emp WiFo 10. Übung

Aufg 56

a) Definition für Heteroskedastizität:

Heteroskedastizität liegt vor, wenn $Var(\varepsilon_i | X_i) = \sigma_i^2$ für $i = 1, \dots, n$

also wenn die Störterme keine konstante Varianz über alle Beobachtungen haben.

Die Kovarianzmatrix für heteroskedastisch verteilte Störterme lautet:

$E[\varepsilon\varepsilon' | X]$

$= \sigma^2 \Omega$

$= \begin{pmatrix} \sigma_1^2 & \cdots & 0 \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ 0 & \cdots & \sigma_n^2 \end{pmatrix} = \sigma^2 \begin{pmatrix} w_1 & \cdots & 0 \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ 0 & \cdots & w_n \end{pmatrix}$

$\Omega \neq I$ für Heteroskedastizität

$\Omega = I$ für Homoskedastizität

b) Bei heteroskedastisch verteilten Fehlertermen ist die 4. Annahme des OLS-Schätzers verletzt.

$(E[\varepsilon\varepsilon' X] = \sigma^2 I_n < \infty)$

c) $Cor(\varepsilon_i, \varepsilon_j) = 0 \quad \forall i \neq j$

Es gilt Heteroskedastizität von Autokorrelation zu unterscheiden.

Die Varianzen der einzelnen Fehlerterme können unter Heteroskedastizität zwar unterschiedlich sein, jedoch gibt es keine Beeinflussung der Fehlerterme untereinander.

d) $Var(b_{OLS} | X) = E[(b_{OLS} - \beta)(b_{OLS} - \beta)' | X]$

vgl. Aufg 23 $= E[(X'X)^{-1}X'\varepsilon((X'X)^{-1}X'\varepsilon)' | X]$

$(AB)' = B'A'$

$\Rightarrow \quad = E[(X'X)^{-1}X'\varepsilon\varepsilon'X(X'X)^{-1} | X]$

$= (X'X)^{-1}X' \cdot \underbrace{E[\varepsilon\varepsilon' | X]} \cdot X(X'X)^{-1}$

$= (X'X)^{-1}X' \quad \sigma^2 \Omega \quad \cdot X(X'X)^{-1}$

$\neq (X'X)^{-1} \sigma^2$

$\Rightarrow$ Varianz nicht konst (wegen Ω)

Aufg 57

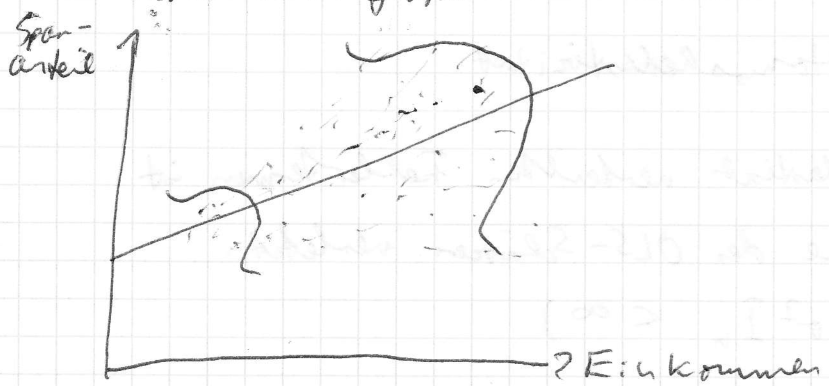
Bsp: Sparen in Abhängigkeit vom Einkommen

→ wer weniger verdient, kann nur weniger sparen!

⇒ Varianz geringer

→ wer mehr verdient, kann mehr sparen, aber eben auch mehr konsumieren

⇒ Varianz ist größer



Aufg 58

a) falsch, da Heteroskedastizitätsannahme nicht für Konsistenz des OLS-Schätzers benutzt wird

b) richtig, Kovarianzmatrix ist nicht konstant

c) falsch, siehe Skript (keine Begründung)

d) richtig

Aufg 5a

a) White-heteroskedastizitätskonsistente asymptotische Kovarianz:

$$Asy.Var[b_{OLS}] = n(X'X)^{-1}\left(\sum_{i=1}^{n} x_i\, x_i' \cdot e_i^2\right)(X'\cdot X)^{-1}$$

b) $\text{plim}\ \frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n} e_i^2 x_i x_i'$

vgl. Übung 3 $e_i = y_i - \hat{y}_i$
$= y_i - x_i \cdot b_{OLS}$

$= \text{plim}\ \frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n}(y_i - x_i \cdot b_{OLS})^2 x_i\, x_i'$

Annahme: b_{OLS} ist ein konsistenter Schätzer für β

$= \text{plim}\ \frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n}(y_i - x_i \cdot \beta)^2\, x_i \cdot x_i'$

$\Rightarrow b_{OLS} = \beta$

$y_i = x_i\, \beta + \varepsilon_i$

$= \text{plim}\ \frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n} \varepsilon_i^2\, x_i \cdot x_i'$

$\Leftrightarrow \varepsilon_i = y_i - x_i \cdot \beta$

c) Benutzung der White-Kovarianzmatrix anstelle der OLS-Kovarianzmatrix führt i. d. R. dazu, dass die Standardfehler der einzelnen Koeff. größer werden. Das hätte zur Folge, dass die Ergebnisse dann "weniger" signifikant bzw. insignifikant werden.

d) Voraussetzungen für Benutzung der White-Kovarianzmatrix:

1) Benutze White-Kovarianzmatrix, wenn keine weiteren Infos über die Verteilung der Störterme vorliegt.
(Sind Infos bekannt, gibt es andere effizientere Schätzer)

2) Des weiteren folgt aus der Tatsache, dass es keine unverzerrten Schätzer für die Kovarianzmatrix bei Heteroskedastizität gibt und dass die White-Kovarianzmatrix nur asymptotisch gilt, dass für die Verwendung dieser Matrix eine ausreichend große Stichprobe nötig ist.

e) Ja! Sollten die Störterme wirklich homoskedastisch verteilt sein, so kommt die White-Matrix zum selben Ergebnis wie die standardmäßige Kovarianzmatrix

f) Indizien für das Vorliegen von Heteroskedastizität:

1.) grafisch: Residuen plotten bzw. Streudiagramm ~~ansehen~~ anschauen (in 2D)

2.) ausprobieren: Veränderung der Standardfehler beobachten, wenn man einmal White-Kovarianzmatrix benutzt und einmal die standardmäßige Kovarianzmatrix