EWifo 2. Übung

[redacted]

Aufg 12

$y = \beta_0 + \beta_1 \cdot x + \epsilon$ mit $E[\epsilon] = \alpha_0 \neq 0$

Umschreiben des Modells:

$$y = (\alpha_0 + \beta_0) + \beta_1 \cdot x + \underbrace{(\epsilon - \alpha_0)}_{\delta}$$

Definiere: $\delta := \epsilon - \alpha_0$, sodass

$$E[\delta] = E[\epsilon - \alpha_0] = \alpha_0 - \alpha_0 = 0$$

Somit ist der neue y-Abschnitt $\alpha_0 + \beta_0$, die Steigung bleibt β_1

Aufg 13

a) Sei y_i die Bachelornote und x_i die Abinote eines Studenten, für $i \in \{1, ..., 8\}$

ges.: Bachelornote $= \hat{\beta}_0 + \hat{\beta}_1 \cdot$ Abinote

$$\hat{\beta}_0 = \bar{y} - \hat{\beta}_1 \bar{x} \qquad \hat{\beta}_1 = \frac{\sum_{i=1}^{n} (y_i - \bar{y})(x_i - \bar{x})}{\sum_{i=1}^{n} (x_i - \bar{x})^2}$$

dann folgende Tabelle:

	y_i	$x_i - \bar{y}$	x_i	$x_i - \bar{x}$	$(x_i - \bar{x})^2$	$(y_i - \bar{y})(x_i - \bar{x})$
1	3	0,125	3	0,5875		
2	2,3	-0,575	2,7	0,2875		
3	3	0,125	2	-0,4125		
4	2,3	-0,575	2,3	-0,1125		
5	2	-0,875	1,7	-0,7125		
6	3	0,125	2,3	-0,1125		
7	3,7	0,825	2,3	-0,1125		
8	3,7	0,825	3	0,5875		
Σ	23				1,4891	0,9224
$\frac{1}{8}\Sigma$	2,875		$\bar{x} = 2,4125$			

$\Rightarrow \hat\beta_1 = \dfrac{0{,}9224}{1{,}4891} \approx 0{,}6194$ [redacted]

$\Rightarrow \hat\beta_0 = \bar y - \hat\beta_1 \bar x = 2{,}875 - 0{,}6194 \cdot 2{,}4125$

$= 1{,}3807$

$\Rightarrow$ Schätzgleichung:

$\widehat{\text{Bachelornote}} = 1{,}3807 + 0{,}6194 \cdot \text{Abinote}$

Ordinatenabschnitt (β_0) ist hier nicht sinnvoll, da die Abinote "0" nicht vergeben werden kann.

Wenn sich die Abinote um 0,5 verschlechtert, so steigt die Bachelornote um ca. $0{,}6194 \cdot 0{,}5 = 0{,}3097$

b) Lösung mittels Tabelle:

i	y_i	x_i	$\hat y_i$	e_i ($y_i - \hat y_i$)	$(y_i - \bar y)^2$	$(\hat y_i - \bar{\hat y})^2 = (\hat y_i - \bar y)^2$
1	3	3	3,2389	−0,2389	0,0156	0,1324
2	2,3	2,7	3,0531	−0,7531	0,3306	0,0317
3	⋮	⋮				
4						
5						
6						
7						
8						
				$\Sigma \approx 0$	2,8348	0,5712

$$\sigma_y^2 = \frac{1}{8-1}\sum_{i=1}^{8}(y_i - \bar y)^2 = 0{,}4050$$

$$\hat\sigma_y^2 = \frac{1}{8-1}\sum_{i=1}^{8}(\hat y_i - \bar y)^2 = 0{,}0816$$

c) $\hat y = 1{,}3807 + 0{,}6194 \cdot 1{,}3 \approx 2{,}18592$

d) $R^2 = \frac{\hat{\sigma}_y^2}{\sigma_y^2} = \frac{\frac{1}{n-1}\sum_{i=1}^{n}(\hat{y}_i - \bar{y})^2}{\frac{1}{n-1}\sum_{i=1}^{n}(y_i - \bar{y})^2} = \frac{0{,}5712}{2{,}8348} \approx 20{,}15\%$

Aufg 14

Faktoren in ϵ:

a) - Einkommen, familiärer Hintergrund, Alter, ...

Korrelation zwischen Faktoren und dem Ausbildungslevel?

Ja, kann für jeden Faktor zutreffen!

Einkommen / Bildung — positiv korreliert

fam. Hintergrund / " — " "

Alter / " — negativ " (Zugang zu Bildung früher schlechter)

b) Ceteris Paribus Effekt kann aufgezeigt werden, wenn $E[\epsilon \mid Bildung] = 0$ ist.

Hier ist Korrelation zwischen einem der oben genannten Faktoren und Bildung sehr wahrscheinlich, so dass $E[\epsilon \mid Bildung] \neq 0$

$\Rightarrow$ OLS-Schätzer ist verzerrt (Annahme 3 verletzt)

Aufgabe 15

a) $sav = \beta_0 + \beta_1 inc + \epsilon$

mit $\epsilon = \sqrt{inc} \cdot f$

$E[f] = 0$

$Var(f) = \sigma_f^2$

und f und inc sind stoch. unabh.

z.z.: $E[\epsilon \mid inc] = 0$

f und inc stoch. unabh. $\Rightarrow E[f \mid inc] = E[f] = 0$

und $Var(f \mid inc) = Var(f)$

Wenn Erwartungswert auf inc konditioniert wird (d.h. der bedingte Erwartungswert gebildet wird), wird inc zur Konstanten!

Also:

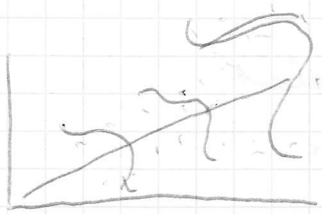
$E[\epsilon | inc] = E[\sqrt{inc} \cdot f \mid inc]$

$= \sqrt{inc} \cdot E[f \mid inc] = \sqrt{inc} \cdot \underbrace{E[f]}_{0} = 0$

b) $Var(\epsilon | inc) = \underbrace{\sigma_f^2}_{\text{Const}} \cdot inc$

↳ würde heißen, dass Homoskedastizität verletzt ist

⇒ Heteroskedastizität gegeben



Wenn die Varianz der erklärten Variable für alle Ausprägungen der erklärenden Variable nicht signifikant unterschiedlich ist (sondern const.) liegt Homoskedastizität vor.

$Var(\epsilon | inc) = Var(\sqrt{inc} \cdot f \mid inc)$

$= inc \, Var(f) = \sigma_f^2 \cdot inc \neq const$
(Ü1, stoch. unabh.)

⇒ Varianz steigt mit steigendem Einkommen

c) Ja, plausibel!

Haushalte ~~mit~~ mit höherem Einkommen haben mehr finanziellen Spielraum nach Deckung der Lebenshaltungskosten. Es stehen weiterhin „große" Einkommensteile zur Verfügung.
(→ Wahl zwischen Konsum und Sparen)

→ Größere Varianz um größere Variabilität im Sparverhalten auszudrücken!

Aufg 16

a) Vorzeichen plausibel, da fallende Häuserpreise mit sinkende Entfernung zur Anlage zu vermuten sind.

b) OLS ~~unverzerrt~~?

OLS-Schätzer ist wahrscheinlich verzerrt. Die Stadt wird wohl kaum die Anlage in teureren Wohngebieten bauen.

⇒ ln(dist) wird wohl positiv mit der Häuserqualität korreliert sein

c) Beeinflussung des Häuserpreises nicht nur durch dist. (im Modell), sondern auch durch weitere Faktoren..
z. B. Größe der Wohnfläche / dist → positiv korreliert
Alter des Gebäudes / dist → pos./neg. "

Aufgabe 17

a) Δ bwght = 291g $\hat{=}$ 8,6 %

b) Nicht unbedingt!
Es gibt viele Faktoren, die auf bwght Einfluss haben können UND zugleich mit cigs korreliert sein können
z. B. generelle Gesundheit der Mutter
Koffein
Alkohol
⋮

c) bwght $\overset{!}{=}$ 3500
⇒ cigs ≈ −7,2 Unsinn!
→ Indiz dafür, dass komplizierte Zusammenhänge nicht mit nur EINER erklärenden Variable modelliert werden können → Tatsächlich im Datensatz mehr als 700 Beobachtungen mit bwght > 3395

d) Das geschätzte Gewicht liegt notwendigerweise in der Mitte aller Beobachtungen.
⇒ genau EIN Geburtsgewicht
⇒ Unterschätzung von hohen Gewichten, die durchaus auftreten