r}} \begin{pmatrix} H_{r\parallel}\cos\varphi_1 \\ H_{r\perp} \\ -H_{r\parallel}\sin\varphi_1 \end{pmatrix} \times \begin{pmatrix} -\sin\varphi_1 \\ 0 \\ -\cos\varphi_1 \end{pmatrix} = \sqrt{\frac{\mu_0}{\varepsilon_1}} \begin{pmatrix} -H_{r\perp}\cos\varphi_1 \\ H_{r\parallel} \\ H_{r\perp}\sin\varphi_1 \end{pmatrix} e^{-j\vec{k}_r\vec{r}}$$

$$\underline{\vec{E}}_d = \sqrt{\frac{\mu_0}{\varepsilon_2}} e^{-j\vec{k}_d\vec{r}} \begin{pmatrix} -H_{d\parallel}\cos\varphi_2 \\ H_{d\perp} \\ -H_{d\parallel}\sin\varphi_2 \end{pmatrix} \times \begin{pmatrix} -\sin\varphi_2 \\ 0 \\ \cos\varphi_2 \end{pmatrix} = \sqrt{\frac{\mu_0}{\varepsilon_2}} \begin{pmatrix} H_{d\perp}\cos\varphi_2 \\ H_{d\parallel} \\ H_{d\perp}\sin\varphi_2 \end{pmatrix} e^{-j\vec{k}_d\vec{r}}$$

b) $\vec{e}_z \left(\vec{D}_e + \vec{D}_r - \vec{D}_d\right) = 0$ $\quad\quad$ $\vec{e}_z \cdot \left(\vec{B}_e + \vec{B}_r - \vec{B}_d\right) = 0$

$\vec{e}_z \times \left(\vec{H}_e + \vec{H}_r - \vec{H}_d\right) = 0$ $\quad\quad$ $\vec{e}_z \times \left(\vec{E}_e + \vec{E}_r - \vec{E}_d\right) = 0$

c) Auf der Grenzfläche Phasengleichheit, d.h. $e^{-j\vec{k}_e\vec{r}} = e^{-j\vec{k}_r\vec{r}} = e^{-j\vec{k}_d\vec{r}}$ $\forall_{x,y}$ und $z=0$

$$\vec{e}_z \times \sum_i \vec{H}_i = 0 : \quad \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix} \times \begin{pmatrix} -H_{e\parallel}\cos\varphi_1 + H_{r\parallel}\cos\varphi_1 + H_{d\parallel}\cos\varphi_2 \\ H_{e\perp} + H_{r\perp} - H_{d\perp} \\ -H_{e\parallel}\sin\varphi_1 - H_{r\parallel}\sin\varphi_1 + H_{d\parallel}\sin\varphi_2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}$$

$$\vec{e}_z \times \sum_i \vec{E}_i = 0 \quad \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix} \times \begin{pmatrix} \frac{1}{\sqrt{\varepsilon_1}} H_{e\perp}\cos\varphi_1 - \frac{1}{\sqrt{\varepsilon_1}} H_{r\perp}\cos\varphi_1 - \frac{1}{\sqrt{\varepsilon_2}} H_{d\perp}\cos\varphi_2 \\ \frac{1}{\sqrt{\varepsilon_1}} H_{e\parallel} + \frac{1}{\sqrt{\varepsilon_1}} H_{r\parallel} - \frac{1}{\sqrt{\varepsilon_2}} H_{d\parallel} \\ \frac{1}{\sqrt{\varepsilon_1}} H_{e\perp}\sin\varphi_1 + \frac{1}{\sqrt{\varepsilon_1}} H_{r\perp}\sin\varphi_1 - \frac{1}{\sqrt{\varepsilon_2}} H_{d\perp}\sin\varphi_2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}$$

I) $-\left(H_{e\perp} + H_{r\perp} - H_{d\perp}\right) = 0$

$-H_{e\parallel}\cos\varphi_1 + H_{r\parallel}\cos\varphi_1 + H_{d\parallel}\cos\varphi_2 = 0$

II) $-\left(\frac{1}{\sqrt{\varepsilon_1}} H_{e\parallel} + \frac{1}{\sqrt{\varepsilon_1}} H_{r\parallel} - \frac{1}{\sqrt{\varepsilon_2}} H_{d\parallel}\right) = 0$

$\frac{1}{\sqrt{\varepsilon_1}} H_{e\perp}\cos\varphi_1 - \frac{1}{\sqrt{\varepsilon_1}} H_{r\perp}\cos\varphi_1 - \frac{1}{\sqrt{\varepsilon_2}} H_{d\perp}\cos\varphi_2 = 0$

I) $H_{r\perp} = H_{d\perp} - H_{e\perp}$

$H_{d\parallel} = \left(H_{e\parallel} - H_{r\parallel}\right)\frac{\cos\varphi_1}{\cos\varphi_2}$

II) $H_{r\parallel} = \sqrt{\frac{\varepsilon_1}{\varepsilon_2}} H_{d\parallel} - H_{e\parallel}$

$H_{d\perp} = \sqrt{\frac{\varepsilon_2}{\varepsilon_1}} H_{e\perp}\frac{\cos\varphi_1}{\cos\varphi_2} - \sqrt{\frac{\varepsilon_2}{\varepsilon_1}} H_{r\perp}\frac{\cos\varphi_1}{\cos\varphi_2}$

$$H_{r\perp} + \sqrt{\frac{\varepsilon_2}{\varepsilon_1}} H_{r\perp}\frac{\cos\varphi_1}{\cos\varphi_2} = \sqrt{\frac{\varepsilon_2}{\varepsilon_1}} H_{e\perp}\frac{\cos\varphi_1}{\cos\varphi_2} - H_{e\perp}$$

$$H_{r\parallel} + H_{r\parallel}\sqrt{\frac{\varepsilon_1}{\varepsilon_2}}\frac{\cos\varphi_1}{\cos\varphi_2} = \sqrt{\frac{\varepsilon_1}{\varepsilon_2}} H_{e\parallel}\frac{\cos\varphi_1}{\cos\varphi_2} - H_{e\parallel}$$

$$\frac{H_{r\perp}}{H_{e\perp}} = \frac{\sqrt{\frac{\varepsilon_2}{\varepsilon_1}}\frac{\cos\varphi_1}{\cos\varphi_2} - 1}{\sqrt{\frac{\varepsilon_2}{\varepsilon_1}}\frac{\cos\varphi_1}{\cos\varphi_2} + 1} \quad ; \quad \frac{H_{r\parallel}}{H_{e\parallel}} = \frac{\sqrt{\frac{\varepsilon_1}{\varepsilon_2}}\frac{\cos\varphi_1}{\cos\varphi_2} - 1}{\sqrt{\frac{\varepsilon_1}{\varepsilon_2}}\frac{\cos\varphi_1}{\cos\varphi_2} + 1}$$

$$\frac{H_{r\perp}}{H_{e\perp}} = \frac{\sqrt{\varepsilon_2}\cos\varphi_1 - \sqrt{\varepsilon_1}\cos\varphi_2}{\sqrt{\varepsilon_2}\cos\varphi_1 + \sqrt{\varepsilon_1}\cos\varphi_2} \quad ; \quad \frac{H_{r\parallel}}{H_{e\parallel}} = \frac{\sqrt{\varepsilon_1}\cos\varphi_1 - \sqrt{\varepsilon_2}\cos\varphi_2}{\sqrt{\varepsilon_1}\cos\varphi_1 + \sqrt{\varepsilon_2}\cos\varphi_2}$$

mit dem Brechungsgesetz: $\sqrt{\frac{\varepsilon_2}{\varepsilon_1}} = \frac{\sin\varphi_1}{\sin\varphi_2}$ bzw. $\sqrt{\frac{\varepsilon_1}{\varepsilon_2}} = \frac{\sin\varphi_2}{\sin\varphi_1}$

$$\frac{H_{r\perp}}{H_{e\perp}} = \frac{\frac{\sin\varphi_1}{\sin\varphi_2}\cdot\frac{\cos\varphi_1}{\cos\varphi_2} - 1}{\frac{\sin\varphi_1}{\sin\varphi_2}\cdot\frac{\cos\varphi_1}{\cos\varphi_2} + 1} = \frac{\sin\varphi_1\cos\varphi_1 - \sin\varphi_2\cos\varphi_2}{\sin\varphi_1\cos\varphi_1 + \sin\varphi_2\cos\varphi_2}$$

$$\frac{H_{r\parallel}}{H_{e\parallel}} = \frac{\frac{\sin\varphi_2}{\sin\varphi_1}\cdot\frac{\cos\varphi_1}{\cos\varphi_2} - 1}{\frac{\sin\varphi_2}{\sin\varphi_1}\cdot\frac{\cos\varphi_1}{\cos\varphi_2} + 1} = \frac{\sin\varphi_2\cos\varphi_1 - \sin\varphi_1\cos\varphi_2}{\sin\varphi_2\cos\varphi_1 + \sin\varphi_1\cos\varphi_2}$$

oder: als Fkt. von φ_1: $\cos\varphi_2 = \sqrt{1 - \frac{\varepsilon_1}{\varepsilon_2}\sin^2\varphi_1}$

$$\frac{H_{r\perp}}{H_{e\perp}} = \frac{\sqrt{\varepsilon_2}\cos\varphi_1 - \sqrt{\varepsilon_1}\sqrt{\varepsilon_2 - \varepsilon_1\sin^2\varphi_1}}{\sqrt{\varepsilon_2}\cos\varphi_1 + \sqrt{\varepsilon_1}\sqrt{\varepsilon_2 - \varepsilon_1\sin^2\varphi_1}} \;/\; \frac{H_{r\parallel}}{H_{e\parallel}} = \frac{\sqrt{\varepsilon_1}\cos\varphi_1 - \sqrt{\varepsilon_2 - \varepsilon_1\sin^2\varphi_1}}{\sqrt{\varepsilon_1}\cos\varphi_1 + \sqrt{\varepsilon_2 - \varepsilon_1\sin^2\varphi_1}}$$

d) $H_{e\perp} \neq 0$, $H_{r\perp} = 0$ $\qquad 0 = \sqrt{\varepsilon_2}\cos\varphi_1 - \sqrt{\varepsilon_1}\cos\varphi_2$

Brechungsgesetz: $\sqrt{\frac{\varepsilon_1}{\varepsilon_2}} = \frac{\sin\varphi_2}{\sin\varphi_1} \Leftrightarrow \sin^2\varphi_2 = \frac{\varepsilon_1}{\varepsilon_2}\sin^2\varphi_1$

$$\varepsilon_2\cos^2\varphi_1 = \varepsilon_1\cos^2\varphi_2 = \varepsilon_1(1 - \sin^2\varphi_2) = \varepsilon_1\left(1 - \frac{\varepsilon_1}{\varepsilon_2}\sin^2\varphi_1\right)$$

$$\frac{\varepsilon_2}{\varepsilon_1}\cos^2\varphi_1 = 1 - \frac{\varepsilon_1}{\varepsilon_2}\sin^2\varphi_1$$

$$\frac{\varepsilon_2}{\varepsilon_1}\cos^2\varphi_1 = \cos^2\varphi_1 + \sin^2\varphi_1 - \frac{\varepsilon_1}{\varepsilon_2}\sin^2\varphi_1$$

$$\left(\frac{\varepsilon_2}{\varepsilon_1} - 1\right)\cos^2\varphi_1 = \sin^2\varphi_1\left(1 - \frac{\varepsilon_1}{\varepsilon_2}\right)$$

$$\frac{\sin^2\varphi_1}{\cos^2\varphi_1} = \frac{\frac{\varepsilon_2 - \varepsilon_1}{\varepsilon_1}}{\frac{\varepsilon_2 - \varepsilon_1}{\varepsilon_2}} = \frac{\varepsilon_2}{\varepsilon_1} \Longleftrightarrow \tan\varphi_1 = \sqrt{\frac{\varepsilon_2}{\varepsilon_1}}$$

$H_{e\parallel} \neq 0$, $H_{r\parallel} = 0$

$$0 = \sqrt{\varepsilon_1}\cos\varphi_1 - \sqrt{\varepsilon_2}\cos\varphi_2 \Leftrightarrow \sqrt{\varepsilon_1}\cos\varphi_1 = \sqrt{\varepsilon_2}\cos\varphi_2$$

$$\cos^2\varphi_2 = 1 - \sin^2\varphi_2 = 1 - \frac{\varepsilon_1}{\varepsilon_2}\sin^2\varphi_1$$

$$\varepsilon_1\cos^2\varphi_1 = \varepsilon_2\left(1 - \frac{\varepsilon_1}{\varepsilon_2}\sin^2\varphi_1\right)$$

$$\frac{\varepsilon_1}{\varepsilon_2}\cos^2\varphi_1 = 1 - \frac{\varepsilon_1}{\varepsilon_2}\sin^2\varphi_1 \Leftrightarrow \frac{\varepsilon_1}{\varepsilon_2}(\cos^2\varphi_1 + \sin^2\varphi_1) = 1$$

$\Rightarrow \varepsilon_1 = \varepsilon_2$

d.h. für $H_{e\parallel}$ tritt nur dann keine Reflexion ein, falls beide Medien den gleichen Brechungsindex besitzen.

A 2 | ML -1-

a] Ausbreitung der Hybridwelle in z-Richtung mit noch unbekannter Ausbreitungskonstante γ:

$$\vec{\underline{F}}_i(x,y,z) = \underbrace{\underline{f}_i(x,y)\, e^{-\gamma z}}_{\underline{f}_i(x,y,z)}\, \vec{e}_x \quad , \quad \frac{\partial}{\partial z} = -\gamma$$

Differentialgl.: G1: $(\nabla^2 + K_1^2)\,\vec{\underline{F}}_1 = \vec{0}$ mit $K_1^2 = \omega^2 \varepsilon_r \varepsilon_0 \mu_0$

$$\Rightarrow \left(\frac{\partial^2}{\partial x^2} + \frac{\partial^2}{\partial y^2} + (K_1^2 + \gamma^2)\right) \underline{f}_1 = \underline{0}$$

G2: $(\nabla^2 + K_2^2)\,\vec{\underline{F}}_2 = \vec{0}$ mit $K_2^2 = \omega^2 \varepsilon_0 \mu_0$

$$\Rightarrow \left(\frac{\partial^2}{\partial x^2} + \frac{\partial^2}{\partial y^2} + (K_2^2 + \gamma^2)\right) \underline{f}_2 = \underline{0}$$

b] Produktansatz: $\underline{f}_1(x,y,z) = \underline{f}_{1x}(x)\, \underline{f}_{1y}(y)\, e^{-\gamma z}$

Einsetzen in Dgl:

$$\left(f_{1y} \frac{\partial^2}{\partial x^2} f_{1x} + f_{1x} \frac{\partial^2}{\partial y^2} f_{1y} + (k_1^2 + \gamma^2) f_{1x} f_{1y}\right) e^{-\gamma z} = 0$$

Multiplikation mit $\frac{1}{f_{1x} f_{1y}}$:

$$\Rightarrow \underbrace{\frac{1}{f_{1x}} \frac{\partial^2 f_{1x}}{\partial x^2}}_{=: -k_{1x}^2} + \underbrace{\frac{1}{f_{1y}} \frac{\partial^2 f_{1y}}{\partial y^2}}_{=: -k_y^2} + (k_1^2 + \gamma^2) = 0$$

allg. Lösung in G1:

$$\underline{f}_1(x,y,z) = \left(A_1 \cos(k_{1x} x) + B_1 \sin(k_{1x} x)\right)\left(C_1 \cos(k_y y) + D_1 \sin(k_y y)\right) \cdot e^{-\gamma z}$$

G2: Analog, jedoch als Funktion von $(a-x)$, damit die Randbedingung bei $x=a$ leichter zu erfüllen sind:

$$\underline{f}_2(x,y,z) = \left(A_2 \cos(k_{2x}(a-x)) + B_2 \sin(k_{2x}(a-x))\right)\left(C_2 \cos(k_y y) + D_2 \sin(k_y y)\right) e^{-\gamma z}$$

Separationsbedingung in Gebiet 2: $-k_{2x}^2 - k_y^2 + (k_2^2 + \gamma^2) = 0$

Zusammenhang zwischen $\vec{E}$ und $\underline{f}$:

$$\vec{\underline{E}}_i = -\nabla \underline{f}_i \times \vec{e}_x = - \begin{vmatrix} \frac{\partial f_i}{\partial x} & \frac{\partial f_i}{\partial y} & \frac{\partial f_i}{\partial z} \\ 1 & 0 & 0 \\ \vec{e}_x & \vec{e}_y & \vec{e}_z \end{vmatrix} = -\left(\underbrace{\frac{\partial f_i}{\partial z}}_{-\gamma f} \vec{e}_y - \frac{\partial f_i}{\partial y} \vec{e}_z\right)$$

$$= \gamma\, \underline{f}_i\, \vec{e}_y + \frac{\partial f_i}{\partial y} \vec{e}_z$$

Randbedingung bei $y = 0, a$: $\vec{E}^i_{tan} = E_{zi}\, \vec{e}_z \overset{!}{=} \vec{0}$ für alle x

$$\Rightarrow \frac{\partial f_i}{\partial y}(y=0) = \frac{\partial f_i}{\partial y}(y=b) \overset{!}{=} 0$$

$$\Rightarrow k_y\left(-C_i \underbrace{\sin(k_y \cdot 0)}_{=0} + D_i \underbrace{\cos(k_y \cdot 0)}_{=1}\right) = 0 \quad \Rightarrow D_i = 0 \; ; \; i = 1,2$$

H03 A2 ML -2-

$$|-k_y\, C_i \sin(k_y \cdot b) = 0$$

$$\Rightarrow \sin(k_y b) = 0 \Rightarrow k_y \cdot b = n\pi \Rightarrow k_y = \frac{n\pi}{b}, \quad n = 0,1,2\ldots$$

c) Randbedingung bei $x=0$:

$$\vec{0} = \vec{E}_{tan} = E_y \cdot \vec{e}_y = \gamma \cdot f_1 \vec{e}_y \overset{!}{=} \vec{0} \quad \text{für alle } y$$

$$\Rightarrow A_1 \cdot \underbrace{\cos(k_{1x} \cdot 0)}_{=1} + B_1 \underbrace{\sin(k_{1x} \cdot 0)}_{=0} \overset{!}{=} 0$$

$$\Rightarrow A_1 = 0$$

Randbedingung bei $x=a$:

$$\vec{E}_{tan} = E_y \vec{e}_y = \gamma f_2 \vec{e}_y \overset{!}{=} \vec{0} \quad \forall y$$

$$\Rightarrow A_2 \cos(k_{2x}(a-a)) + B_2 \sin(k_{2x}(a-a)) = A_2 \cdot 1 + B_2 \cdot 0 = 0 \Rightarrow A_2 = 0$$

Außerdem: $E_z(x=0) = E_z(x=a) = 0$ liefert jeweils das gleiche Ergebnis:

$\Rightarrow$ Insgesamt:

$$f_1(x,y,z) = C_1 \cos\left(\frac{n\pi}{b} y\right) \cdot \sin(k_{1x} x)\, e^{-\gamma z}$$

$$f_2(x,y,z) = C_2 \cos\left(\frac{n\pi}{b} y\right) \cdot \sin(k_{2x}(a-x))\, e^{-\gamma z}$$

d) Randbedingung an der dielektrischen Grenzfläche $x=d$:

$$\forall y: \vec{E}_{t1}(x=d) = \vec{E}_{t2}(x=d) \Rightarrow E_{y1}(x=d) = E_{y2}(x=d) \quad (I)$$

$$E_{z1}(x=d) = E_{z2}(x=d) \quad (II)$$

$$\vec{H}_{t1}(x=d) = \vec{H}_{t2}(x=d) \Rightarrow H_{y1}(x=d) = H_{y2}(x=d) \quad (III)$$

$$H_{z1}(x=d) = H_{z2}(x=d) \quad (IV)$$

Zusammenhang zwischen $\vec{H}_i$ und f_i:

$$\vec{H}_i = \frac{1}{j\omega\mu}\left(k_i^2 f_i \vec{e}_x + \nabla\left(\frac{\partial f_i}{\partial x}\right)\right) = \frac{1}{j\omega\mu}\begin{pmatrix} \left(k_i^2 + \frac{\partial^2}{\partial x^2}\right) f_i \\ \frac{\partial^2 f_i}{\partial x \partial y} \\ -\gamma \cdot \frac{\partial f_i}{\partial x} \end{pmatrix}$$

$x=d;\ \forall y$:

$$(I): E_{yi} = \gamma f_i \sim f_i \Rightarrow \boxed{C_1 \sin(k_{1x} d) = C_2 \sin(k_{2x}(a-d))} \quad (1)$$

(II): $E_{zi} = \frac{\partial f_i}{\partial y} \sim f_i \Rightarrow$ keine zusätzliche Information

$$(III): H_{yi} = \frac{1}{j\omega\mu} \frac{\partial^2 f_i}{\partial x \partial y} \sim \frac{\partial f_i}{\partial x} \Rightarrow \boxed{C_1 k_{1x} \cos(k_{1x} d) = -C_2 k_{2x} \cos(k_{2x}(a-d))} \quad (2)$$

(IV): $H_{zi} = -\frac{\gamma}{j\omega\mu} \frac{\partial f_i}{\partial x} \sim \frac{\partial f_i}{\partial x} \Rightarrow$ keine zusätzliche Information

(2) durch (1) teilen: $\Rightarrow \boxed{k_{1x} \cot(k_{1x} d) = -k_{2x} \cot(k_{2x}(a-d))} \quad (*)$

Separationsbed.: $k_{1x}^2 = \omega^2 \mu_0 \varepsilon_r \varepsilon_0 + \gamma^2 - \left(\frac{n\pi}{b}\right)^2, \quad k_{2x}^2 = \omega^2 \mu_0 \varepsilon_0 + \gamma^2 - \left(\frac{n\pi}{b}\right)^2$

$\Rightarrow$ (*) ist eine Bestimmungsgl., die bei gegebener Kreisfrequenz ω γ als einzige Unbekannte enthält.

A3

a) $\underline{g} = \underline{g}(\varrho, \varphi, z) \cdot e^{j\omega t} \cdot \vec{e_z}$

Helmholtz: $\nabla^2 \underline{g} + k^2 \underline{g} = 0$ mit $k^2 = \omega^2 \varepsilon_r \varepsilon_0 \mu$

b) Separation im Zylinder Koordinatensystem:

Produktansatz: $\underline{g}(\varrho, \varphi, z) = \underline{g}_1(\varrho)\, \underline{g}_2(\varphi)\, \underline{g}_3(z)$

$$\nabla^2 \underline{g} + k^2 \underline{g} = \frac{1}{\varrho} \cdot \frac{\partial}{\partial \varrho}\left(\varrho \frac{\partial \underline{g}}{\partial \varrho}\right) + \frac{1}{\varrho^2} \frac{\partial^2 \underline{g}}{\partial \varphi^2} + \frac{\partial^2 \underline{g}}{\partial z^2} + k^2 \underline{g} = 0$$

$$\Rightarrow \frac{\partial^2 \underline{g}}{\partial \varrho^2} + \frac{1}{\varrho} \frac{\partial \underline{g}}{\partial \varrho} + \frac{1}{\varrho^2} \frac{\partial^2 \underline{g}}{\partial \varphi^2} + \frac{\partial^2 \underline{g}}{\partial z^2} + k^2 \underline{g} = 0$$

Einsetzen des Produktansatzes

$$\underline{g}_1'' \underline{g}_2 \underline{g}_3 + \frac{1}{\varrho} \underline{g}_1' \underline{g}_2 \underline{g}_3 + \frac{1}{\varrho^2} \underline{g}_1 \underline{g}_2'' \underline{g}_3 + \underline{g}_1 \underline{g}_2 \underline{g}_3'' + k^2 \underline{g}_1 \underline{g}_2 \underline{g}_3$$

$\cdot \frac{1}{g_1 g_2 g_3}$

$$\Rightarrow \frac{\underline{g}_1''}{\underline{g}_1} + \frac{1}{\varrho} \frac{\underline{g}_1'}{\underline{g}_1} + \frac{1}{\varrho^2} \underbrace{\frac{\underline{g}_2''}{\underline{g}_2}}_{=-m^2} + \underbrace{\frac{\underline{g}_3''}{\underline{g}_3}}_{=-k_z^2} + k^2 = 0$$

$\Rightarrow$ (i) $\dfrac{\partial^2 \underline{g}_3}{\partial z^2} + k_z^2 \underline{g}_3 = 0$

Elementarlösungen: $\underline{g}_3(z) = A \cos(k_z z) + B \cdot \sin(k_z z)$

(ii) $\dfrac{\partial^2 \underline{g}_2}{\partial \varphi^2} + m^2 \underline{g}_2 = 0$

Elementarlösungen: $\underline{g}_2(\varphi) = C \cdot \cos(m\varphi) + D \sin(m\varphi)$

(iii) $$\frac{\partial^2 g_1}{\partial \varrho^2} + \frac{1}{\varrho}\frac{\partial g_1}{\partial \varrho} + \Big(\underbrace{k^2 - k_z^2}_{k_\varrho^2} - \frac{m^2}{\varrho^2}\Big) g_1 = 0$$ (Besselsche Dgl.

Elementarlösung: $g_3(\varrho) = E\, J_m(k_\varrho \varrho) + F\, N_m(k_\varrho \varrho)$

Insgesamt:

$$g(\varrho, \varphi, z) = \big(E\, J_m(k_\varrho \varrho) + F\, N_m(k_\varrho \varrho)\big) \cdot \big(C\cos(m\varphi) + D\sin(m\varphi)\big)$$
$$\big(A\cos(k_z z) + B\sin(k_z z)\big)$$

mit $k_\varrho^2 = k^2 - k_z^2$

c) Zusammenhang zwischen Potentialfkt. und el. Feld:

$$\vec{E} = \frac{1}{j\omega\varepsilon}\left(k^2 g\, \vec{e_z} + D\left(\frac{\partial g}{\partial z}\right)\right)$$
$$= \frac{1}{j\omega\varepsilon_r\varepsilon_0}\left(\frac{\partial^2 g}{\partial \varrho\, \partial z}\vec{e_\varrho} + \frac{1}{\varrho}\frac{\partial^2 g}{\partial \varphi\, \partial z}\vec{e_\varphi} + \left(k^2 + \frac{\partial^2}{\partial z^2}\right) g\, \vec{e_z}\right)$$

RB bei $z=0$:

$$\vec{E}_{tan} = \vec{0} \Rightarrow E_\varrho = E_\varphi = 0$$
$$\Rightarrow \frac{\partial g}{\partial z} = 0$$

$$\Rightarrow k_z\Big(-A \cdot \underbrace{\sin(k_z 0)}_{0}\Big) + B\underbrace{\cos(k_z \cdot 0)}_{=1} = 0 \Rightarrow \underline{\underline{B = 0}}$$

RB bei $z=h$:

$$\vec{E}_{norm} = 0 \Rightarrow E_z = 0 \Rightarrow g = 0$$

$$\Rightarrow \cos(k_z \cdot h) = 0 \Rightarrow k_z h = \frac{n\pi}{2} \quad n = 1, 3, 5$$
$$k_z = \frac{n\pi}{2h} \quad n = 1, 3, 5 \ldots$$

RB bei $\varrho \to 0$:

Ψ muß nicht-singulär bleiben

$N_m(k_\varrho \varrho)$ weist aber eine Singularität bei $\varrho \to 0$ auf $\Rightarrow$ $\underline{\underline{F=0}}$

RB bei $\varrho = R$:

$\vec{E}_{norm} = \vec{0} \Rightarrow E_\varrho = 0 \Rightarrow \frac{\partial \Psi}{\partial \varrho} = 0$

$$\Rightarrow \frac{\partial J_m(k_\varrho R)}{\partial \varrho} = 0 \Rightarrow \frac{\partial J_m(k_\varrho R)}{\partial (k_\varrho R)} = 0$$

$\Rightarrow k_\varrho = \frac{x'_{mn}}{R}$, wobei x'_{mn} die n-te Nullstelle von $J'_m = \frac{\partial J_m(x)}{\partial x}$ ist

<u>Insgesamt:</u>

$$\Psi(\varrho, \varphi, z) = J_m\left(x'_{mn} \frac{\varrho}{R}\right)\left(C\cos(m\varphi) + D\sin(m\varphi)\right) \circ$$
$$\circ \cos\left(n \frac{\pi}{2h} \cdot z\right)$$
$n = 1, 3, 5$

d) Separationsbedingung: x'_{ml} = l-te Nullstelle von J'_m

$$k^2 = k_\varrho^2 + k_z^2$$
$$= \left(\frac{x'_{ml}}{R}\right)^2 + \left(n \cdot \frac{\pi}{2h}\right)^2 \quad : k_{mln}$$

Blick in den Verlauf der Besself^{kt}.:

$\Rightarrow J'_1$ weist die kleinste 1. Nullstelle auf:

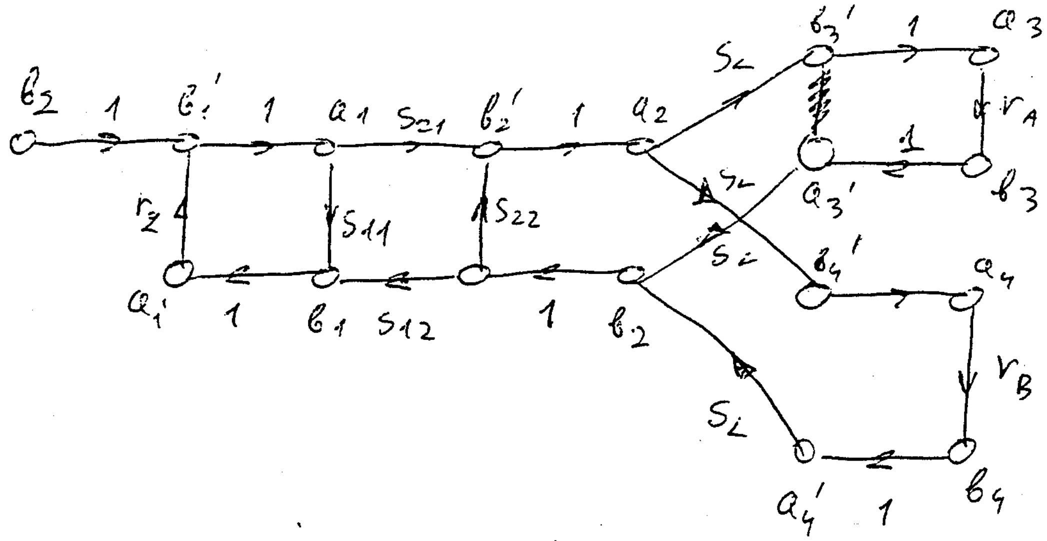
$\chi_{11}' = 1,84$

Kleinste mögliche Axialordnung: $n=1$
Resonanzwellenzahl der TM^z_{111} – Eigenschwingung
($m=1$, $n=1$, 1. Radialordnung)):

$$k_{111} = \sqrt{\left(\frac{\chi_{11}'}{R}\right)^2 + \left(\frac{\pi}{2h}\right)^2} \qquad \chi_{11}' = 1,84$$

A: HO3

a) Man strebt $|\underline{S}_{12}| \ll 1$ (keine Rückwirkung) und $|\underline{S}_{21}| \gg 1$ (Verstärkung) an.



mit $\underline{S}_L = \frac{-j}{\sqrt{2}}$ und $\underline{a}_i'$, $\underline{b}_i'$ = hin- und rücklaufende Wellen in BEi bzgl. des quellseitigen Bauelements sowie $\underline{a}_i$, $\underline{b}_i$ = hin- und rücklaufende Wellen in BEi bzgl. des lastseitigen Bauelements

c)

$$\underline{a}_3 = \frac{1}{2}\frac{\underline{U}_3}{\sqrt{Z_0}} + \frac{1}{2}\sqrt{Z_0}\,\underline{I}_3$$

$$\underline{b}_3 = \frac{1}{2}\frac{\underline{U}_3}{\sqrt{Z_0}} - \frac{1}{2}\sqrt{Z_0}\,\underline{I}_3$$

$$\underline{r}_A = \frac{\underline{b}_3}{\underline{a}_3} = \frac{\underline{U}_3 - Z_0\underline{I}_3}{\underline{U}_3 + Z_0\underline{I}_3} = \frac{\underline{Z}_A - Z_0}{\underline{Z}_A + Z_0}$$

mit $\underline{U}_3 = \underline{Z}_A\underline{I}_3$ Analog $\underline{r}_B = \frac{\underline{Z}_B - Z_0}{\underline{Z}_B + Z_0}$

Aus Signalflussdiagramm ablesen: $\underline{b}_2 = (\underline{S}_L^2\underline{r}_A + \underline{S}_L^2\underline{r}_B)\underline{a}$

$$\underline{r}_2 = \left(\frac{-j}{\sqrt{2}}\right)^2 (\underline{r}_A + \underline{r}_B) = -\frac{1}{2}(\underline{r}_A + \underline{r}_B)$$

Aus Signalflussdiagramm ablesen mit Schleifenregel:

$$\underline{r}_1 = \underline{S}_{11} + \frac{\underline{S}_{12}\underline{S}_{21}\underline{r}_2}{1-\underline{S}_{22}\underline{r}_2} = \underline{S}_{11} - \frac{\underline{S}_{12}\underline{S}_{21}(\underline{r}_A+\underline{r}_B)}{2+\underline{S}_{22}(\underline{r}_A+\underline{r}_B)}$$

d) Die geforderten Bedingungen sind Leistungsanpassung in BE1 und BE2, Also ist

$$\underline{S}_{11} = \underline{r}_2^*$$

und $\underline{S}_{22} = \underline{r}_2^* = -\frac{1}{2}(\underline{r}_A^* + \underline{r}_B^*)$

Entweder aus Signalflussdiagramm ablesen ?

$$\underline{a}_2 = \underline{S}_{21}\underline{a}_1 + \underline{S}_{22}\underline{b}_2$$

$$\underline{a}_2(1-\underline{S}_{22}\underline{r}_2) = \underline{S}_{21}\underline{a}_1$$

$$\underline{a}_2 = \underline{a}_1 \frac{\underline{S}_{21}}{1-|\underline{r}_2|^2}$$

ODER Formel kennen

$$G_{TU,max} = \frac{|\underline{S}_{21}|^2}{(1-|\underline{S}_{11}|^2)(1-|\underline{S}_{22}|^2)} \stackrel{!}{=} 2$$

$$|\underline{S}_{21}|^2 = 2(1-|\underline{S}_{11}|^2)(1-|\underline{S}_{22}|^2)$$

$$|\underline{S}_{21}| = \sqrt{2(1-|\underline{S}_{11}|^2)(1-|\underline{S}_{22}|^2)}$$

Leistung in BE1:

$$P_1 = \frac{1}{2}(|\underline{a}_1|^2 - |\underline{b}_1|^2) = \frac{1}{2}|\underline{a}_1|^2 \cdot (1-|\underline{r}_1|^2)$$

Analog Leistung in BE2

$$P_2 = \frac{1}{2}|\underline{a}_2|^2(1-|\underline{r}_2|^2)$$

$$\frac{P_2}{P_1} = \frac{|\underline{a}_2|^2(1-|\underline{r}_2|^2)}{|\underline{a}_1|^2(1-|\underline{r}_1|^2)} \stackrel{!}{=} 2$$

$$2 = \frac{|\underline{a}_1|^2 \frac{|\underline{S}_{21}|^2}{(1-|\underline{r}_2|^2)^2}(1-|\underline{r}_2|^2)}{|\underline{a}_1|^2(1-|\underline{r}_1|^2)}$$

$$2 = \frac{|\underline{S}_{21}|^2}{(1-|\underline{r}_1|^2)(1-|\underline{r}_2|^2)}$$

$$|\underline{S}_{21}| = \sqrt{2(1-|\underline{r}_1|^2)(1-|\underline{r}_2|^2)}$$

$$|\underline{S}_{21}| = \sqrt{2(1-|\underline{r}_g|^2)(1-\tfrac{1}{4}|\underline{r}_A+\underline{r}_B|^2)}$$

Leistung in BE1: $P_1 = P_{g,\text{verf}} = \frac{1}{2}|\underline{b}_g|^2 \frac{1}{1-|\underline{r}_g|^2}$

wegen Leistungsanpassung.

Leistung in BE2: $P_2 = \frac{1}{2}|\underline{a}_2|^2(1-|\underline{r}_2|^2) = 2\underline{P_1}$

$$|\underline{b}_g|^2\frac{1}{1-|\underline{r}_g|^2} = \frac{1}{2}|\underline{a}_2|^2(1-|\underline{r}_2|^2)$$

$$|\underline{a}_2|^2 = 2|\underline{b}_g|^2\frac{1}{(1-|\underline{r}_g|^2)(1-|\underline{r}_2|^2)}$$

Leistung in DUT:

$$P_A = \frac{1}{2} |\underline{a}_3|^2 (1 - |\underline{r}_A|^2)$$

$$= \frac{1}{2} |\underline{S}_c|^2 \, |\underline{a}_2|^2 (1 - |\underline{r}_A|^2)$$

$$= \frac{1}{4} |\underline{a}_2|^2 (1 - |\underline{r}_A|^2)$$

$$= \frac{1}{2} |\underline{b}_g|^2 \frac{1 - |\underline{r}_A|^2}{(1 - |\underline{r}_g|^2)(1 - |\underline{r}_A|^2)}$$

$$= \frac{1}{2} |\underline{b}_g|^2 \frac{1 - |\underline{r}_A|^2}{(1 - |\underline{r}_g|^2)(1 - \frac{1}{4} |\underline{r}_A + \underline{r}_B|^2)}$$

e) Der Verstärker ist uneingeschränkt stabil.

Hinreichende Bedingung für uneingeschränkte Stabilität ist:

$$|\underline{r}_i| < 1 \ \wedge \ |\underline{r}_a| < 1$$

Hier:

$$|\underline{r}_i| = |\underline{S}_{11}| = |\underline{r}_g| < 1$$

ist erfüllt laut Aufgabenstellung sowie

$$|\underline{r}_a| = |\underline{S}_{22}| = \frac{1}{2} |\underline{r}_A + \underline{r}_B| < 1$$

da $|\underline{r}_A| < 1$ und $|\underline{r}_B| < 1$ (passive Bauelemente laut Aufgabenstellung)

H03 A5

a) Reziprozität: $\underline{S} = \underline{S}^T \Rightarrow \underline{S}_{12} = \underline{S}_{21}$, $\underline{S}_{13} = \underline{S}_{31}$, $\underline{S}_{14} = \underline{S}_{41}$

$\underline{S}_{32} = \underline{S}_{23}$, $\underline{S}_{42} = \underline{S}_{24}$, $\underline{S}_{43} = \underline{S}_{34}$

Symmetrie: $\underline{S}_{11} = \underline{S}_{22} = \underline{S}_{33} = \underline{S}_{44}$ und $\underline{S}_{23} = \underline{S}_{14}$

$\underline{S}_{24} = \underline{S}_{13}$, $\underline{S}_{34} = \underline{S}_{12}$

b) Aus

$\underline{S}_{11} = 1 - \frac{1}{2}(\underline{A} + \underline{B} + \underline{C} + \underline{D})$ $\qquad \underline{A} = \dfrac{1}{1 - j z_{LE} \cot\left(\frac{\varphi_E}{2}\right)}$

$\underline{S}_{21} = -\frac{1}{2}(\underline{A} + \underline{B} - \underline{C} - \underline{D})$ mit $\underline{B} = \dfrac{1}{1 + j z_{LE} \tan\left(\frac{\varphi_E}{2}\right)}$

$\underline{S}_{31} = -\frac{1}{2}(\underline{A} - \underline{B} - \underline{C} + \underline{D})$ $\qquad \underline{C} = \dfrac{1}{1 - j z_{LO} \cot\left(\frac{\varphi_O}{2}\right)}$

$\underline{S}_{41} = -\frac{1}{2}(\underline{A} - \underline{B} + \underline{C} - \underline{D})$ $\qquad \underline{D} = \dfrac{1}{1 + j z_{LO} \tan\left(\frac{\varphi_O}{2}\right)}$

und $z_{LE} = \dfrac{Z_{LE}}{Z_L}$ $\qquad z_{LO} = \dfrac{Z_{LO}}{Z_L}$

folgt: $\underline{S}_{11} = 1 - \left(\dfrac{1}{1 + z_{LE}^2} + \dfrac{1}{1 + z_{LO}^2}\right)$

Annahmen: $\varphi_E = \varphi_O \Rightarrow \beta_E L = \beta_O L \Rightarrow \dfrac{2\pi f \sqrt{\varepsilon_{eff\,E}}}{c_0} L = \dfrac{2\pi f \sqrt{\varepsilon_{eff\,O}}}{c_0} L$

$\Rightarrow \varepsilon_{eff\,E} = \varepsilon_{eff\,O}$

Reflexionsfreier Abschluß an allen Toren : $S_{11} = 0$

$$1 = \frac{1}{1+Z_{LE}^2} + \frac{1}{1+Z_{LO}^2} = \frac{2+Z_{LE}^2+Z_{LO}^2}{(1+Z_{LE}^2)(1+Z_{LO}^2)}$$

$$\Rightarrow (1+Z_{LE}^2)(1+Z_{LO}^2) = 2 + Z_{LE}^2 + Z_{LO}^2$$

$$\Rightarrow 1 + Z_{LE}^2 + Z_{LO}^2 + Z_{LE}^2 Z_{LO}^2 = 2 + Z_{LE}^2 + Z_{LO}^2$$

$$\Rightarrow Z_{LE}^2 Z_{LO}^2 = 1 \qquad Z_L = \sqrt{Z_{LE} Z_{LO}}$$

S_{21}, S_{31} und S_{41} lassen sich dann vereinfachen zu:

$$\underline{S}_{21} = \frac{Z_{LE}-Z_{LO}}{Z_{LE}+Z_{LO}} = p \qquad \underline{S}_{31} = 0 \qquad \underline{S}_{41} = -j\frac{2}{Z_{LE}+Z_{LO}} = q$$

S - Parametermatrix $S_1 = \begin{bmatrix} 0 & p & 0 & q \\ p & 0 & p & 0 \\ 0 & q & 0 & p \\ q & 0 & p & 0 \end{bmatrix}$

c) Für den ungekoppelten Leitungsabschnitt gilt:

$Z_{LE} = Z_{LO} \Rightarrow p = 0$ und $q = -j \Rightarrow$

$$S_2 = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & q \\ 0 & 0 & q & 0 \\ 0 & q & 0 & 0 \\ q & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & -j \\ 0 & 0 & -j & 0 \\ 0 & -j & 0 & 0 \\ -j & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

d) Ausschreiben des Gleichungssystems $\vec{b} = S_1 \vec{a}$ wobei nur die von 0 verschiedenen Terme berücksichtigt werden

$$b_1 = p a_2 + q a_4$$
$$b_2 = p a_1 + q a_3$$
$$b_3 = q a_2 + p a_4$$
$$b_4 = q a_1 + p a_4$$

und umordnen der Gleichungen nach den Vektoren $\vec{b'}^T = (a_1, b_1, a_4, b_4)$ und $\vec{a'}^T = (b_2, a_2, b_3, a_3)$ führt zur Wellenkettenmatrix T_1, $\vec{b'} = T_1 \vec{a'}$, mit

$$T_1 = \begin{pmatrix} \frac{1}{p} & 0 & 0 & -\frac{q}{p} \\ 0 & (p - \frac{q^2}{p}) & \frac{q}{p} & 0 \\ 0 & -\frac{q}{p} & \frac{1}{p} & 0 \\ \frac{q}{p} & 0 & 0 & (p - \frac{q^2}{p}) \end{pmatrix}$$

oder vereinfacht

$$T_1 = \begin{pmatrix} \frac{1}{p} & 0 & 0 & -\frac{q}{p} \\ 0 & \frac{1}{p} & \frac{q}{p} & 0 \\ 0 & -\frac{q}{p} & \frac{1}{p} & 0 \\ \frac{q}{p} & 0 & 0 & \frac{1}{p} \end{pmatrix} = \frac{1}{p} \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & -q \\ 0 & 1 & q & 0 \\ 0 & -q & 1 & 0 \\ q & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$$

e) Ausschreiben des Gleichungssystems $\vec{b} = S \vec{a}$ wobei nur die von 0 verschiedenen Terme berücksichtigt werde.

$$b_1 = q_L \cdot a_4 \qquad b_2 = q_L \cdot a_3$$
$$b_3 = q_L \cdot a_2 \qquad b_4 = q_L \cdot a_1$$

d) Ausschreiben des Gleichungssystems $\vec{b} = S_1 \vec{a}$ wobei nur die von 0 verschiedenen Terme berücksichtigt werden

$$b_1 = p a_2 + q a_4$$
$$b_2 = p a_1 + q a_3$$
$$b_3 = q a_2 + p a_4$$
$$b_4 = q a_1 + p a_4$$

und umordnen der Gleichungen nach den Vektoren $\vec{b'}^T = (a_1, b_1, a_4, b_4)$ und $\vec{a'}^T = (b_2, a_2, b_3, a_3)$ führt zur Wellenkettenmatrix T_1, $\vec{b'} = T_1 \vec{a'}$, mit

$$T_1 = \begin{pmatrix} \frac{1}{p} & 0 & 0 & -\frac{q}{p} \\ 0 & (p - \frac{q^2}{p}) & \frac{q}{p} & 0 \\ 0 & -\frac{q}{p} & \frac{1}{p} & 0 \\ \frac{q}{p} & 0 & 0 & (p - \frac{q^2}{p}) \end{pmatrix}$$ oder vereinfacht

$$T_1 = \begin{pmatrix} \frac{1}{p} & 0 & 0 & -\frac{q}{p} \\ 0 & \frac{1}{p} & \frac{q}{p} & 0 \\ 0 & -\frac{q}{p} & \frac{1}{p} & 0 \\ \frac{q}{p} & 0 & 0 & \frac{1}{p} \end{pmatrix} = \frac{1}{p} \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & -q \\ 0 & 1 & q & 0 \\ 0 & -q & 1 & 0 \\ q & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$$

e) Ausschreiben des Gleichungssystems $\vec{b} = S \vec{a}$ wobei nur die von 0 verschiedenen Terme berücksichtigt werde.

$$b_1 = q_L \cdot a_4 \qquad b_2 = q_L \cdot a_3$$
$$b_3 = q_L \cdot a_2 \qquad b_4 = q_L \cdot a_1$$

g) Transformation der Wellenkettenmatrix T_{ges} in die S-Parametermatrix S_{ges} durch umsortieren des Gleichungssystems nach den Vektoren $\vec{b}^T = (b_1, b_2, b_3, b_4)$ und $\vec{a}^T = (a_1, a_2, a_3, a_4)$. Setze $k = j(1+z^2)$

$$\begin{aligned} a_1 &= k\, b_2 \\ b_1 &= -k \cdot a_2 \\ a_4 &= k\, b_3 \\ b_4 &= -k \cdot a_3 \end{aligned} \Rightarrow \begin{pmatrix} b_1 \\ b_2 \\ b_3 \\ b_4 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 & -k & 0 & 0 \\ \frac{1}{k} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \frac{1}{k} \\ 0 & 0 & -k & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} a_1 \\ a_2 \\ a_3 \\ a_4 \end{pmatrix}$$

$$S_{ges} = \begin{pmatrix} 0 & -k & 0 & 0 \\ \frac{1}{k} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \frac{1}{k} \\ 0 & 0 & -k & 0 \end{pmatrix}$$

h) Beschaltung des 4-Tors mit idealen Kurzschlüssen an den Toren 2 und 4

$a_2 = -b_2$ und $a_4 = -b_4$

$\Rightarrow b_1 = a_1$ und $b_3 = a_3$

$$S_{2T} = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$$

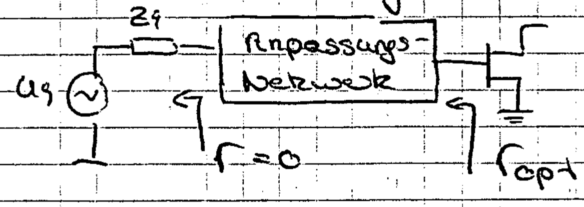
H03

A6

a) $S_{11} = S_{11}' e^{j2\beta l_1}$ $\quad$ $S_{12} = S_{12}' e^{j\beta(l_1+l_2)}$

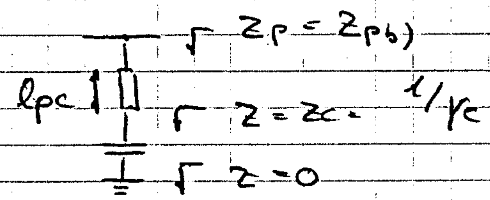
$S_{22} = S_{22}' e^{j2\beta l_2}$ $\quad$ $S_{21} = S_{21}' e^{j\beta(l_1+l_2)}$

b Rauschanpassung



* Γ_{opt} einzeichnen
* Anpassungsweg überlegen (Smith Chart)
* $l_s = 0{,}201\,\lambda$
* $l_p = 0{,}155\,\lambda$

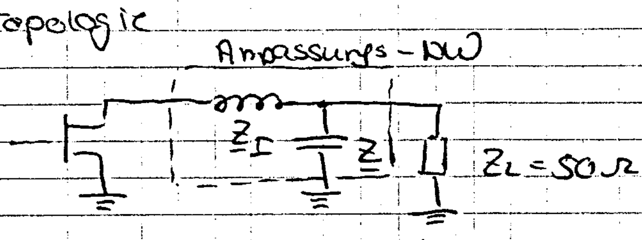
c) z_p muß im Vergleich zu Z_p im (Unterpkt b) gleich sein.



* Y_p wie in b)
* Transf. $Y_c \rightarrow Y_p$ ($Y_p = 1/Z_p$) über die Leitung
* $l_{pd} = 0{,}056\,\lambda$ (Smith Chart)

d) * S_{22}^* im Smith Chart zeichnen

* Anpassung überlegen (nur eine Kapazität erlaubt!)
* Topologie



* $Y = j0{,}66 \rightarrow Z_{II} = 1/Y_{II}$ } Smith Chart 2
* $Z_I = j1{,}52$

15

e) $\cdot\ F_0 = F_{min} + \frac{4 r_n}{|1+\underline{\Gamma}_{opt}|^2} \cdot \frac{|0-\Gamma_{opt}|^2}{1-\underbrace{|\Gamma_S|^2}_{=0}}$

$= 1{,}226 + \frac{2}{3}(0{,}6)^2$

$= 1{,}226 + 0{,}24 = 1{,}466$

* Phasenlage d. Mittelpunktes

$C_F = \frac{\Gamma_{opt}}{1+\Delta F_n}$ $\quad \Delta F_n$ rein reell!

$\rightarrow \measuredangle\, \underline{C}_F = \measuredangle\, \Gamma_{opt} = 85°$

* Radius $= 0{,}44$ → Zeichne Mittelpkt (Smith Chart)

* Kreis mit $F = F_0$ zeichnen

* Leistungsanpassung $\underline{\Gamma}_S = S_{11}^*$ einzeichnen

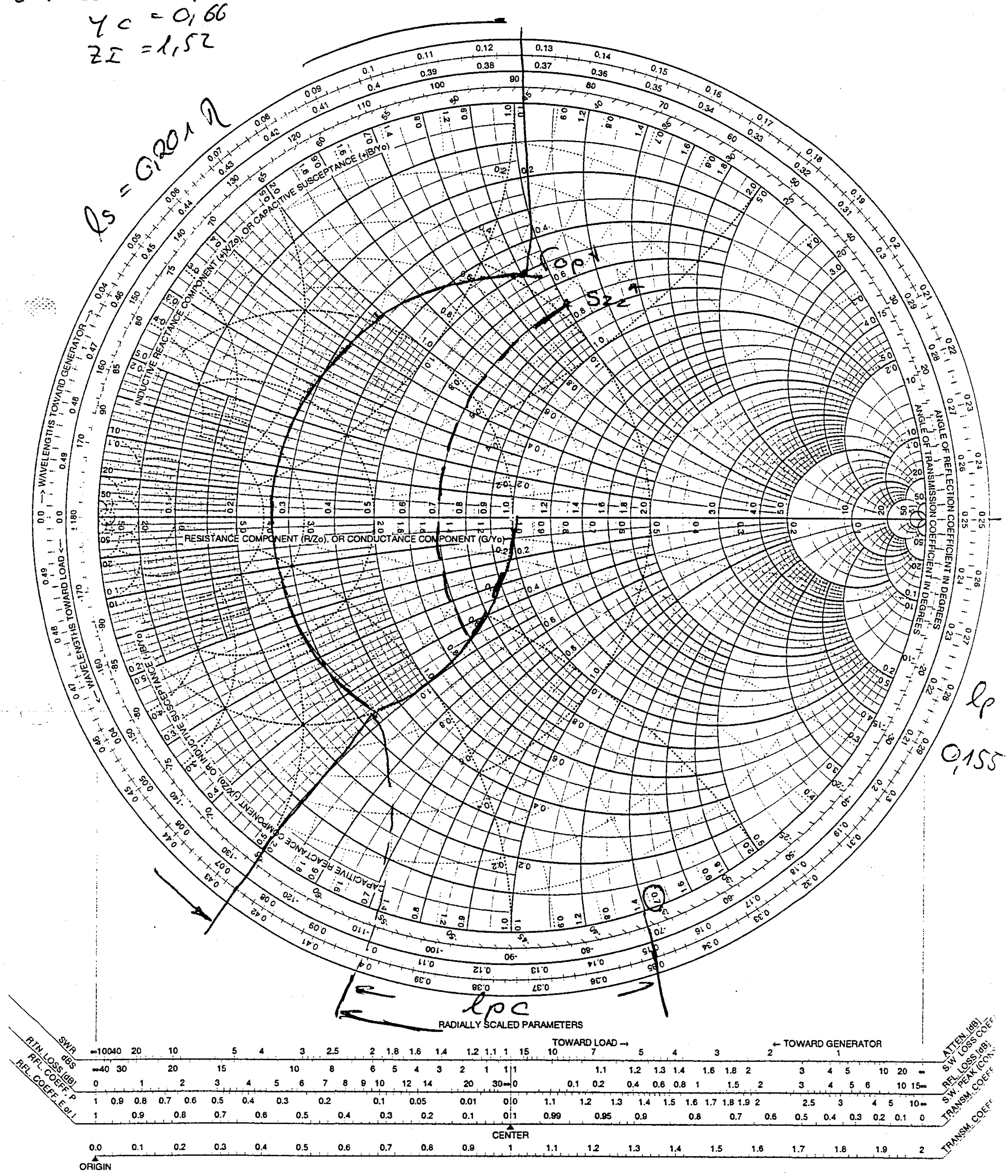
* $\underline{S}_{11}^*$ liegt außerhalb vom Kreis mit $F_0 = 1{,}466$

→ Rauschzahl bei $\underline{\Gamma}_S = S_{11}^*$ ist größer als F_0

6b,c,d

The Complete Smith Chart (ZY)

a) $S_{22}^* = 0,54 \angle 74^0$
$Y_C = 0,66$
$Z_I = 1,52$



17