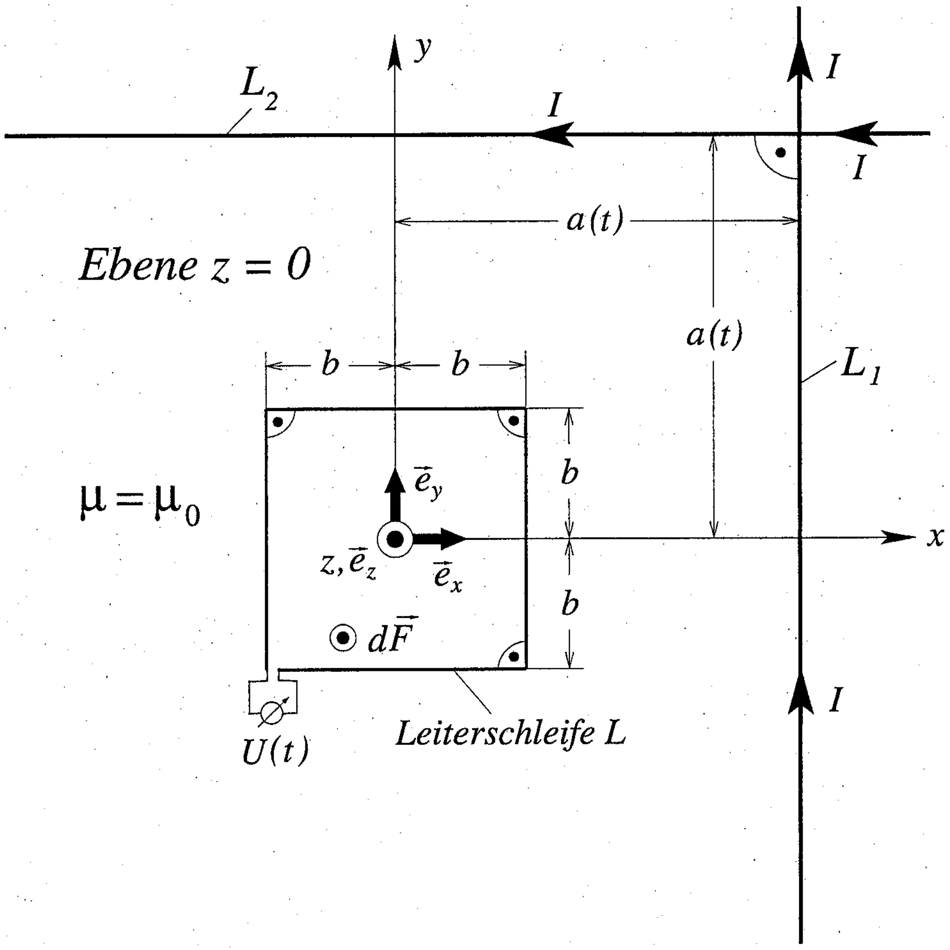
Institut für Theoretische Elektrotechnik
Rhein.-Westfäl. Techn. Hochschule Aachen
Prof. Dr.-Ing. Rolf H. Jansen

Frühjahr 2005

KLAUSURAUFGABEN "ELEKTROMAGNETISCHE FELDER 1" DPO 98

Aufgabe 1 **17 Punkte**



Die obige Abbildung zeigt zwei unendlich lange, gerade Linienleiter L_1 und L_2, die parallel zu den Achsen x und y des Koordinatensystems verlaufen und zunächst vom zeitunabhängigen Strom I durchflossen werden. Die beiden Linienleiter entfernen sich von den Koordinatenachsen, von denen sie zur Zeit t den Abstand $a(t) = a_0 + vt$ (mit $a_0 = konst. > 0$ und $v = const. > 0$) haben. Symmetrisch zum Koordinatenursprung liegt die quadratische Linienleiterschleife L (Seitenlänge $2b$ mit $b < a_0$). Das Flächenelement $d\vec{F}$ der Leiterschleife L ist in **positiver z-Richtung** orientiert. Der Innenwiderstand des in die Leiterschleife L eingefügten, geometrisch vernachlässigbar kleinen Voltmeters sei sehr groß gegen den Widerstand der Leiterschleife L und auch so groß, dass eine Rückwirkung auf die von den Linienleitern L_1 und L_2 erzeugte magnetische Induktion $\vec{B}$ vernachlässigt werden kann.

a) 4 Punkte Bestimmen Sie die magnetische Induktion $\vec{B}$, welche die beiden Leiter L_1 und L_2 in der Ebene $z = 0$ im Innern des Quadrates $|x| \leq b$, $|y| \leq b$ zu einem beliebigen Zeitpunkt $t > 0$ erzeugen.

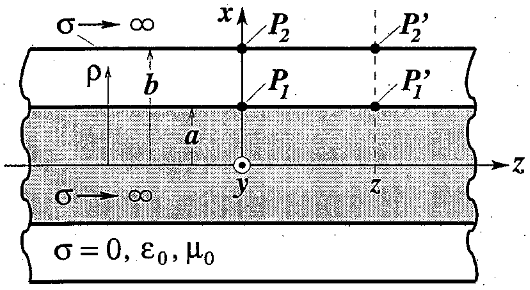
b) 5 Punkte Bestimmen Sie den magnetischen Fluss $\Phi(t)$, welchen die beiden Leiter L_1 und L_2 gemeinsam in der Leiterschleife L zu einem beliebigen Zeitpunkt $t > 0$ erzeugen.

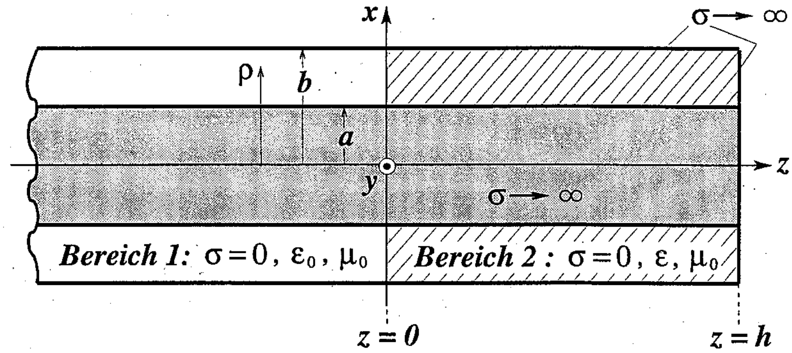
c) 4 Punkte Bestimmen Sie die Spannung $U(t)$, die am Voltmeter zu einem beliebigen Zeitpunkt $t > 0$ auftritt.

d) 4 Punkte Es wird nun anstelle des zeitunabhängigen Stroms I der zeitabhängige Strom $I(t)$ in die beiden Leiter L_1 und L_2 eingeprägt. Bestimmen Sie $I(t)$ für $t > 0$ derart, dass für die Spannung gilt: $U(t) \equiv 0$. Die Triviallösung $I(t) \equiv 0$ ist ausgeschlossen!

KLAUSURAUFGABEN "ELEKTROMAGNETISCHE FELDER 1" DPO 98

Aufgabe 2 **21 Punkte**





Es wird in der linken Abbildung eine unendlich lange Koaxialleitung mit ideal leitenden ($\sigma \to \infty$) Elektroden betrachtet. Wie oben dargestellt, hat der Innenleiter den Radius a und der Außenleiter den Innenradius b. Der Zwischenraum ist mit einem homogenen, verlustfreien Medium (Materialkonstanten $\sigma = 0$, ε_0 und μ_0) gefüllt. Der Leitungswellenwiderstand dieser Leitung ist Z_L. In dieser Koaxialleitung breitet sich eine harmonische (Kreisfrequenz ω) TEM-Welle in **positiver z-Richtung** aus. Die elektrische Feldstärke $\vec{E}(t)$ und die magnetische Feldstärke $\vec{H}(t)$ werden angesetzt zu:

$$\vec{E}(t) = \Re e\left\{\underline{\vec{E}}(\rho,z)\,\exp(jwt)\right\},\ \underline{\vec{E}}(\rho,z) = E(\rho)\,\exp(-jk_0\,z)\,\vec{e}_\rho\,;\ \vec{H}(t) = \Re e\left\{\underline{\vec{H}}(\rho,z)\,\exp(jwt)\right\};\ k_0 = \omega\sqrt{\varepsilon_0\mu_0}\,.$$

Die Festlegung der Amplitude von $\underline{\vec{E}}(\rho,z)$ erfolgt durch folgendes Integral in der Ebene $z=0$: $\int_{P_1}^{P_2} \underline{\vec{E}}(\rho, z=0)\cdot d\vec{r} = U_0$. Dabei gilt: U_0 reell; P_1 = Punkt auf der Oberfläche des Innenleiters, P_2 = Punkt auf der Innenseite des Außenleiters **in der Ebene $z = 0$.**

a) **4 Punkte** Bestimmen Sie $E(\rho)$; betrachten Sie dazu die Lösung der Helmholtzgleichung für $\underline{\vec{E}}(\rho,z)$ in der Ebene $z=0$; beachten Sie dabei, dass $\operatorname{div}\underline{\vec{E}}(\rho,z) = 0$ gelten muss. Festlegung der Amplitude s.o.

b) **2 Punkte** Bestimmen Sie $\underline{\vec{H}}(\rho,z)$ mit Hilfe einer geeigneten Maxwellgleichung.

c) **4 Punkte** Geben Sie die Spannung $\underline{u}_+(z) = \int_{P_1'}^{P_2'} \underline{\vec{E}}(\rho,z)\cdot d\vec{r}$ zwischen den beiden Elektroden an; dabei gilt: P_1' = Punkt auf der Oberfläche des Innenleiters, P_2' = Punkt auf der Innenseite des Außenleiters **in derselben Ebene $z = const$.** Bestimmen Sie ferner den Strom $\underline{i}_+(z)$, der durch die innere Elektrode **in positiver z–Richtung** fließt, sowie den Leitungswellenwiderstand Z_L als Funktion der Leitungsgeometrie und der Materialkonstanten.

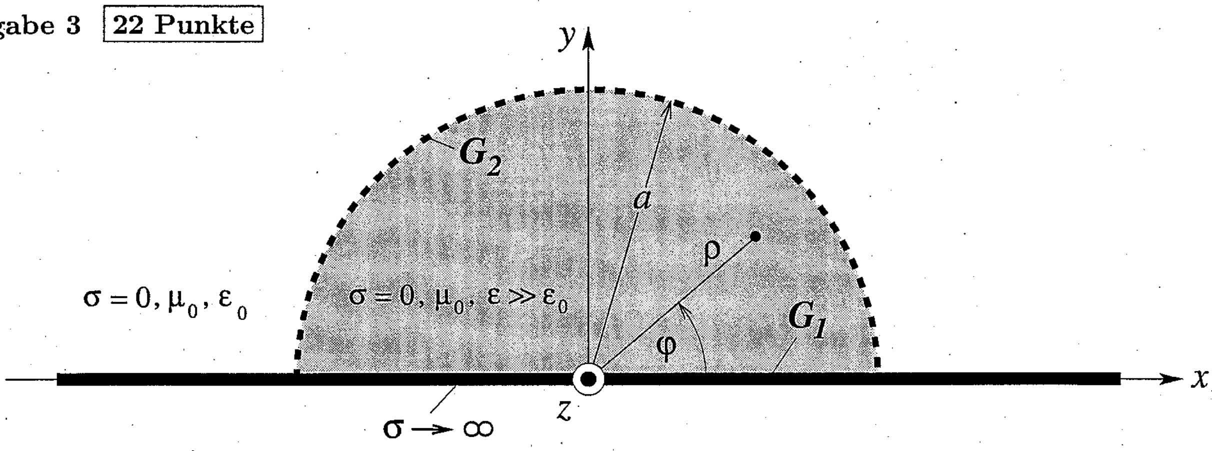
Im Folgenden wird nun der Fall betrachtet, dass sich die Koaxialleitung mit ideal leitenden Elektroden gemäß der rechten Abbildung im Bereich $-\infty < z < h$ erstreckt und bei $z = h$ von einem ideal leitenden Deckel abgeschlossen wird. Das Medium im Zwischenraum der Leitung besitzt **im Bereich 1** ($-\infty < z \leq 0$) die Materialkonstanten $\sigma = 0$, ε_0, μ_0 und im **Bereich 2** die Materialkonstanten $\sigma = 0$, $\varepsilon \neq \varepsilon_0$, μ_0. Der zugehörige Leitungswellenwiderstand im Bereich 2 ist Z_{L2}.
Im Bereich 1 breitet sich die zuvor beschriebene TEM-Welle (Spannung $\underline{u}_+(z)$, Strom $\underline{i}_+(z)$) sowie ein in negativer z–Richtung laufender TEM-Wellenanteil (Spannung $\underline{u}_-(z)$, Strom $\underline{i}_-(z)$) aus. Analog besitzt die Welle im Bereich 2 einen in positiver z–Richtung laufenden Anteil (Spannung $\underline{u}_{2+}(z)$, Strom $\underline{i}_{2+}(z)$) sowie einen in negativer z–Richtung laufenden Anteil (Spannung $\underline{u}_{2-}(z)$, Strom $\underline{i}_{2-}(z)$).

d) **4 Punkte** Geben Sie die Grenzbedingungen für $\vec{E}$ und $\vec{H}$ an den Grenzflächen bei $z = 0$ und $z = h$ an. Geben Sie die Grenzbedingungen an, die daraus für die **Gesamt**spannung $\underline{u}(z)$ bei $z = 0$ und $z = h$ sowie für den **Gesamt**strom $\underline{i}(z)$ bei $z = 0$ folgen.

e) **7 Punkte** Machen Sie geeignete Ansätze für die resultierenden **Gesamt**spannungen $\underline{u}(z)$ im Bereich 1 bzw. $\underline{u}_2(z)$ im Bereich 2 sowie für die zugehörigen **Gesamt**ströme $\underline{i}(z)$ bzw. $\underline{i}_2(z)$. Berechnen Sie die in diesen Ansätzen enthaltenen Unbekannten unter Verwendung der unter d) aufgestellten Grenzbedingungen für Strom und Spannung explizit, so dass damit $\underline{u}(z)$, $\underline{i}(z)$, $\underline{u}_2(z)$ und $\underline{i}_2(z)$ vollständig bekannt sind. Berechnen Sie den Reflexionskoeffizienten an der Grenzfläche bei $z = 0$.

KLAUSURAUFGABEN "ELEKTROMAGNETISCHE FELDER 1" DPO 98

Aufgabe 3 **22 Punkte**



Die obige Abbildung zeigt den Querschnitt einer in z-Richtung unendlich ausgedehnten Anordnung. Auf der ideal leitenden ($\sigma \to \infty$) xz–Ebene liegt ein dielektrisches Material (Materialkonstanten $\sigma = 0$, μ_0 und $\varepsilon \gg \varepsilon_0$) mit halbkreisförmigem Querschnitt (Radius a). Der Außenraum besitzt die Materialkonstanten $\sigma = 0$, μ_0 und ε_0. Wegen $\varepsilon \gg \varepsilon_0$ kann die Grenzfläche G_2 für die vorliegende Aufgabe näherungsweise als magnetische Wand (d.h. es gilt $H_{\tan} = 0$) aufgefasst werden.
Es sollen hier diejenigen Wellentypen betrachtet werden, die sich in dem dielektrischen Material ($y \geq 0$; $0 \leq \rho \leq a$) **in positiver z–Richtung ausbreiten und keine φ-Abhängigkeit besitzen.** Die Felder besitzen harmonische Zeitabhängigkeit, es gilt also $\vec{E}(t) = \Re e \left\{ \underline{\vec{E}}\, e^{j\omega t} \right\}$, $\vec{H}(t) = \Re e \left\{ \underline{\vec{H}}\, e^{j\omega t} \right\}$.
Die komplexe elektrische und magnetische Feldstärke der betrachteten Wellentypen ergibt sich somit aus den Vektorwellenpotenzialen

$$\underline{\vec{F}} = \underline{F}(\rho, z)\,\vec{e}_z = \underline{f}(\rho)\,e^{-j\beta z}\,\vec{e}_z\,,\ \underline{\vec{G}} = \underline{G}(\rho, z)\,\vec{e}_z = \underline{g}(\rho)\,e^{-j\beta z}\,\vec{e}_z$$

gemäß

$$\underline{\vec{E}} = \left[-\frac{d\underline{f}(\rho)}{d\rho}\,\vec{e}_\rho \times \vec{e}_z + \frac{1}{j\omega\varepsilon} \left(p^2 \underline{g}(\rho)\,\vec{e}_z - j\beta\,\frac{d\underline{g}(\rho)}{d\rho}\,\vec{e}_\rho \right) \right] e^{-j\beta z}\,,$$

$$\underline{\vec{H}} = \left[+\frac{d\underline{g}(\rho)}{d\rho}\,\vec{e}_\rho \times \vec{e}_z + \frac{1}{j\omega\mu_0} \left(p^2 \underline{f}(\rho)\,\vec{e}_z - j\beta\,\frac{d\underline{f}(\rho)}{d\rho}\,\vec{e}_\rho \right) \right] e^{-j\beta z}\,,$$

mit $p^2 = k^2 - \beta^2$.

Der Fall $p = 0$ muss nicht betrachtet werden!

a) **4 Punkte** Geben Sie die Differenzialgleichungen für die Funktionen $\underline{f}(\rho)$ und $\underline{g}(\rho)$ sowie deren Lösungen explizit als Funktionen von ρ an.

b) **4 Punkte** Schränken Sie die unter a) gefundenen Lösungen so ein, dass die Grenzbedingungen für die Felder auf der Fläche G_1 erfüllt sind.

c) **4 Punkte** Schränken Sie die Elementarlösungen weiter derart ein, dass die Grenzbedingungen für die Felder auf der Fläche G_2 erfüllt sind.
Geben Sie die Gleichung an, welche die möglichen Werte p_ℓ für p festlegt. Geben Sie die zugehörigen β_ℓ an.

d) **2 Punkte** Geben Sie die Grenzfrequenz ω_ℓ für den durch p_ℓ festgelegten Wellentyp an. Geben Sie die zugehörige Gruppengeschwindigkeit $v_{Gr,\ell}$ in Abhängigkeit von $\frac{\omega_\ell}{\omega}$ an.

e) **8 Punkte** Berechnen Sie die zu p_ℓ gehörigen komplexen Feldstärken $\underline{\vec{E}}_\ell$ und $\underline{\vec{H}}_\ell$ sowie den zeitlichen Mittelwert $\overline{\vec{S}_\ell(t)}$ des Poyntingvektors. Bestimmen Sie den **reellen** Poyntingvektor $\vec{S}_\ell(t) = \vec{E}_\ell(t) \times \vec{H}_\ell(t)$ **zur Zeit** $\mathbf{t = \frac{T}{8}}$ (T = Periodendauer) **an der Stelle** $\mathbf{z = 0}$.

Institut für Theoretische Elektrotechnik
Rhein.-Westfäl. Techn. Hochschule Aachen
Prof. Dr.-Ing. Rolf H. Jansen

Frühjahr 2005

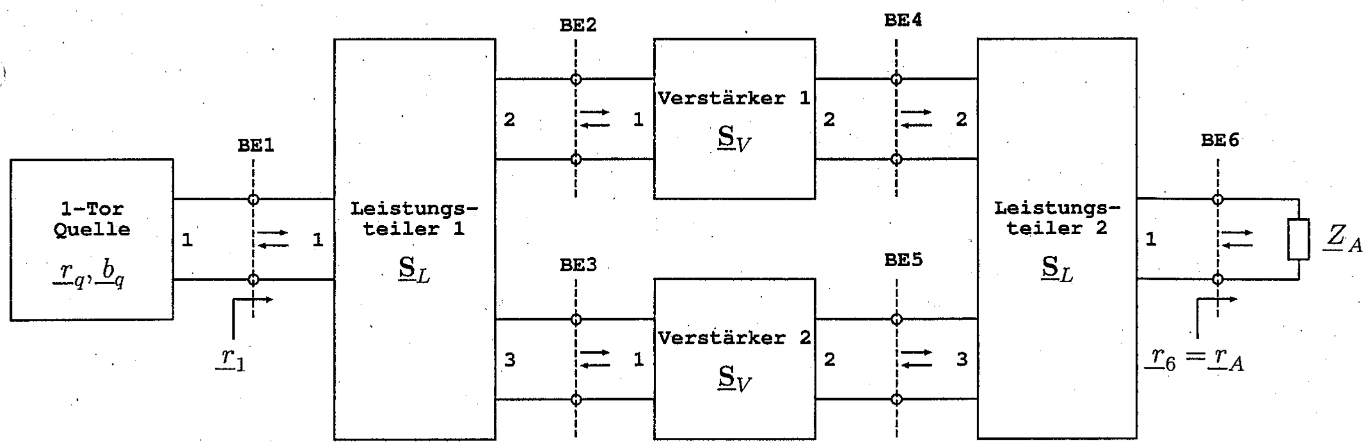
KLAUSURAUFGABEN "ELEKTROMAGNETISCHE FELDER 2 (EE)" DPO 98

Aufgabe 4 $\boxed{\textbf{21 Punkte}}$

Gegeben ist die unten abgebildete Verstärkerschaltung aus Quelle, Leistungsteiler, zwei identischen Verstärkern, Leistungsteiler (geschaltet als Leistungsaddierer) und der **passiven** komplexen Last $\underline{Z}_A$. Es liegt Betrieb mit harmonischer Zeitabhängigkeit der Kreisfrequenz ω (Betriebsfrequenz) vor. Für die Quelle gilt $|\underline{r}_q| < 1$. Bezugsimpedanz für alle Streuparameter und Wellengrößen ist Z_0.

Die beiden Leistungsteiler besitzen bei der Betriebsfrequenz die Streumatrix $\underline{\mathbf{S}}_L = \frac{-j}{\sqrt{2}} \begin{bmatrix} 0 & 1 & 1 \\ 1 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 \end{bmatrix}$.

Die Verstärker 1 und 2 sind durch die Streuparameter $\underline{\mathbf{S}}_V = \begin{bmatrix} \underline{S}_{11} & \underline{S}_{12} \\ \underline{S}_{21} & \underline{S}_{22} \end{bmatrix}$ gekennzeichnet.



a) $\boxed{\text{4 Punkte}}$ Zeichnen Sie das Signalflussdiagramm der kompletten Schaltung unter Berücksichtigung der gegebenen Streumatrix $\underline{\mathbf{S}}_L$ der beiden Leistungsteiler (Signalpfade mit Zahlenwert 0 nicht zeichnen).

b) $\boxed{\text{5 Punkte}}$ Berechnen Sie den Reflexionsfaktor $\underline{r}_A$ der Last $\underline{Z}_A$, und mit Hilfe des Signalflussdiagramms den Reflexionsfaktor $\underline{r}_1$ der Gesamtschaltung ohne Quelle unter Berücksichtigung der vorliegenden Symmetrie paralleler Pfade.

Für den folgenden Unterpunkt gilt: Die Verstärker sind unilateral ($\underline{S}_{12} = 0$).

c) $\boxed{\text{6 Punkte}}$ Welche Bedingung muss in BE1 gelten, wenn die Quelle in BE1 die maximal mögliche Leistung P_1 bei vorgegebener Last $\underline{Z}_A$ abgeben soll? Berechnen Sie für diesen Fall die Leistungsverstärkung der Gesamtschaltung $G = \frac{P_6}{P_1}$, die verfügbare Leistung der Quelle und die an die Last $\underline{Z}_A$ abgegebene Leistung P_6.

d) $\boxed{\text{3 Punkte}}$ Skizzieren Sie ein mögliches Layout für einen an Tor 1 (s. Skizze) reflexionsarmen 3dB-Leistungsteiler in Mikrostreifentechnik, der nur aus einer T-Verzweigung und einem zugeschalteten Leitungstransformator besteht. Geben Sie die elektrischen Längen und die Wellenwiderstände der Leitungen (bezogen auf die Bezugsimpedanz Z_0) an.

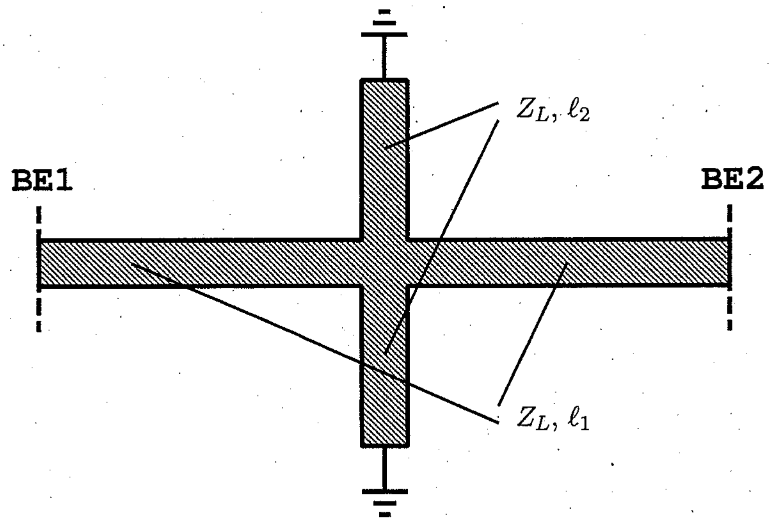
e) $\boxed{\text{3 Punkte}}$ Es wird nun **allgemein** ein **idealisierter** 3dB-Leistungsteiler (3-Tor) betrachtet, der die an Tor 1 eingespeiste Leistung auf die Tore 2 und 3 verteilt und dessen Tore 2 und 3 entkoppelt sind. Zeigen Sie anhand der Streuparameter: Dieses Bauelement kann nicht an allen Toren reflexionsfrei und gleichzeitig verlustlos sein.

Institut für Theoretische Elektrotechnik
Rhein.-Westfäl. Techn. Hochschule Aachen
Prof. Dr.-Ing. Rolf H. Jansen

Frühjahr 2005

KLAUSURAUFGABEN "ELEKTROMAGNETISCHE FELDER 2 (EE)" DPO 98

Aufgabe 5 19 Punkte



Bandstopfilter

Betrachtet wird ein in Mikrostreifenleitungstechnik realisiertes verlustloses und reziprokes Bandstopfilter gemäß obiger Abbildung (Layout). Es wird von Quasi-TEM-Betrieb, aber nicht von einer festen Frequenz ausgegangen. Alle Leitungen sind als ungekoppelt zu betrachten, sind in dem betrachteten Frequenzbereich durch die effektive Dielektrizitätszahl $\varepsilon_{r,\text{ eff}}$ gekennzeichnet und der Einfluss von Diskontinuitäten an der Leitungskreuzung ist zu vernachlässigen. Die nachfolgend zu bestimmende Admittanzmatrix $\underline{\mathbf{Y}}$ sei bezüglich der beiden eingezeichneten Ebenen BE1 und BE2 definiert.

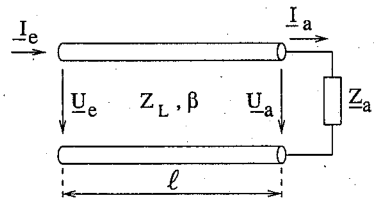
a) 2 Punkte Warum ist die Definition von Admittanzparametern nur im TEM- bzw. Quasi-TEM-Fall eindeutig? Erläutern Sie dies anhand der Definition von Spannung bzw. Strom.

b) 1 Punkt Erklären Sie, warum das o. a. Bandstopfilter mit den getroffenen Annahmen ein Zweitor darstellt.

c) 2 Punkte Reduzieren Sie die Zweitor-Admittanzmatrix, bestehend aus $\underline{Y}_{11}$, $\underline{Y}_{12}$, $\underline{Y}_{21}$ und $\underline{Y}_{22}$, durch Ausnutzung der vorliegenden Symmetrie und Reziprozität auf nur zwei komplexwertige Admittanzparameter und geben Sie an, welche Vereinfachungen alleine durch Symmetrie und welche alleine durch Reziprozität begründet sind.

d) 6 Punkte Geben Sie die Definition von $\underline{Y}_{11}$ an. Skizzieren Sie ein Leitungsersatzschaltbild der Struktur mit der zur definitionsgemäßen Bestimmung von $\underline{Y}_{11}$ erforderlichen Beschaltung und berechnen Sie $\underline{Y}_{11}$.

Hinweis:



Leitungsgleichungen

$$\begin{bmatrix} \underline{U}_e \\ \underline{I}_e \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \cos\beta\ell & jZ_L \sin\beta\ell \\ \frac{j}{Z_L}\sin\beta\ell & \cos\beta\ell \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \underline{U}_a \\ \underline{I}_a \end{bmatrix}$$

e) 6 Punkte **Für den vorliegenden Unterpunkt gilt:** Die Schaltung wird bei einer festen Frequenz f (Betriebsfrequenz) betrachtet, bei der die Leitungslänge $\ell_1 = \frac{3\lambda}{4}$ ist.
Geben Sie nun die Definition von $\underline{Y}_{12}$ an. Skizzieren Sie die zur definitionsgemäßen Bestimmung von $\underline{Y}_{12}$ erforderliche Beschaltung und berechnen Sie $\underline{Y}_{12}$.

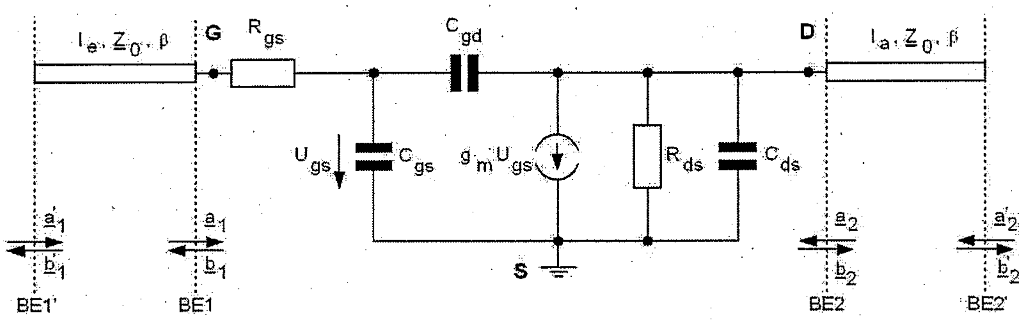
f) 2 Punkte Berechnen Sie in Abhängigkeit von der Länge ℓ_2 und der Kenngröße $\varepsilon_{r,\text{ eff}}$ die Frequenzen, bei denen keine Leistung von Tor 1 nach Tor 2 übertragen wird (Bandstop-Eigenschaft).

Institut für Theoretische Elektrotechnik
Rhein.-Westfäl. Techn. Hochschule Aachen
Prof. Dr.-Ing. Rolf H. Jansen

Frühjahr 2005

KLAUSURAUFGABEN "ELEKTROMAGNETISCHE FELDER 2 (EE)" DPO 98

Aufgabe 6 **20 Punkte**



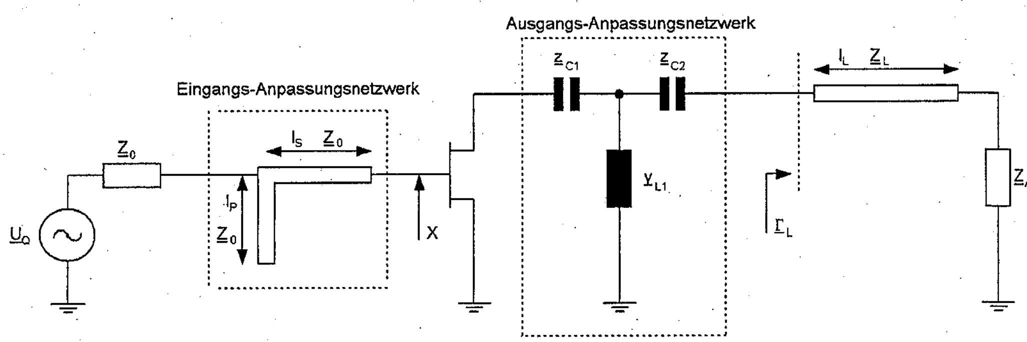
Betrachtet wird ein Feldeffekt-Transistor (FET) in Common-Source-Anordnung (s. Abbildung). Gate- und Drainanschlüsse des FET sind über verlustlose Mikrostreifenleitungen mit den Bezugsebenen BE1' und BE2' (Messvorrichtung) verbunden. Folgende, auf $Z_0 = 50\ \Omega$ bezogene Parameter sind bei der Betriebsfrequenz f (harmonische Zeitabhängigkeit) bekannt:
$\underline{z}_{Rgs} = 0.28$, $\underline{z}_{Cgs} = -j0.08$, $\underline{S}'_{12} = 0$. Gestrichene Größen beziehen sich auf die Referenzebenen BE1' bzw. BE2'.

a) **2 Punkte** Geben Sie $\underline{S}_{21}$ und $\underline{S}_{22}$ als Funktion von $\underline{S}'_{21}$, $\underline{S}'_{22}$, β, l_e und l_a an!

b) **2 Punkte** Welchen Wert hat $\underline{S}_{12}$ und wie groß ist die Kapazität C_{gd}? (Begründung!)

c) **4 Punkte** Bestimmen Sie mit Hilfe des Smith-Charts (Hilfsblatt 1) den Streuparameter $\underline{S}_{11}$ des Zweitors (FET). Welchen Wert hat $\underline{S}'_{11}$ bei $\frac{l_e}{\lambda} = \frac{1}{2}$?

Der Transistor wird jetzt wie in untenstehender Abbildung gezeigt beschaltet.
Folgende Parameter (Bezugsgröße ist wieder $Z_0 = 50\ \Omega$) hierzu sind zusätzlich gegeben:
$\frac{l_s}{\lambda} = 0.102$, $\frac{l_p}{\lambda} = 0.183$, $\underline{Z}_{C2} = -j100\ \Omega$, $\underline{\Gamma}_L = 0$, $\frac{l_L}{\lambda} = 0.25$, $\underline{Z}_L = 100\ \Omega$, $\underline{S}_{21} = 2.0/(30)^\circ$, $\underline{S}_{22} = 0.5/(-95)^\circ$



d) **2 Punkte** Wie groß muss die komplexe Abschlussimpedanz $\underline{Z}_A$ sein, so dass $\underline{\Gamma}_L = 0$ gilt?

e) **4 Punkte** Dimensionieren Sie mittels des Smith-Chart in Hilfsblatt 2 die Reaktanzen $\underline{y}_{L1}$ und $\underline{z}_{C1}$ so, dass Leistungsanpassung am Ausgang vorliegt!

f) **6 Punkte** In Hilfsblatt 3 sind Kreise konstanter Rauschzahl des gegebenen FET eingetragen. Bestimmen Sie die Rauschzahl F für das gezeigte Eingangsanpassungsnetzwerk. Durch Einfügen eines konzentrierten Bauelements (in Serie) an der mit X markierten Stelle besteht theoretisch die Möglichkeit, Rauschanpassung zu erreichen. Geben Sie die Art des einzufügenden Bauelements an und bestimmen Sie dessen Impedanz! Warum würde man in der Praxis diese Möglichkeit nicht wählen?

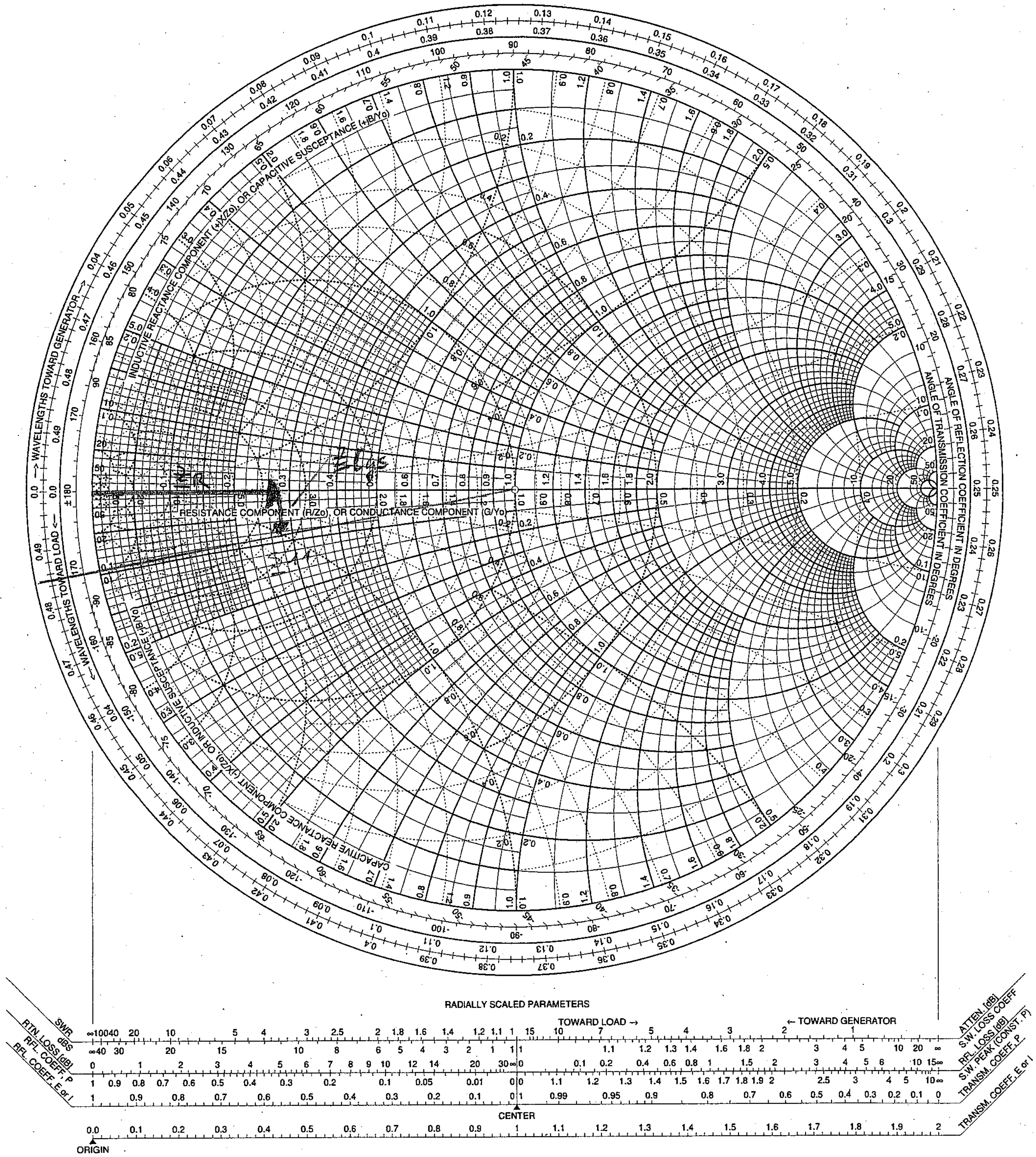
Institut für Theoretische Elektrotechnik
Rhein.-Westfäl. Techn. Hochschule Aachen
Prof. Dr.-Ing. Rolf H. Jansen

Frühjahr 2005

KLAUSURAUFGABEN "ELEKTROMAGNETISCHE FELDER 2 (EE)" DPO 98

Hilfsblatt 1 zu Aufgabe 6, Unterpunkt c)

Name: ____________________ Matr.Nr.: ____________



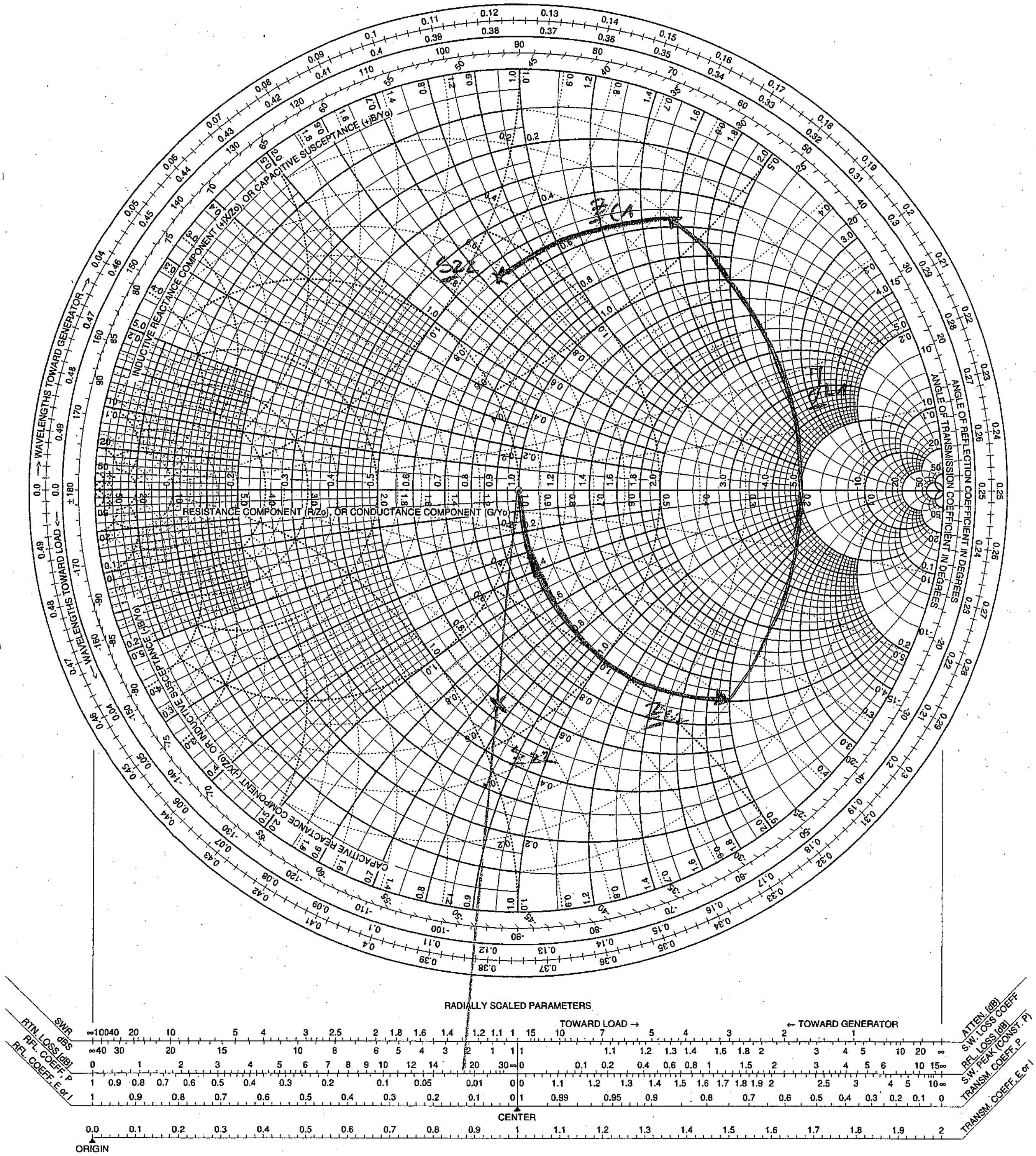
Institut für Theoretische Elektrotechnik
Rhein.-Westfäl. Techn. Hochschule Aachen
Prof. Dr.-Ing. Rolf H. Jansen

Frühjahr 2005

KLAUSURAUFGABEN "ELEKTROMAGNETISCHE FELDER 2 (EE)" DPO 98

Hilfsblatt 2 zu Aufgabe 6, Unterpunkt e)

Name: __________________ **Matr.Nr.:** __________



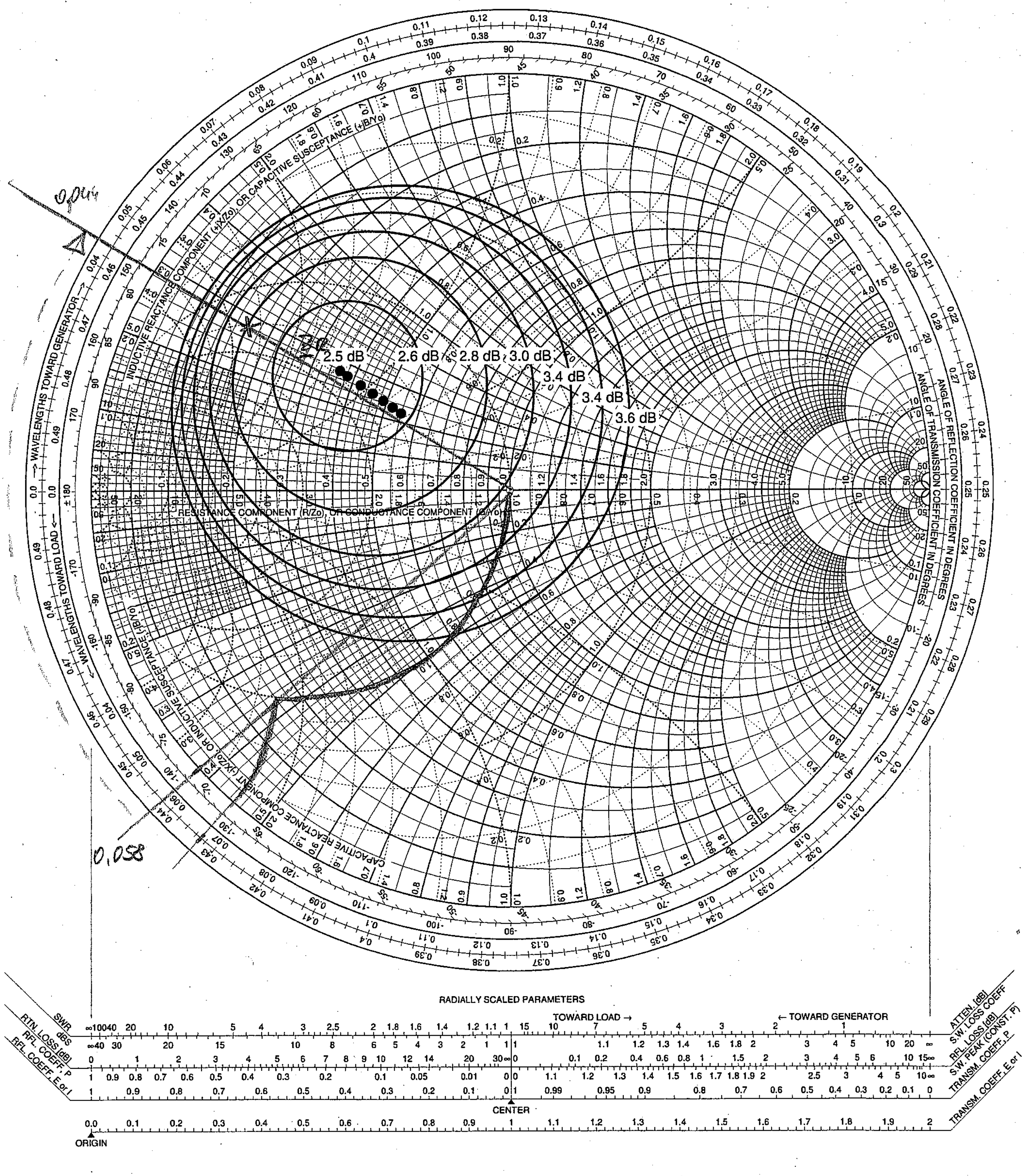
Institut für Theoretische Elektrotechnik
Rhein.-Westfäl. Techn. Hochschule Aachen
Prof. Dr.-Ing. Rolf H. Jansen

Frühjahr 2005

KLAUSURAUFGABEN "ELEKTROMAGNETISCHE FELDER 2 (EE)" DPO 98

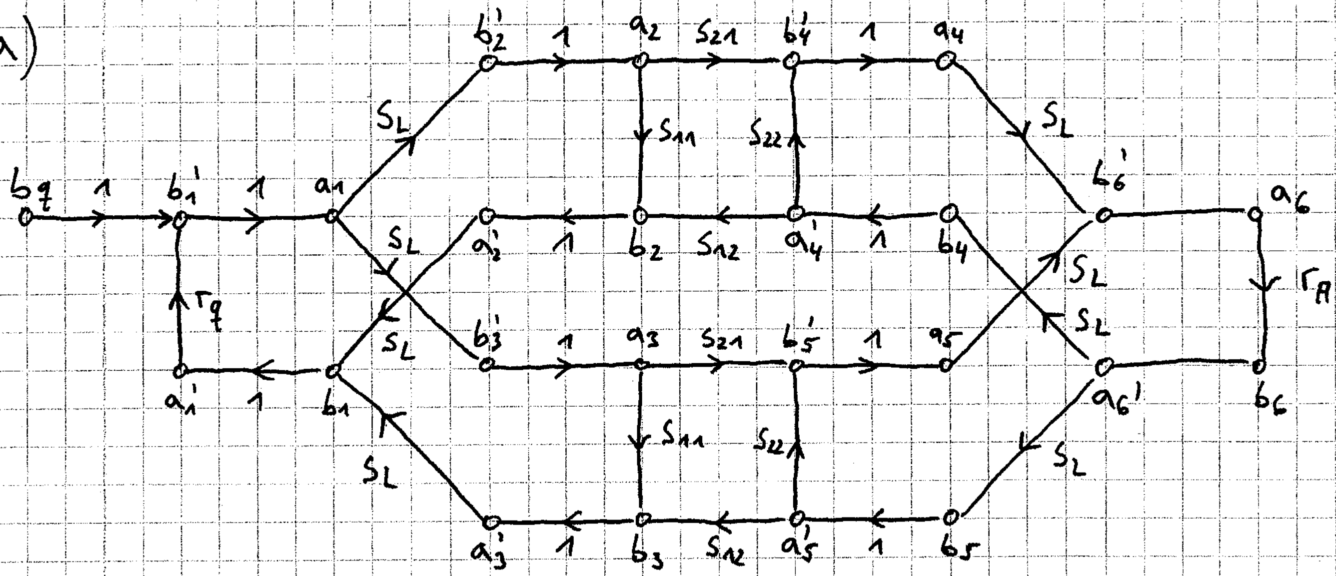
Hilfsblatt 3 zu Aufgabe 6, Unterpunkt f)

Name: ____________________ **Matr.Nr.:** ____________



FO5 Lösung A4

a)



mit $\underline{S}_L = \frac{-j}{\sqrt{2}}$ und $\underline{a}_i' ; \underline{b}_i'$ = hin- und rücklaufende Wellen in BE$_i$ bzgl. des quellseitigen Bauelements sowie $\underline{a}_i ; \underline{b}_i$ = hin- und rücklaufende Wellen in BE$_i$ bzgl. des lastseitigen Bauelements.

b)

$$\underline{a}_6 = \frac{1}{2}\frac{1}{\sqrt{Z_0}}\underline{U}_6 + \frac{1}{2}\sqrt{Z_0}\,\underline{I}_6$$

$$\underline{b}_6 = \frac{1}{2}\frac{1}{\sqrt{Z_0}}\underline{U}_6 - \frac{1}{2}\sqrt{Z_0}\,\underline{I}_6$$

$$\underline{r}_A = \frac{\underline{b}_6}{\underline{a}_6} = \frac{\underline{U}_6 - Z_0\underline{I}_6}{\underline{U}_6 + Z_0\underline{I}_6} = \frac{\underline{Z}_A - Z_0}{\underline{Z}_A + Z_0}$$

mit $\underline{U}_6 = \underline{Z}_A\,\underline{I}_6$

aus Signalflußdiagramm ablesen:

$$\underline{b}_4 = \underline{b}_5 = \underline{S}_L^2\,(\underline{a}_4 + \underline{a}_5)\,\underline{r}_A$$

aus Symmetriegründen ist $\underline{a}_4 = \underline{a}_5$ und damit

$$\underline{b}_4 = \underline{b}_5 = -\frac{1}{2}\,2\,\underline{a}_4\,\underline{r}_A = -\underline{a}_4\,\underline{r}_A = -\underline{a}_5\,\underline{r}_A$$

aus SFD weiter ablesen:

$$\underline{a}_4 = \underline{S}_{21}\, \underline{a}_2 + \underline{S}_{22}\, \underline{b}_4$$

$$= \underline{S}_{21}\, \underline{a}_2 - \underline{S}_{22}\, \underline{r}_A\, \underline{a}_4 = \frac{\underline{S}_{21}}{1 + \underline{S}_{22}\, \underline{r}_A}\, \underline{a}_2$$

und weiter:

$$\underline{b}_2 = \underline{S}_{11}\, \underline{a}_2 + \underline{S}_{12}\, \underline{b}_4$$

$$= \underline{S}_{11}\, \underline{a}_2 - \underline{S}_{12}\, \underline{r}_A\, \underline{a}_4$$

$$= \left(\underline{S}_{11} - \frac{\underline{S}_{12}\, \underline{r}_A\, \underline{S}_{21}}{1 + \underline{S}_{22}\, \underline{r}_A} \right) \underline{a}_2$$

$$\underline{a}_2 = \underline{a}_3 = \underline{S}_L\, \underline{a}_1 = -\frac{j}{\sqrt{2}}\, \underline{a}_1$$

aus Symmetriegründen ist $\underline{b}_2 = \underline{b}_3$ und damit

$$\underline{b}_1 = \underline{S}_L\, (\underline{b}_2 + \underline{b}_3)$$

$$= -j\sqrt{2}\, \underline{b}_2 = -j\sqrt{2} \left(\underline{S}_{11} - \frac{\underline{S}_{12}\, \underline{r}_A\, \underline{S}_{21}}{1 + \underline{S}_{22}\, \underline{r}_A} \right) \underline{a}_2$$

$$= -\left(\underline{S}_{11} - \frac{\underline{S}_{12}\, \underline{r}_A\, \underline{S}_{21}}{1 + \underline{S}_{22}\, \underline{r}_A} \right) \underline{a}_1$$

$$\underline{r}_1 = \frac{\underline{S}_{12}\, \underline{r}_A\, \underline{S}_{21}}{1 + \underline{S}_{22}\, \underline{r}_A} - \underline{S}_{11}$$

c) Leistungsanpassung in BE 1 mit $\underline{S}_{12} = 0$:

$$\underline{r}_q = \underline{r}_1^* = -\underline{S}_{11}^*$$

Leistung BE 1 (verfügbare Leistung der Quelle, da Leistungsanpassung):

$$P_1 = \frac{1}{2} \left(|\underline{a}_1|^2 - |\underline{b}_1|^2 \right)$$

$$= \frac{1}{2} |\underline{a}_1|^2 \left(1 - |\underline{r}_1|^2\right) = \frac{1}{2} |\underline{a}_1|^2 \left(1 - |\underline{r}_q|^2\right)$$

$$\underline{a}_1 = \underline{b}_q + \underline{\Gamma}_q \underline{b}_1$$
$$= \underline{b}_q + |\underline{\Gamma}_q|^2 \underline{a}_1 = \frac{\underline{b}_q}{1 - |\underline{\Gamma}_q|^2}$$

$$P_1 = \frac{1}{2} \frac{|\underline{b}_q|^2}{1 - |\underline{\Gamma}_q|^2}$$

analog Leistung in BE6 : $P_6 = \frac{1}{2} |\underline{a}_6|^2 (1 - |\underline{\Gamma}_A|$

Verstärkung :

$$\underline{a}_6 = 2 \underline{S}_L \underline{a}_4 = -j\sqrt{2}\, \underline{a}_4$$
$$= -j\sqrt{2} \frac{\underline{S}_{21}}{1 + \underline{S}_{22} \underline{\Gamma}_A} \underline{a}_2 = - \frac{\underline{S}_{21}}{1 + \underline{S}_{22} \underline{\Gamma}_A} \underline{a}_1$$

$$G = \frac{P_6}{P_1} = \frac{\frac{1}{2} |\underline{a}_6|^2 (1 - |\underline{\Gamma}_A|^2)}{\frac{1}{2} |\underline{a}_1|^2 (1 - |\underline{\Gamma}_q|^2)}$$

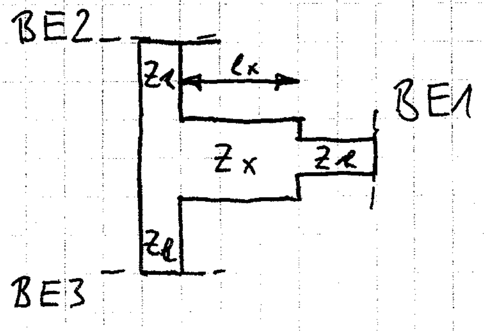
$$= \frac{\frac{1}{2} \left| - \frac{\underline{S}_{21}}{1 + \underline{S}_{22} \underline{\Gamma}_A} \underline{a}_1 \right|^2 (1 - |\underline{\Gamma}_A|^2)}{\frac{1}{2} |\underline{a}_1|^2 (1 - |\underline{\Gamma}_q|^2)}$$

$$= \left| \frac{\underline{S}_{21}}{1 + \underline{S}_{22} \underline{\Gamma}_A} \right|^2 \frac{1 - |\underline{\Gamma}_A|^2}{1 - |\underline{\Gamma}_q|^2}$$

$$P_6 = \left| \frac{\underline{S}_{21}}{1 + \underline{S}_{22} \underline{\Gamma}_A} \right|^2 \frac{1 - |\underline{\Gamma}_A|^2}{1 - |\underline{\Gamma}_q|^2} \frac{1}{2} \frac{|\underline{b}_q|^2}{1 - |\underline{\Gamma}_q|^2}$$

$$= \frac{1}{2} |\underline{b}_q|^2 \left| \frac{\underline{S}_{21}}{1 + \underline{S}_{22} \underline{\Gamma}_A} \right|^2 \frac{1 - |\underline{\Gamma}_A|^2}{(1 - |\underline{\Gamma}_q|^2)^2}$$

d)



aus Sicht von Tor 1 sind die Tore 2 und 3 eine Parallelschaltung.

$\frac{\lambda}{4}$ Transformation: $\quad Z_x = \sqrt{\frac{Z_L}{2} Z_L} = \frac{Z_L}{\sqrt{2}}$

$$l_x = \frac{\lambda}{4}$$

e) Streumatrix eines allgemeinen 3-Tors:

$$\underline{S} = \begin{bmatrix} \underline{S}_{11} & \underline{S}_{12} & \underline{S}_{13} \\ \underline{S}_{21} & \underline{S}_{22} & \underline{S}_{23} \\ \underline{S}_{31} & \underline{S}_{32} & \underline{S}_{33} \end{bmatrix}$$

Reflexionsfreiheit: $\quad \underline{S} = \begin{bmatrix} 0 & \underline{S}_{12} & \underline{S}_{13} \\ \underline{S}_{21} & 0 & \underline{S}_{23} \\ \underline{S}_{31} & \underline{S}_{32} & 0 \end{bmatrix}$

Entkopplung der Tore 2 und 3:

$$\underline{S} = \begin{bmatrix} 0 & \underline{S}_{12} & \underline{S}_{13} \\ \underline{S}_{21} & 0 & 0 \\ \underline{S}_{31} & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

Verlustlosigkeit: $\quad \underline{S}^{*T} \underline{S} \overset{!}{=} E$

$$\underline{S}^{*T} \underline{S} = \begin{bmatrix} 0 & \underline{S}_{12}^* & \underline{S}_{13}^* \\ \underline{S}_{21}^* & 0 & 0 \\ \underline{S}_{31}^* & 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 0 & \underline{S}_{12} & \underline{S}_{13} \\ \underline{S}_{21} & 0 & 0 \\ \underline{S}_{31} & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

$$= \begin{bmatrix} \underline{S}_{21}^* \underline{S}_{12} + \underline{S}_{31}^* \underline{S}_{13} & 0 & 0 \\ 0 & \underline{S}_{21}^* \underline{S}_{12} & \underline{S}_{31}^* \underline{S}_{12} \\ 0 & \underline{S}_{31}^* \underline{S}_{12} & \underline{S}_{31}^* \underline{S}_{13} \end{bmatrix}$$

$$\neq \underline{E}$$

da nicht gleichzeitig $\underline{S}_{21}^* \underline{S}_{12} + \underline{S}_{31}^* \underline{S}_{13} = 1$,
$\underline{S}_{21}^* \underline{S}_{12} = 1$ und $\underline{S}_{31}^* \underline{S}_{13} = 1$ gelten kann.

I 05, A6 Lösung EMF EE

a) $\underline{S}_{21} = \underline{S}_{21}' \, e^{j\beta(l_1+l_2)}$

$\underline{S}_{22} = \underline{S}_{22}' \, e^{j2\beta l_2}$

b) $\underline{S}_{12} = 0$, da $\underline{S}_{12}' = 0 \Rightarrow C_{gd} = 0$ (unilateral)

c) $\underline{S}_{11} = 0{,}56 \angle -170^\circ$

$\underline{S}_{11}' = \underline{S}_{11}$

d) $l_2 = \frac{\lambda}{4} \rightarrow \underline{Z}_{T2} = \frac{\underline{Z}_x^2}{\underline{Z}_A} \Longleftrightarrow \underline{Z}_A = \frac{\underline{Z}_x^2}{\underline{Z}_{T2}} = \frac{10000\,\Omega^2}{50\,\Omega} = 200$

e) $\underline{Z}_{L1} = -j0{,}975$, $\underline{Z}_{C1} = -j0{,}8$

f) $F = 2{,}8\,\text{dB}$ Bauelement ist ein Widerstand mit $\underline{z}_p = 0{,}36 - 0{,}16$
$= 0{,}2$

In der Praxis: Widerstände wegen Eigenrauschen und zusätzliche Verluste vermeiden

Lösung zu Aufgabe 5 EMF EE 7O5

a) Lösg. zum ersten Unterpunkt:

U und I sonst nicht eindeutig bestimmbar

$U = \int E \, dl$

b) Lösg. zum zweiten Unterpunkt:

Quasi-TEM-Betrieb, d.h. genau ein Wellentyp in jeder Bezugsebene ausbreitungsfähig

c) Lösg. zum dritten Unterpunkt:

Symmetrie: $\underline{Y}_{11} = \underline{Y}_{22}$

Reziprozität: $\underline{Y}_{12} = \underline{Y}_{21}$

d) Lösung zum vierten Unterpunkt:

$$\underline{Y}_L = \frac{1}{\underline{Z}_L}$$

$$\underline{\tilde{Y}} = \frac{j\underline{\tilde{U}}_2 \underline{Y}_L \sin(\beta l) + \underline{\tilde{I}}_2 \cos(\beta l_2)}{\underline{\tilde{U}}_2 \cos(\beta l_2) + \frac{j\sin(\beta l_2)}{\underline{Y}_L}\underline{\tilde{I}}_2}$$

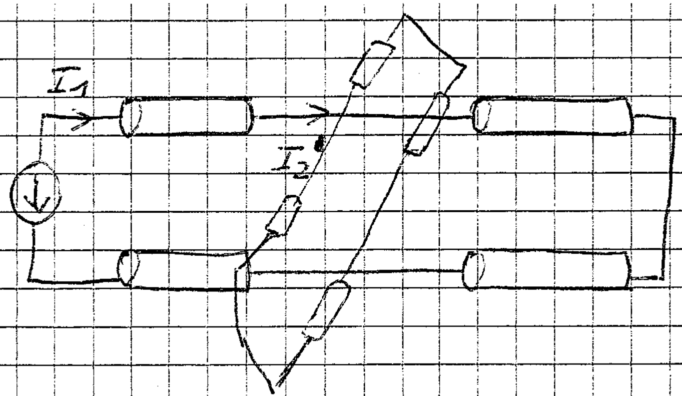
$$= -j\underline{Y}_L \cot(\beta l_2)$$

$$\Rightarrow \underline{\tilde{\tilde{Y}}} = -j2\underline{Y}_L \cot(\beta l_2)$$

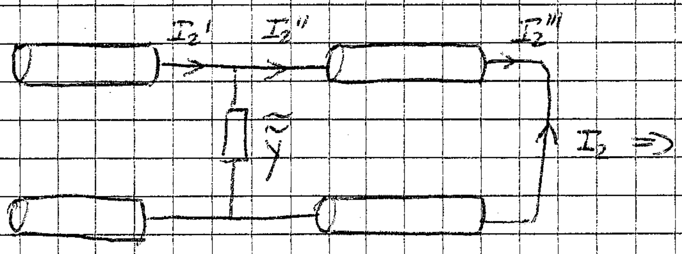
$$\underline{Y}' = -j\underline{Y}_L \cot(\beta l_1)$$

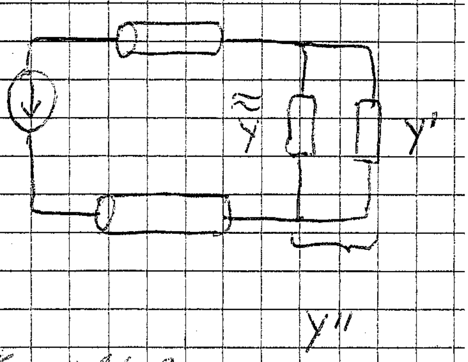
$$\underline{Y}'' = \underline{\tilde{\tilde{Y}}} + \underline{Y}' = -j\underline{Y}_L (2\cot(\beta l_2) + \cot(\beta l_1))$$

$$\underline{Y}_{11} = \frac{j\underline{Y}_L \sin(\beta l_1) + \underline{Y}'' \cos(\beta l_1)}{\cos(\beta l_1) + j\frac{\underline{Y}''}{\underline{Y}_L}\sin(\beta l_1)}$$



$$\underline{Y}_{11} = \frac{\underline{I}_1}{\underline{U}_1}\bigg|_{\underline{U}_2=0}$$





Betrachten wie vorher, nur Kurzschluß und Quelle vertauscht

e) Lösung zum fünften Unterpunkt:

$$\sin\left(\frac{3}{2}\pi\right) = -1 \qquad \Rightarrow \underline{Y}' = 0$$

$$\cos\left(\frac{3}{2}\pi\right) = 0 \qquad \underline{Y}'' = -j Y_L \cot(\beta l_2)$$

$$\cot\left(\frac{3\pi}{2}\right) = 0 \qquad \underline{Y}_{11} = \frac{Y_L^2}{\underline{Y}''} = j\,0{,}5\,Y_L \tan(\beta l_2)$$

$$\begin{pmatrix} \underline{U}_2 \\ \underline{I}_2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \cos(\beta l) & -jZ_L \sin(\beta l) \\ \frac{-j}{Z_L} \sin(\beta l) & \cos(\beta l) \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \underline{U}_1 \\ \underline{I}_1 \end{pmatrix}$$

$$\underline{I}_2' = -j \frac{\underline{U}_1}{Z_L} \sin(\beta l_1) + \underline{I}_1 \cos(\beta l_1) = j \frac{\underline{U}_1}{Z_L}$$

$$\underline{I}_2'' = \underline{I}_2' \frac{\underline{Y}'}{\underline{Y}' + \tilde{\underline{Y}}} = 0 \qquad \text{oder direkt aus Kettenmatrix ablesen}$$

$$\underline{I}_2'' = -j\frac{\underline{U}_1'}{Z_L}\sin(\beta l_1) + \underline{I}_2''\cos(\beta l_1) = j\frac{\underline{U}_1'}{Z_L}$$

$$\underline{U}_1' = \cos(\beta l_1)\,\underline{U}_1 - j\frac{\sin(\beta l_1)}{Y_L}\underline{I}_1 = \cos(\beta l_1)\,\underline{U}_1 - j\frac{\sin(\beta l_1)}{Y_L}\underline{U}_1\underline{Y}_{11} =$$

$$= j\,Z_L\,\underline{U}_1\underline{Y}_{11} = -0{,}5\tan(\beta l_2)\,\underline{U}_1$$

$$\underline{I}_2 = -\underline{I}_2'' = j\,0{,}5\,Y_L\tan\beta l_2\,\underline{U}_1$$

$$\underline{Y}_{21} = \frac{\underline{I}_2}{\underline{U}_1} = j\,0{,}5\,Y_L\tan\beta l_2$$

f) Lösung zum sechsten Unterpunkt:

$\underline{Y}_{21} = 0$ bzw. Kurzschluß in d. Kreuzung

$$\Leftrightarrow \tan(\beta l_2) = 0 \Leftrightarrow \beta l_2 = m\pi,\ m = 0, 1, 2, \ldots \Leftrightarrow$$

$$l_2 = m\frac{\lambda}{2} \Leftrightarrow f = \frac{c}{\lambda} = \frac{mc}{2l_2} = \frac{mc_0}{2l_2\sqrt{\varepsilon_{eff}}}$$