

H10/A1

EMF I

a) $\vec{k} = \vec{e}_z \omega \sqrt{\epsilon_0 \mu_0}$

b) s. Skizze

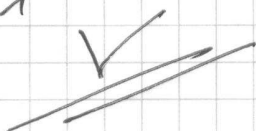
TB/M1: linear polarisiert, $\vec{E}$ -Vektor dreht nicht
nur eine Richtung $\parallel \vec{e}_y$

TB/M2: zirkular polarisiert

$$\left(-\frac{1}{2} + \frac{1}{2}j\right) = \pm j \left(\frac{1}{2} + \frac{1}{2}j\right)$$

$$\Rightarrow j-1 = \pm j(1+j)$$

$$\Rightarrow j-1 = j-1$$



c) $\vec{E} = \vec{E}_1 + \vec{E}_2$

$$= E_0 e^{-j\vec{k}\vec{r}} \left[(1+j)\vec{e}_y + \frac{1}{2}(1+j)\vec{e}_y e^{j\varphi} + \frac{1}{2}(j-1)\vec{e}_x e^{j\varphi} \right]$$

$$= E_0 e^{-j\vec{k}\vec{r}} \cdot \begin{pmatrix} \frac{1}{2}(j-1)e^{j\varphi} \\ (1+j) + \frac{1}{2}e^{j\varphi}(1+j) \end{pmatrix}$$

alternative Lsg. siehe Seite 3

$$E_x = \pm j E_y$$

$$\frac{1}{2}(j-1)e^{j\varphi} = \pm j \left((1+j) + \frac{1}{2}e^{j\varphi}(1+j) \right)$$

$$\Rightarrow \frac{1}{2}(j-1)e^{j\varphi} = \pm \left((j-1) + \frac{1}{2}e^{j\varphi}(j-1) \right) \quad | : (j-1)$$

$$\Rightarrow \frac{1}{2}e^{j\varphi} = \pm \left(1 + \frac{1}{2}e^{j\varphi} \right)$$

$$\Rightarrow \frac{1}{2}e^{j\varphi} = 1 + \frac{1}{2}e^{j\varphi} \quad \vee \quad \frac{1}{2}e^{j\varphi} = -1 - \frac{1}{2}e^{j\varphi}$$

$$\Rightarrow e^{j\varphi} = -1 \Rightarrow \varphi = \pi \pm 2n\pi; n=1,2,3,\dots$$

$$\underline{\underline{\varphi = \pi}}$$

$$d) \underline{\underline{E}} = E_{re} e^{-j\vec{k}\vec{r}} \left[(1+j) - (1+j) \frac{1}{2} \right] \vec{e}_y + \left[\frac{1}{2}(1-j) \vec{e}_x \right]$$

$$= \frac{1}{2} E_{re} e^{-j\vec{k}\vec{r}} \begin{pmatrix} 1-j \\ 1+j \\ 0 \end{pmatrix}$$

$$\vec{E} = \text{Re} \left\{ e^{j\omega t} \frac{1}{2} E_{re} e^{-j\vec{k}\vec{r}} \begin{pmatrix} 1-j \\ 1+j \\ 0 \end{pmatrix} \right\}$$

$$= \frac{1}{2} E_{re} \text{Re} \left\{ \left[\cos(\omega t - \vec{k}\vec{r}) + j \sin(\omega t - \vec{k}\vec{r}) \right] \begin{pmatrix} 1-j \\ 1+j \\ 0 \end{pmatrix} \right\}$$

$$= \frac{1}{2} E_{re} \left[\begin{pmatrix} 1 \\ 0 \end{pmatrix} \cos(\omega t - \vec{k}\vec{r}) + \begin{pmatrix} -1 \\ 1 \end{pmatrix} \sin(\omega t - \vec{k}\vec{r}) \right]$$

$$e) \vec{H} = \frac{1}{Z} (n \times \vec{E}) = \sqrt{\frac{\epsilon_0}{\mu_0}} \vec{e}_z \times \begin{pmatrix} 1-j \\ 1+j \\ 0 \end{pmatrix} \frac{1}{2} E_{re} e^{-j\vec{k}\vec{r}}$$

$$= \sqrt{\frac{\epsilon_0}{\mu_0}} \begin{pmatrix} -(1+j) \\ 1-j \\ 0 \end{pmatrix} \frac{1}{2} E_{re} e^{-j\vec{k}\vec{r}}$$

$$= \frac{1}{2} \sqrt{\frac{\epsilon_0}{\mu_0}} E_{re} e^{-j\vec{k}\vec{r}} \begin{pmatrix} -1-j \\ 1-j \\ 0 \end{pmatrix}$$

$$\vec{H} = \text{Re} \left\{ \vec{H} e^{j\omega t} \right\} = \frac{1}{2} E_{re} \sqrt{\frac{\epsilon_0}{\mu_0}} \cdot \text{Re} \left\{ e^{j(\omega t - \vec{k}\vec{r})} \begin{pmatrix} -1-j \\ 1-j \\ 0 \end{pmatrix} \right\}$$

$$= \frac{1}{2} E_{re} \sqrt{\frac{\epsilon_0}{\mu_0}} \left[\begin{pmatrix} -1 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix} \cos(\omega t - \vec{k}\vec{r}) + \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix} \sin(\omega t - \vec{k}\vec{r}) \right]$$

c) alternativ

$$\operatorname{Re}\{\vec{E}\}_{r=0} \cdot \operatorname{Im}\{\vec{E}\}_{r=0} \stackrel{!}{=} 0 \quad \text{f. zirkuläre Polarisation}$$

Bei $r=0$ und $t=0$ stehen Re und Im von $\vec{E}$ senkrecht aufeinander.

$$\Rightarrow \operatorname{Re}\left\{\frac{1}{2}(j-1) \cdot (\cos \varphi + j \sin \varphi) \right. \left. \cdot \frac{1}{2}(\cos \varphi + j \sin \varphi)(1+j) \right\} \cdot \operatorname{Im}\{\dots\} = 0$$

wie in $\operatorname{Re}\{\dots\}$

$$\Rightarrow \left(-\frac{1}{2} \cos \varphi - \frac{1}{2} \sin \varphi\right) \cdot \frac{1}{2}(\cos \varphi - \sin \varphi) + \left(1 + \frac{1}{2} \cos \varphi - \frac{1}{2} \sin \varphi\right) \cdot \left(1 + \frac{1}{2} \sin \varphi + \frac{1}{2} \cos \varphi\right) = 0$$

$$\Rightarrow -\frac{1}{4} \cos^2 \varphi + \frac{1}{4} \cos \varphi \sin \varphi - \frac{1}{4} \sin \varphi \cos \varphi + \frac{1}{4} \sin^2 \varphi + \left(\left(1 + \frac{1}{2} \cos \varphi\right) - \frac{1}{2} \sin \varphi\right) \left(\left(1 + \frac{1}{2} \cos \varphi\right) + \frac{1}{2} \sin \varphi\right) = 0$$

$$\Rightarrow \frac{1}{4} \sin^2 \varphi - \frac{1}{4} \cos^2 \varphi + \left(1 + \frac{1}{2} \cos \varphi\right)^2 - \frac{1}{4} \sin^2 \varphi = 0$$

$$\Rightarrow \frac{1}{4} \sin^2 \varphi - \frac{1}{4} \cos^2 \varphi + 1 + \cos \varphi + \frac{1}{4} \cos^2 \varphi - \frac{1}{4} \sin^2 \varphi = 0$$

$$\Rightarrow \cos \varphi = -1 \Rightarrow \varphi = \pm (2n+1) \pi$$

$$n = 0, 1, 2, \dots$$

1) [⊕] alternativ

$$\operatorname{Re} \left\{ \vec{E} \right\}_{|r=0} \cdot \operatorname{Im} \left\{ \vec{B} \right\}_{|r=0} \stackrel{!}{=} 0 \quad \text{f. zirk. Pol.}$$

Bei $\tau=0$ und $\vartheta=0$ stehen Re und Im von $\vec{E}$ senkrecht aufeinander.

$\Rightarrow$

wie im
Re $\left\{ \dots \right\}$

$$\operatorname{Re} \left\{ \begin{array}{l} \frac{1}{2}(j-1) \cdot (\cos \varphi + j \sin \varphi) \\ (1+j) + \frac{1}{2}(\cos \varphi + j \sin \varphi)(1+j) \\ 0 \end{array} \right\} \cdot \operatorname{Im} \left\{ \dots \right\} = 0$$

$$\Rightarrow \left(-\frac{1}{2} \cos \varphi - \frac{1}{2} \sin \varphi \right) \cdot \frac{1}{2} (\cos \varphi - \sin \varphi)$$

$$+ \left(1 + \frac{1}{2} \cos \varphi - \frac{1}{2} \sin \varphi \right) \cdot \left(1 + \frac{1}{2} \sin \varphi + \frac{1}{2} \cos \varphi \right) = 0$$

$$\Rightarrow -\frac{1}{4} \cos^2 \varphi + \frac{1}{4} \cos \varphi \sin \varphi - \frac{1}{4} \sin \varphi \cos \varphi + \frac{1}{4} \sin^2 \varphi$$

$$+ \left(\left(1 + \frac{1}{2} \cos \varphi \right) - \frac{1}{2} \sin \varphi \right) \left(\left(1 + \frac{1}{2} \cos \varphi \right) + \frac{1}{2} \sin \varphi \right) = 0$$

$$\Rightarrow \frac{1}{4} \sin^2 \varphi - \frac{1}{4} \cos^2 \varphi + \left(1 + \frac{1}{2} \cos \varphi \right)^2 - \frac{1}{4} \sin^2 \varphi = 0$$

$$\Rightarrow \frac{1}{4} \sin^2 \varphi - \frac{1}{4} \cos^2 \varphi + 1 + \cos \varphi + \frac{1}{4} \cos^2 \varphi - \frac{1}{4} \sin^2 \varphi = 0$$

$$\Rightarrow \cos \varphi = -1 \quad \Rightarrow \varphi = \pm (2n+1) \pi;$$

$$n = 0, 1, 2, 3, \dots$$

a)

$$\oint \vec{H}(t, \vec{r}) d\vec{r} = I_0 \sin(\omega t)$$

$$\vec{H}(t, y) = \frac{I_0}{2\pi y} (-\vec{e}_x) \sin(\omega t)$$

b)

$$\Phi(t=0) = \iint \vec{B} d\vec{F} = -\mu_0 L \sin(\omega t) \int_1^{3L} \frac{I_0}{2\pi y} dy = \left[-\mu_0 L \frac{I_0}{2\pi} \sin(\omega t) \ln y \right]_1^{3L} = -\mu_0 L \frac{I_0}{2\pi} \sin(\omega t) \ln 2$$

c)

$$1-2-3-4-1: \oint E ds = -\dot{\Phi}_1 = \omega \cos(\omega t) \mu_0 L \frac{I_0}{2\pi} \ln 2$$

$$1-2-5-6-1: \oint E ds = -\dot{\Phi}_1 = \omega \cos(\omega t) \mu_0 L \frac{I_0}{2\pi} \ln 3$$

d) Die Feldstärke ist nur dort von 0 verschieden, wo die Leitfähigkeit endlich ist. Gemäß Hinweis besitzt sie im Bereich der Platte nur eine z-Komponente. Es gilt also für $2L \leq y \leq 3L$

mit der Abkürzung $\omega \cos(\omega t) \mu_0 \frac{I_0}{2\pi} := A$

$$\oint E ds = -\dot{\Phi}_1 = A \cdot L \cdot \ln \frac{y}{L} = E(y) \cdot L$$

$$\Rightarrow E(y) = A \cdot \ln \frac{y}{L}$$

$$\begin{aligned} I_{ind}(t) &= d \int_{2L}^{3L} J(y) dy = d\sigma_0 \int_{2L}^{3L} E(y) dy = d\sigma_0 A \int_{2L}^{3L} \ln \frac{y}{L} dy = d\sigma_0 A \left(\int_{2L}^{3L} \ln y dy - \int_{2L}^{3L} \ln(L) dy \right) \\ &= d\sigma_0 A \left([y \ln y - y]_{2L}^{3L} - [y \ln L]_{2L}^{3L} \right) \\ &= d\sigma_0 A (3L \ln(3L) - 2L \ln(2L) - L - L \ln L) \\ &= d\sigma_0 AL (3 \ln(3L) - 2 \ln(2L) - 1 - \ln L) \\ &= d\sigma_0 AL (3 \ln 3 - 2 \ln 2 - 1) \end{aligned}$$

effizientere Alternative: Variablensubstitution $y/L := b$, dann gilt:

$$\begin{aligned} I_{ind}(t) &= d \int_{2L}^{3L} J(y) dy = d\sigma_0 \int_{2L}^{3L} E(y) dy = d\sigma_0 A \int_{2L}^{3L} \ln \frac{y}{L} dy = d\sigma_0 AL \int_2^3 \ln b db \\ &= d\sigma_0 AL [b \ln b - b]_2^3 = d\sigma_0 AL (3 \ln 3 - 2 \ln 2 - 1) \end{aligned}$$

e) Bei der gegebenen Orientierung der Spannung U_q verschwindet der Gesamtstrom, wenn

$$\begin{aligned} U_q(t) &= R_{Widerst. von der Platte} I_{ind}(t) = \frac{L}{Ld\sigma_0} I_{ind}(t) = \frac{L}{Ld\sigma_0} d\sigma_0 AL (3 \ln 3 - 2 \ln 2 - 1) \\ &= AL (3 \ln 3 - 2 \ln 2 - 1) = \omega \cos(\omega t) \mu_0 \frac{I_0}{2\pi} L (3 \ln 3 - 2 \ln 2 - 1) \end{aligned}$$

a) $\oint \vec{H}(t, \vec{r}) d\vec{r} = I_\infty \sin(\omega t)$

Lösung zu A3)

Kerst 2010

a) $\vec{E} = -\nabla \phi \times \vec{e}_z$

$\vec{e}_\varphi \times \vec{e}_z = -\vec{e}_\rho$ $= -\left(R' \cdot \Phi \vec{e}_\rho + \frac{1}{\rho} R \cdot \Phi' \vec{e}_\varphi - j\beta R \cdot \Phi \vec{e}_z\right) e^{-j\beta z} \times \vec{e}_z$

$\vec{e}_\rho \times \vec{e}_z = \vec{e}_\varphi$ $\vec{E} = R' \cdot \Phi e^{-j\beta z} \vec{e}_\rho - \frac{1}{\rho} R \cdot \Phi' e^{-j\beta z} \vec{e}_\varphi$

b) $\vec{H}_\text{str} = -\frac{\beta}{\omega \mu} \nabla_\text{str} \phi$

$= -\frac{\beta}{\omega \mu} \left(R' \cdot \Phi e^{-j\beta z} \vec{e}_\rho + \frac{1}{\rho} R \cdot \Phi' e^{-j\beta z} \vec{e}_\varphi \right)$

$\vec{H}_\text{str} = \frac{1}{Z_\text{str}} \left(\vec{e}_z \times \vec{E} \right)$

$\vec{e}_z \times \vec{e}_\varphi = -\vec{e}_\rho$

$\vec{e}_\rho \times \vec{e}_z = \vec{e}_\varphi$

$\Rightarrow H_\rho = -\frac{1}{Z_\text{str}} E_\varphi \quad (\text{und} \quad H_\varphi = \frac{1}{Z_\text{str}} E_\rho)$

$\Rightarrow -\frac{\beta}{\omega \mu} = -\frac{1}{Z_\text{str}}$

$\Rightarrow Z_\text{str} = \frac{\omega \mu}{\beta}$

A3) H10

c) Helmholtz-Gl.: $(\nabla^2 + k^2) \vec{E} = 0$

$\vec{E} \sim e^{-j\beta z}$ $\nabla^2 = \Delta_{\perp} + \frac{\partial^2}{\partial z^2}$ $(\Delta_{\perp} + \frac{k^2 - \beta^2}{\rho^2}) \cdot \frac{1}{\rho} = 0$

$\Delta_{\perp}$ - Operator
in
Zylinder-
Koordinaten

$$\Rightarrow \frac{1}{\rho} \frac{\partial}{\partial \rho} \left(\rho \frac{R'}{\rho} \right) \cdot \Phi + \frac{1}{\rho^2} R \cdot \Phi'' + \rho^2 \frac{1}{\rho} \Phi = 0 \quad | \cdot \frac{1}{R} \cdot \rho$$

$$\Rightarrow \frac{R''}{R} + \frac{1}{\rho} \frac{R'}{R} + \frac{1}{\rho^2} \underbrace{\frac{\Phi''}{\Phi}}_{-m^2} + k^2 = 0 \quad | \cdot R$$

DGL für Φ : $\Phi'' + m^2 \Phi = 0$

Besselsche DGL für R : $R'' + \frac{1}{\rho} R' + \left(\rho^2 - \frac{m^2}{\rho^2} \right) R = 0$
($\rho \neq 0$)

d) Grenzfrequenz f_c : $\beta_c = 0 \Rightarrow k_c^2 = \rho^2$

$$\Rightarrow \omega_c^2 \epsilon \mu = 4\pi^2 f_c^2 \epsilon \mu = \rho^2$$

$$\Rightarrow f_c = \frac{1}{2\pi} \frac{\rho}{\sqrt{\epsilon \mu}}$$

Koaxialleiter - Wellenlänge λ_H : $\beta = \frac{2\pi}{\lambda_H}$

$$\beta^2 = k^2 - \rho^2 = 4\pi^2 \epsilon \mu (f^2 - f_c^2)$$

$$\Rightarrow \lambda_H^2 = \frac{4\pi^2}{\beta^2} = \frac{1}{\epsilon \mu} \frac{1}{f^2 - f_c^2} = \frac{1}{\epsilon \mu f^2} \frac{1}{1 - \left(\frac{f_c}{f}\right)^2}$$

$$\Rightarrow \lambda_H = \frac{1}{\sqrt{\epsilon \mu} \cdot f} \frac{1}{\sqrt{1 - \left(\frac{f_c}{f}\right)^2}}$$

23) 4.10

mit a) Gravitations V_g : $V_g = \frac{d\beta}{d\omega}$

$$\beta^2 = k^2 - p^2 = \omega^2 \epsilon_H = p^2$$

$$\Rightarrow \frac{d\beta^2}{d\omega} = 2\beta \frac{d\beta}{d\omega} = 2\epsilon_H \omega$$

$$\frac{d\omega}{d\beta} = \left(\frac{d\beta}{d\omega} \right)^{-1} \Rightarrow V_g = \frac{d\omega}{d\beta} = \frac{1}{2\epsilon_H \omega} = \frac{\sqrt{\omega^2 \epsilon_H - p^2}}{\epsilon_H \omega}$$

$$\Rightarrow V_g = \frac{\omega \epsilon_H \cdot \sqrt{1 - \left(\frac{p}{\omega \epsilon_H} \right)^2}}{\epsilon_H \omega} \quad \left(p^2 = \omega^2 \epsilon_H \right)$$

$$\Rightarrow V_g = \frac{1}{\epsilon_H} \cdot \sqrt{1 - \left(\frac{p}{\omega \epsilon_H} \right)^2}$$

a) allg. Lösungen der DGL in c) für $P(\varphi)$ und $R(\varphi)$

allg. Lösung ($m \neq 0$) für P :

$$P(\varphi) = A \cdot \cos(m\varphi) + B \cdot \sin(m\varphi)$$

allg. Lösung ($m = 0$) für P :

$$P(\varphi) = A_0 \cdot \varphi + B_0$$

allg. Lösung für R :

$$R(\varphi) = C \cdot \operatorname{Im}(p\varphi) + D \cdot \operatorname{Nm}(p\varphi)$$

A2) H10

weiter d) Gruppenphase $V_{gr} = \frac{d\omega}{dk}$

$$\beta^2 = k^2 - p^2 = \omega^2 \epsilon \mu - p^2$$

$$\Rightarrow \frac{d(\beta^2)}{d\omega} = 2\beta \frac{d\beta}{d\omega} = 2\epsilon\mu\omega$$

$$\frac{d\omega}{d\beta} = \left(\frac{d\beta}{d\omega}\right)^{-1} \Rightarrow V_{gr} = \frac{d\omega}{d\beta} = \frac{2\beta}{2\epsilon\mu\omega} = \frac{\sqrt{\omega^2 \epsilon \mu - p^2}}{\epsilon \mu \omega}$$

$$\Rightarrow V_{gr} = \frac{\omega \sqrt{\epsilon \mu} \cdot \sqrt{1 - \frac{p^2}{\omega^2 \epsilon \mu}}}{\epsilon \mu \omega} \quad \left(p^2 = \omega^2 \epsilon \mu\right)$$

$$\Rightarrow V_{gr} = \frac{1}{\sqrt{\epsilon \mu}} \cdot \sqrt{1 - \left(\frac{f_c}{f}\right)^2}$$

e) allg. Lösungen der DGL in c) für $\Phi(\varphi)$ und $R(\varrho)$

allg. Lösung ($m \neq 0$) für Φ :

$$\Phi(\varphi) = A \cdot \cos(m\varphi) + B \cdot \sin(m\varphi)$$

allg. Lösung ($m=0$) für Φ :

$$\Phi(\varphi) = A_0 \cdot \varphi + B_0$$

allg. Lösung für R : $R(\varrho) = C \cdot J_m(\varrho \cdot \varrho) + D \cdot N_m(\varrho \cdot \varrho)$

A3) H10

2) Eindeutigkeitsfragen:

1) $\boxed{E_\varphi(\varphi=0) = E_\varphi(\varphi=2\pi)}$

2) $\boxed{E_\varphi'(\varphi=0) = E_\varphi'(\varphi=2\pi)}$

$$1) \Rightarrow -\frac{1}{\rho} R \cdot \underline{\Phi}'(\varphi=0) \cdot e^{-j\beta z} = -\frac{1}{\rho} R \cdot \underline{\Phi}'(\varphi=2\pi) \cdot e^{-j\beta z}$$

$$\Rightarrow \boxed{\underline{\Phi}'(\varphi=0) = \underline{\Phi}'(\varphi=2\pi)}$$

$$2) \Rightarrow \boxed{\underline{\Phi}(\varphi=0) = \underline{\Phi}(\varphi=2\pi)}$$

Fall $m=0$: 2) $\Rightarrow \underline{A}_0 = 0 \Rightarrow \underline{\Phi}(\varphi) = \underline{B}_0 = \text{konst.}$

Fall $m \neq 0$: $\underline{\Phi}'(\varphi) = -m \cdot \underline{A} \cdot \sin(m\varphi) + m \cdot \underline{B} \cdot \cos(m\varphi)$

$$1) \Rightarrow m \cdot \underline{B} = -m \cdot \underline{A} \cdot \sin(2\pi m) + m \cdot \underline{B} \cdot \cos(2\pi m)$$

$$\Rightarrow -\sin(2\pi m) \cdot \underline{A} + (\cos(2\pi m) - 1) \cdot \underline{B} = 0$$

$$2) \Rightarrow \underline{A} = \underline{A} \cdot \cos(2\pi m) + \underline{B} \cdot \sin(2\pi m)$$

$$\Rightarrow (\cos(2\pi m) - 1) \cdot \underline{A} + \sin(2\pi m) \cdot \underline{B} = 0$$

Mit $C = \cos(2\pi m)$ und $S = \sin(2\pi m)$ ergibt sich:

$$\begin{cases} -S \cdot \underline{A} + (C-1) \cdot \underline{B} = 0 \\ (C-1) \cdot \underline{A} + S \cdot \underline{B} = 0 \end{cases}$$

Dieses homogene lineare Gleichungssystem besitzt eine nichttriviale Lösung $(\underline{A}, \underline{B}) \neq (0, 0)$ für

$$\det \begin{pmatrix} -S & C-1 \\ C-1 & S \end{pmatrix} = 0$$

A3) H10

weiter f)

$$\det \begin{pmatrix} -s & c-1 \\ c-1 & s \end{pmatrix} = -s^2 - (c-1)^2$$

$$= \underbrace{-s^2 - c^2}_{-1} - 1 + 2c$$

$$= -2 + 2c$$

$$= 2(c-1) \stackrel{!}{=} 0$$

$$\Rightarrow c=1 \Rightarrow \cos(2\pi m) = 1$$

$$m \neq 0$$

$$\Rightarrow m = 1, 2, 3, 4, \dots$$

A3) H 10

- g) Randbedgn. auf elektr. Wand:
- 1) $E_y(q=a) = 0$
 - 2) $E_y(q=b) = 0$

$$E_y \sim \underline{f}' \quad (\text{siehe a)})$$

$$\frac{dJ_m(pq)}{dq} = \frac{dJ_m(u)}{du} \cdot \frac{du}{dq} = J_m'(pq) \cdot p$$

$u = p \cdot q$

$$\begin{array}{l} 1) \Rightarrow \\ \text{mitel)} \end{array} \quad \underline{C \cdot J_m'(pa) + D \cdot N_m'(pa) = 0}$$
$$\begin{array}{l} 2) \Rightarrow \\ \text{mitel)} \end{array} \quad \underline{C \cdot J_m'(pb) + D \cdot N_m'(pb) = 0}$$

Dieses homogene lineare Gleichungssystem
besitzt eine nichttriviale Lösung $(\underline{C}, \underline{D}) \neq (0, 0)$

für

$$\det \begin{pmatrix} J_m'(pa) & N_m'(pa) \\ J_m'(pb) & N_m'(pb) \end{pmatrix} = 0.$$

$\Rightarrow$ Charakteristische Gln:

$$J_m'(pa) \cdot N_m'(pb) - J_m'(pb) \cdot N_m'(pa) = 0$$