KT GÜ 3 04. NOV. 2010

A 2.7.) c.)

Gesucht: Kapazität $B \to \infty$

$$C_\infty = \lim_{B\to\infty} B \cdot ld\left(1+\frac{S}{N}\right)$$

$$\underset{N=2\cdot B\cdot w_0}{=} \lim_{B\to\infty} B \cdot ld\left(1+\frac{S}{2\cdot B\cdot w_0}\right)$$

$$= \frac{ld(e)}{2} \cdot \frac{S}{w_0}$$

$$S = \left(\frac{S}{N}\right)_{a.)} \cdot N_{a.)} = \left(\frac{S}{N}\right)_{a.)} \cdot 2 \cdot B_{a.)} \cdot w_0$$

$$= \frac{ld(e)}{2} \cdot \left(\frac{S}{N}\right)_{a.)} \cdot 2 \cdot B_{a.)} \cdot \frac{\cancel{w_0}}{\cancel{w_0}}$$

$$= ld(e) \cdot \left(\frac{S}{N}\right)_{a.)} \cdot B_{a.)}$$

$$= ld(e) \cdot 10^3 \cdot 5\,MHz$$

$$= 7213{,}48\,\frac{Mbit}{s}$$

$$N_2 \cdot R \overset{!}{\leq} C_\infty$$

$$\Rightarrow N_2 \leq \frac{C_\infty}{R} = \frac{7213{,}48\,\frac{Mbit}{s}}{\underset{\text{aus b.)}}{34{,}42}\,\frac{Mbit}{s}} = 209{,}57$$

$$\Rightarrow N_2 \leq 209$$

## A.3.1.) Codierung diskreter Quellen

- Zielsetzung: Codierung einer Menge von Ereignissen mit untersch. Auftrittswahrsch., so ~~zu kodieren~~, dass die Datenrate möglichst gering wird.
  - → Grenzwert: mittlere Informationsgehalt (i.A. nicht erreicht)
- Vorgehen:
  - Zuteilung unterschiedlich langer Codewörter entsprechend Auftrittswahrscheinlichkeiten
  - Jede Bitstelle enthält möglichst großen Informationsgehalt
  - → Zustände „0“ und „1“ sollen möglichst gleichwahrsch. auftreten.

a.) Gesucht:
- Huffman Code für beide Quellen
- relative Coderedundanzen.

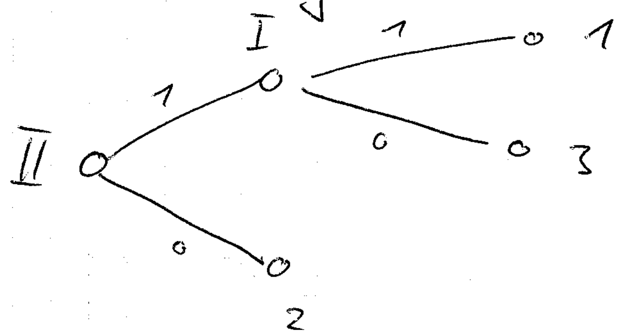
Quelle 1:

| $s_i^{(1)}$ | $P(s_i^{(1)})$ | |
|---|---|---|
| 2 | 0,5 | |
| 1 | 0,3 | I |
| 3 | 0,2 | I |

| $s_i^{(2)}$ | $P(s_i^{(2)})$ | |
|---|---|---|
| I | 0,5 | II |
| 2 | 0,5 | II |

KT Bü 2 

Entscheidungsbaum:




| $s_i$ | $p(s_i)$ | $x_i$ | $w_i$ | $p(s_i) \cdot w_i$ |
|---|---|---|---|---|
| 1 | 0,3 | 11 | 2 | 0,6 |
| 2 | 0,5 | 0 | 1 | 0,5 |
| 3 | 0,2 | 10 | 2 | 0,4 |

Mittlere Codewortlänge: $L_1 = E\{w_i\}$

$$= \sum_{i=1}^{3} p(s_i)\, w_i$$

$$= 1{,}5 \text{ bit/Symbol}$$

Entropie: $H_1 = -\sum_{i=1}^{3} p(s_i)\, ld(p(s_i))$

$$= 1{,}486 \frac{\text{bit}}{\text{~~Symbole~~}}$$

Code-Redundanz: $r_{C_1} = \frac{L_1 - H_1}{H_1} \cdot 100\%$

$$= \frac{1{,}5 - 1{,}486}{1{,}486} \cdot 100\%$$

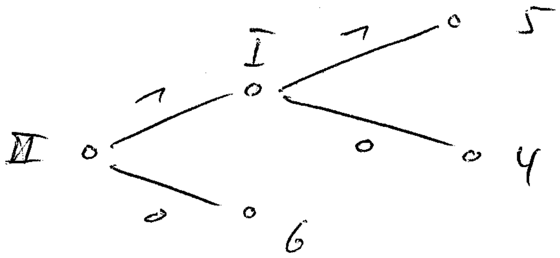
$$= 0{,}94\%$$

Quelle 2:

| $s_i^{(1)}$ | $p(s_i^{(1)})$ | |
|---|---|---|
| 6 | 0,4 | |
| 5 | 0,35 | 1 I |
| 4 | 0,25 | 0 |

| $s_i^{(2)}$ | $p(s_i^{(2)})$ | |
|---|---|---|
| I | 0,6 | 1 II |
| 6 | 0,4 | 0 |
| ~~5~~ | | |

Entscheidungsbaum:




| $s_i$ | $x_i$ | $w_i$ |
|---|---|---|
| 4 | 10 | 2 |
| 5 | 11 | 2 |
| 6 | 0 | 1 |

mittlere Codewortlänge:

$$L_2 = 2 \cdot 0{,}25 + 2 \cdot 0{,}35 + 0{,}4$$

$$= 1{,}6 \frac{\text{bit}}{\text{Symbol}}$$

Entropie: $H_2 = 1{,}56 \frac{\text{bit}}{\text{Symbol}}$

Code-Redundanz: $r_{C_2} = \frac{1{,}6 - 1{,}56}{1{,}56} \cdot 100\%$

$$= 2{,}56\ \%$$

b) Quellen sind stat. unabh.

=> Einzelwahrsch. multiplizieren

$$p(25) = p(2) \cdot p(5) = 0{,}5 \cdot 0{,}35 = 0{,}175$$

$$p(34) = p(3) \cdot p(4) = 0{,}2 \cdot 0{,}25 = 0{,}05$$

c) Gesucht: Optimalcode für zweistellige Zahlen nach Huffman

$[p(x,y)] =$

| | 4 | 5 | 6 |
|---|---|---|---|
| 1 | 0,075 | 0,105 | 0,12 |
| 2 | 0,125 | 0,175 | 0,2 |
| 3 | 0,05 | 0,07 | 0,08 |

KT GÜ3

| $s_i^{(1)}$ | $p(s_i^{(1)})$ | |
|---|---|---|
| 26 | 0,2 | |
| 25 | 0,175 | |
| 24 | 0,125 | |
| 16 | 0,12 | |
| 15 | 0,105 | |
| 36 | 0,08 | |
| 14 | 0,075 | |
| 35 | 0,07 | 1 I |
| 34 | 0,05 | 0 |

| $s_i^{(2)}$ | $p(s_i^{(2)})$ | |
|---|---|---|
| 26 | 0,2 | |
| 25 | 0,175 | |
| 24 | 0,125 | |
| I | 0,12 | |
| 16 | 0,12 | |
| 15 | 0,105 | |
| 36 | 0,08 | 1 II |
| 14 | 0,075 | 0 |

| $s_i^{(3)}$ | $p(s_i^{(3)})$ | |
|---|---|---|
| 26 | 0,2 | |
| 25 | 0,175 | |
| II | 0,155 | |
| 24 | 0,125 | |
| I | 0,12 | |
| 16 | 0,12 | 1 III |
| 15 | 0,105 | 0 |

| $s_i^{(4)}$ | $p(s_i^{(4)})$ | |
|---|---|---|
| III | 0,225 | |
| 26 | 0,2 | |
| 25 | 0,175 | |
| II | 0,155 | |
| 24 | 0,125 | 1 IV |
| I | 0,12 | 0 |

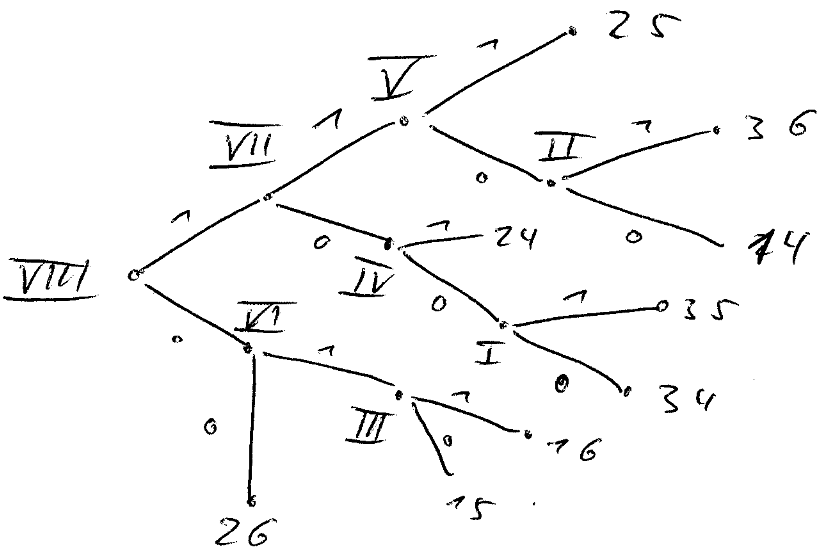
| $s_i^{(5)}$ | $p(s_i^{(5)})$ | |
|---|---|---|
| IV | 0,245 | |
| III | 0,225 | |
| 26 | 0,2 | |
| 25 | 0,175 | 1 V |
| II | 0,155 | 0 |

| $s_i^{(6)}$ | $p(s_i^{(6)})$ | |
|---|---|---|
| V | 0,33 | |
| IV | 0,245 | |
| III | 0,225 | 1 VI |
| 26 | 0,2 | 0 |

| $s_i^{(7)}$ | $p(s_i^{(7)})$ | | |
|---|---|---|---|
| VI | 0,425 | | |
| V | 0,33 | 1 | VII |
| IV | 0,245 | 0 | |

| $s_i^{(8)}$ | $p(s_i^{(8)})$ | | |
|---|---|---|---|
| VII | 0,575 | 1 | VIII |
| VI | 0,425 | 0 | |

Entscheidungsbaum:




| $s_i$ | $p(s_i)$ | $x_i$ | $w_i$ | $p(s_i)\, w_i$ |
|---|---|---|---|---|
| 26 | 0,2 | 00 | 2 | 0,4 |
| 25 | 0,175 | 111 | 3 | 0,525 |
| 24 | 0,125 | 101 | 3 | 0,375 |
| 16 | 0,12 | 011 | 3 | 0,36 |
| 15 | 0,105 | 010 | 3 | 0,315 |
| 36 | 0,08 | 1101 | 4 | 0,32 |
| 14 | 0,075 | 1100 | 4 | 0,3 |
| 35 | 0,07 | 1001 | 4 | 0,28 |
| 34 | 0,05 | 1000 | 4 | 0,2 |

04. NOV. 2010

d.) Gesucht: welche Codierung ist günstiger?

Mittlere Codewortlänge des Codes für zweistellige Zahlen

$L_{c)} = \sum_i p(s_i) \cdot w_i = 3{,}075 \frac{bit}{Symbol}$

Mittlere Codewortlänge der beiden Codes für einstellige Zahlen

$L_{a)} = L_1 + L_2 = 3{,}1 \frac{bit}{Doppelsymbol}$

=> Die Codierung von zweistelligen Zahlen ist etwas günstiger, da $L_{c)} < L_{a)}$