e W. Fo Übung 6

Aufg 3 6

a) $\ln(scrap) = \beta_0 + \beta_1 \cdot hrsemp + \beta_2 \ln(sales) + \beta_3 \ln(employ) + \varepsilon$

$= \beta_0 + \beta_1 \cdot hrsemp + [\beta_2 \ln(sales) - \beta_2 \ln(employ)]$

$+ [\beta_2 \ln(employ) + \beta_3 \ln(employ)] + \varepsilon$

$= \beta_0 + \beta_1 \cdot hrsemp + \beta_2 \ln\left(\frac{sales}{employ}\right) + \underbrace{(\beta_2 + \beta_3)}_{= \theta_3}$

$\cdot \ln(employ) + \varepsilon$

$H_0: \theta_3 = 0$, also: $\beta_2 + \beta_3 = 0$

Interpret.: Die Größe des Unternehmens hat keinen Einfluss auf die Ausschussrate.

b) t-Test anwenden:

5%-Niveau, 2-seitig

$n = 43 \Rightarrow 39$ Freiheitsgrade

↳ aus Tabelle: $t_{krit} = 2{,}0167$

t-Statistik berechnet: $t = \frac{\hat{\beta}_3 - \beta_3}{se_3} = \frac{0{,}041 - 0}{0{,}205}$

$= 0{,}2 < t_{krit}$

$\Rightarrow H_0$ kann nicht abgelehnt werden.

c) formal: $H_0: \beta_2 = -1$, log-log-Modell

t-Test zeigt:

5% Niveau, 2 seitig, $43-4 = 39$ Freiheitsgrade

→ aus Tabelle: $t_{krit} = 2{,}0167$

t-Statistik: $t = \frac{\hat{\beta}_2 - \beta_2}{se_2} = \frac{-0{,}951 + 1}{0{,}370} \approx 0{,}132 < t_{krit}$

$\Rightarrow H_0$ kann auf dem 5%-Niveau nicht abgelehnt werden

d) Problem bei diesen Daten ist, dass es eine Zeitpunkt-betrachtung ist und keine Zeitraumbetrachtung.
(Besser: Ausschussraten VOR und NACH dem Jobtraining messen, um Effizienz der Fortbildung besser zu messen.
oder: 2 Teilstichproben für Arbeiter, die am Job-training teilnehmen bzw. nicht.
Anschließend Produktivität der Teilstichproben unter-suchen!)
Es könnte sonst ein Selektionseffekt vorliegen!
z.B. <u>NUR</u> gute, produktive Unternehmen, die mit erwirtschafteten Gewinnen Fortbildung finanzieren.
z.B. <u>NUR</u> „schlechte" unproduktive Unternehmen, die dringend handeln müssen und daher Fortbildung an-bieten müssen

<u>Aufg 37</u>

nach Skript (1.20) gilt für F-Statistik

$$F = \frac{n-k}{J} \cdot \frac{(R \cdot b_{OLS} - q)'\left[R[X'X]^{-1}R'\right]^{-1}(R\, b_{OLS} - q)}{e'e}$$

$n \mathrel{\hat{=}}$ Anzahl der Beobachtungen
$k \mathrel{\hat{=}}$ Anzahl der erklärenden Variablen
$J \mathrel{\hat{=}}$ Zählerfreiheitsgrad $\mathrel{\hat{=}}$ Anzahl d. Restriktionen
$n-k \mathrel{\hat{=}}$ Nennerfreiheitsgrad
$R \mathrel{\hat{=}}$ linke Seite
$q \mathrel{\hat{=}}$ rechte Seite

$H_0: R\beta - q = 0$
$\quad \hookrightarrow R\beta = q$

$J = 1 \qquad n-k = 3$
5% - Niveau, Tabelle liefert
$F(1;3;0{,}05) = F_{krit} = 10{,}1279$

F-Teststatistik, dann

$$R = \begin{array}{cc} \beta_0 & \beta_1 \\ \hline 1 & 0 \end{array} \qquad q = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \end{pmatrix}$$

$F = 15 > F_{krit}$

$\Rightarrow$ $H_0$ wird auf dem 5 %-Niveau abgelehnt

b) $H_0: \beta_0 + \beta_1 = 2$ und $\beta_1 = 1$

$\Rightarrow$ $J = 2$ (2 Restriktionen)

$n - k = 3$ (Nennerfreiheitsgrade)

5%-Niveau $F(2;3;0{,}05) = F_{krit} = 9{,}55209$

F-Teststatistik berechnen mit

$$R = \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \qquad q = \begin{pmatrix} 2 \\ 1 \end{pmatrix}$$

liefert $F = \frac{147}{8} \approx 18{,}375 > F_{krit}$

$\Rightarrow$ $H_0$ wird abgelehnt!

Aufg 38

a) Zusammen signifikant $\rightarrow$ F-Test nutzen

5%-Niveau, 4 Zählerfreiheitsgrade, 137 Nennerfreiheitsgrade (120)

$\hookrightarrow$ aus Tabelle $F(4;120;0{,}05) = F_{krit} = 2{,}45$

F-Teststatistik gegeben als $F = 1{,}47 < F_{krit}$

$\Rightarrow$ $H_0: \beta_0 = \beta_1 = \beta_2 = \beta_3 = \beta_4 = 0$ kann nicht auf dem 5%-Niveau abgelehnt werden

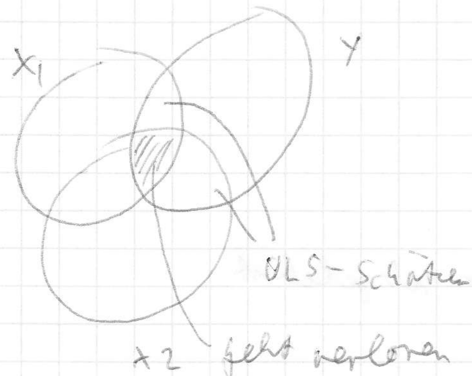
· Koeff einzeln signifikant? $\rightarrow$ t-Test nutzen

5%-Niveau; 2seitiger Test

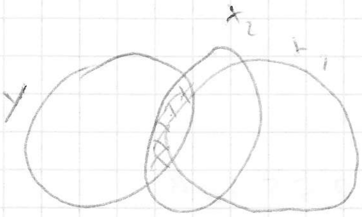
$t_{krit} \approx 1{,}96$ (Approximiert durch Standardnormalverteilung)

~~für~~ dkr: t-Statistik: $t = \frac{\hat{\beta}_1 - \beta_1}{se_1} = \frac{0{,}327 - 0}{0{,}203} \approx 1{,}61 < t_{krit}$

$\Rightarrow$ $H_0$ kann nicht auf dem 5%-Niveau abgelehnt werden




F-Test testet gemeinsame Signifikanz der erklärenden Variablen!




t-Test prüft die Variablen einzeln auf Signifikanz und kann zu einem anderen Ergebnis als F-Test kommen.

b) jetzt gegeben: $F(4;137) = 1{,}17$

- Da $1{,}17 < 2{,}45 = F_{krit}$ $\Rightarrow$ keine Änderung der Aussage
- t-Statistiken sind ebenfalls nicht signifikant auf irgendeinem vernünftigen Niveau

c) Es handelt sich hier um Verhältniszahlen, die auch den Wert Null bzw. einen negativen Wert annehmen können sollen

d) Hinweise sind eher schwach, da

- F-Statistiken waren in beiden Fällen insignifikant
- keine signifikante t-Statistiken auf dem 5%-Niveau
- $R^2 < 40\%$ $\Rightarrow$ „keine" Aussagekraft des Modells

<u>Aufg 3a</u>

a) $H_0: \beta_3 = 0$    $H_1: \beta_3 > 0$

b) VZ von $\beta_1$ und $\beta_2$?

- anwachsende Bevölkerung $\Rightarrow$ Nachfrage der Mietwohnungen $\uparrow$ $\Rightarrow$ Mieten $\uparrow$ $\Rightarrow \beta_1 > 0$
- durchschnittliche Einkommen $\uparrow$ $\Rightarrow$ Nachfrage nach Wohnungen im Allgemeinen $\uparrow$ $\Rightarrow$ Wohnkosten $\uparrow$ (Mieten $\uparrow$) $\Rightarrow \beta_2 > 0$

c) hier bzgl. pop: log - log - Modell

$\Rightarrow \beta_1$ ist eine Elastizität

Korrekt wäre: „... ein 10%iger Anstieg in der Bevölkerung führt zu einem geschätzten Anstieg der Mieten von $0{,}066 \cdot 10\% = 0{,}66\%$!"

d) 1%-Niveau, $64-4 = 60$ Freiheitsgrade, 2seitiger Test

$\rightarrow$ aus Tab. $t_{krit} = 2{,}660$

t-Statistik: $t = \frac{\hat{\beta}_3 - \beta_3}{se_3} = \frac{0{,}0056 - 0}{0{,}0017} \approx 3{,}29 > t_{krit}$

$\Rightarrow H_0$ wird auf dem 1%-Niveau abgelehnt.

<u>Aufg 40</u>

a) $Var(\hat{\beta}_1 - 3\hat{\beta}_2) = Var(\hat{\beta}_1) + Var(-3\hat{\beta}_2) + 2\,Cov(\hat{\beta}_1, -3\hat{\beta}_2)$

$= Var(\hat{\beta}_1) + 9\,Var(\hat{\beta}_2) - 6\,Cov(\hat{\beta}_1, \hat{\beta}_2)$

b) $t = \frac{\hat{\beta}_1 - 3\hat{\beta}_2 - 1}{se(\hat{\beta}_1 - 3\hat{\beta}_2)} =$ $se(\hat{\beta}_1 - 3\hat{\beta}_2)$ benötigt

c) Da $\theta_1 = \beta_1 - 3\beta_2 \Rightarrow \beta_1 = \theta_1 + 3\beta_2$

einsetzen im Modell liefert:

$y = \beta_0 + (\theta_1 + 3\beta_2)x_1 + \beta_2 x_2 + \beta_3 x_3 + \varepsilon$

$= \beta_0 + \theta_1 x_1 + \beta_2(3x_1 + x_2) + \beta_3 x_3 + \varepsilon$

Jetzt schätzen (mit R-Projekt), indem $y$ auf $x_1$, $(3x_1 + x_2)$ und $x_3$ regressiert wird

$\Rightarrow$ Erhalte $\hat{\theta}_1$ und Standardfehler zu $\hat{\theta}_1$

d) F-Teststatistik nach Formel 1.29 (siehe oben)

hier: $R = (0\ 1\ -3\ 0)$ und $q = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix}$ wegen $H_0: \beta_1 - 3\beta_2 = 1$

<u>Aufg 41</u>

a) lin - log - Modell bzgl. $\beta_1$. Es ist $\frac{\beta_1}{100}$ die

als Änderung von vote A in Prozentpunkten, wenn expend A sich um 1% ändert

b) $H_0: \beta_2 = -\beta_1$ bzw. $\beta_2 + \beta_1 = 0$

c) R-Project liefert:

$$\widehat{voteA} = \underset{(3{,}926)}{45{,}079} + \underset{(0{,}382)}{6{,}083}\ ln(expandA) - \underset{(0{,}379)}{6{,}615}\ ln(expandB) + \underset{(0{,}062)}{0{,}151}\ prtystrA$$

- Koeff von ln(expandA) und ln(expandB) sind hochsignifikant ($t_A \approx 15{,}92$, $t_B = -17{,}45$)
- um $H_0: \beta_2 = -\beta_1$ zu testen benötigen wir den Standardfehler den R-Project so nicht liefern kann

d) Schreibe dazu: $\theta_1 = \beta_1 + \beta_2 \Rightarrow \beta_1 = \theta_1 - \beta_2$

einsetzen in Modell: $voteA = \beta_0 + \theta_1 \, ln(expandA)$

$$+ \beta_2 \left[ ln(expandB) - ln(expandA) \right] + \beta_3 \, prtystr + \varepsilon$$

jetzt mit R-Project schätzen, man erhält: $\hat{\theta}_1 \approx -0{,}532$

und $se(\theta_1) \approx 0{,}533$

$\Rightarrow$ t-Teststatistik aufstellen: $t = \dfrac{\hat{\theta}_1 - \theta_1}{se(\theta_1)} = \dfrac{-0{,}532 - 0}{0{,}533} \approx -1$

$\Rightarrow H_0: \beta_1 + \beta_2 = 0$ kann nicht abgelehnt werden