23. DEZ. 2010

KT GÜ 10

A 6.5.)

<u>Gegeben:</u> - systematischer, zyklischer Code

$m = 7$

- Generatorpolynom $G(z)$ vom Grad $m-n = 4$

$$G(z) = z^4 + z^3 + z^2 + g_1 \cdot z + 1$$

aus a.)

$g_1 = 0$

b.)

<u>Gesucht:</u> - # Informationsstellen
- Codepolynome

Es gilt $m-n=4 \Rightarrow n=3$

$$\Rightarrow X(z) = x_0 + x_1 \cdot z + x_2 \cdot z^2$$

<u>Codierung:</u> - nicht systematische Codes

$$Y(z) = X(z) \cdot G(z)$$

- hier: systematischer Code

$$Y(z) = B(z) + z^{m-n} \cdot X(z)$$

systematischer Anteil

$$\overset{z^0}{} \underbrace{\boxed{B(z)}}_{m-n \text{ Stellen}} \overset{z^{m-n-1}}{} \underbrace{\boxed{z^{m-n} \cdot X(z)}}_{n \text{ Stellen}} \overset{z^{m-1}}{}$$

$$B(z) = \text{Rest}\left\{ \frac{z^{m-n}\, X(z)}{G(z)} \right\}$$

Nullpolynom: $Y_0(z) = 0$ mit $X_0(z) = 0$

Bestimmung von $Y_1(z) = B_1(z) + z^{m-n} X_1(z)$

mit $X_1(z) = 1$

$$B_1(z) = \text{Rest}\left\{\frac{z^{m-n}\,x_1(z)}{G(z)}\right\}$$

Polynomdivision

$$z^4 : (z^4+z^3+z^2+1) = 1 + \frac{B_1(z)}{G(z)}$$

$$\frac{\oplus\; z^4+z^3+z^2+1}{z^3+z^2+1 = B_1(z)}$$

$$\Rightarrow y_1(z) = \underbrace{1+z^2+z^3}_{B_1(z)} + \underbrace{z^4}_{\substack{\text{systematischer Anteil} \\ z^{m-n}\cdot x_1(z)}}$$

$x_2(z) = \cancel{\ } z$

Entweder: $z^5 : z^4+z^3+z^2+1 = \ldots$

$\rightarrow$ umständlich

oder: Ausnutzung der Codeeigenschaften

1.) zyklische Verschiebung von $y_1(z)$ (zyklischer Code) ergibt gültiges Codewort

$$\Rightarrow y_2'(z) = z\cdot y_1(z) = z+z^3+\underbrace{z^4+z^5}_{z^4\cdot(1+z)} = y_3(z)$$

für y_2 gewünscht:

$$\underbrace{0\cdot z^4 + 1\cdot z^5 + 0\cdot z^6}_{z^4\cdot x_2(z)}$$

$\Rightarrow$ für y_2 muss „z^4" gelöscht werden

2.) Addition von Codepolynomen führt zu gült. Codepolynom (Linearer Code)

KT GÜ 10 23. DEZ. 2010

$$y_2'(z) + y_1(z) = 1 + z + z^2 + z^5 = y_2(z)$$

$$z^4 \cdot X(z)$$

Bestimmung des Codepolynoms für $X_3(z) = 1+z$
$= X_1(z) + X_2(z)$

- entweder siehe oben
- oder durch Addition

$$y_3(z) = y_1(z) + y_2(z) = z + z^3 + z^4 + z^5$$

Bestimmung des Codepolynoms für $X_4(z) = z^2$
analog zu $X_2(z)$

$$y_4(z) = z \cdot y_2(z) = z + z^2 + z^3 + z^6$$

Bestimmung der restlichen Codepolynome durch Addition:

$$y_5(z) = 1 + z + z^4 + z^6$$
$$y_6(z) = 1 + z^3 + z^5 + z^6$$
$$y_7(z) = z^2 + z^4 + z^5 + z^6$$

c.) Gesucht: - Mindest-Hammingdistanz d_{min}
- Korrektureigenschaften

$$d_{min} = \min_{i=1..7} \| y_i \|$$

alle Codepolynome haben das Gewicht 4 $\Rightarrow d_{min} = 4$

$\Rightarrow$ 1-fache Fehler korrigierbar und 2-fache Fehler erkennbar oder

bis zu 3-fache Fehler erkennbar

d$_1$) Gesucht: Syndrom für $Z(z) = z^6 + z^5 + z^4$

$$s(z) = \text{Rest}\left(\frac{Z(z)}{G(z)}\right)$$

Polynomdivision

$$(z^6 + z^5 + z^4) : (z^4 + z^3 + z^2 + 1) = z^2 + \frac{Z(z)}{G(z)}$$
$$\oplus (z^6 + z^5 + z^4 + z^2)$$
$$z^2 = s(z)$$

=> Bei der Übertragung ist ein Fehler aufgetreten.

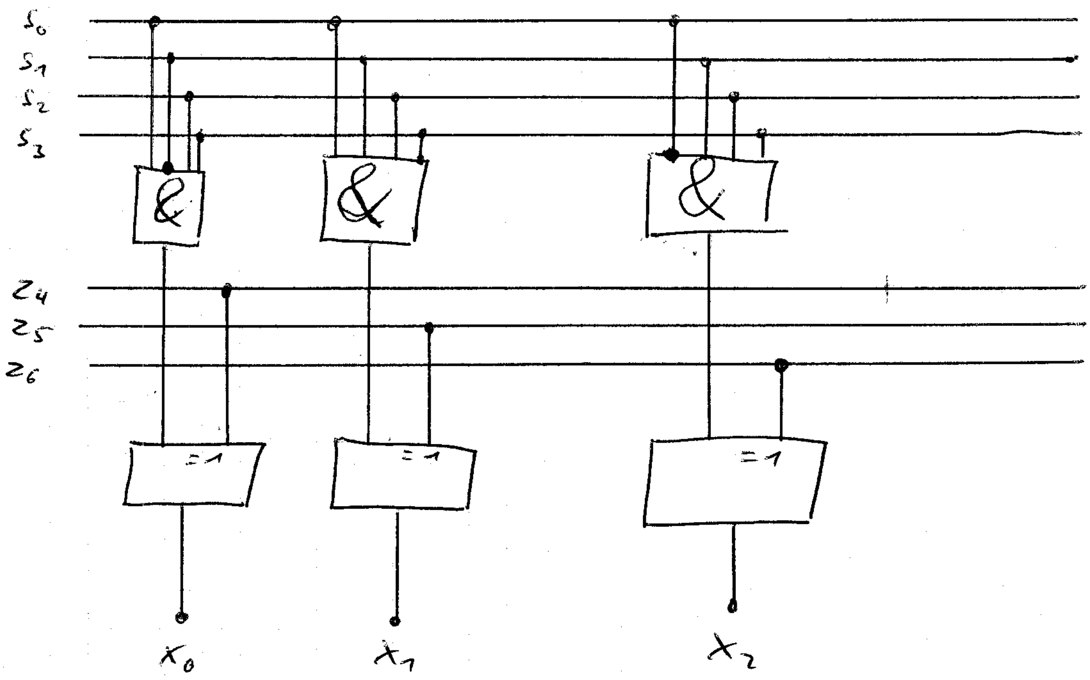
e.) Gesucht: Schaltung zur Korrektur einfacher Fehler

zunächst: Bestimmung der Syndromtabelle (nur Korrektur von systematischen Bitstellen erforderlich)

Gestörte Bitstelle	Syndrom
$E_4(z) = z^4$	$1 + z^2 + z^3$
$E_5(z) = z^5$	$1 + z + z^2$
$E_6(z) = z^6$	$z + z^2 + z^3$

Berechnung über $s_i(z) = \text{Rest}\left\{\frac{E_i(z)}{G(z)}\right\}$

KT GÜ 10 23. DEZ. 2010



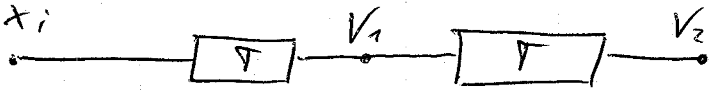
Aufgabe 7.1.)

Gegeben: - Faltungscodierer der Rate $\frac{k}{n} = \frac{1}{3}$

- unvollständiges Zustandsdiagramm

a.) Gesucht: Werte der Zustandsvariablen für die Zustände b, c, d

Realisierung durch Schieberegister (des Faltungscodierers) mit Abgriffen



a = 0 0 = V_1 V_2

b = 1 0

d = 0 1

c = 1 1

b.) Gesucht: Impulsantwort aus dem Zustandsdiagramm als Reaktion auf die Folge $\underline{x} = (1\ 0\ 0\ 0 \ldots)$

$$y_0 = (1\ 1\ 1 \quad 0\ 0\ 1 \quad 0\ 1\ 1 \quad 0\ 0\ 0 \ \ldots \ 0\ 0\ 0)$$