KT GÜ 8 09. DEZ. 2010

Zusammenfassung: Linearer Blockcode
- Abbildung von 2^n Informationsvektoren $\underline{X}$ der Länge n auf 2^n Codevektoren $\underline{Y}$ der Länge $m > n$
- Die 2^n Codevektoren $\underline{Y}$ bilden ~~Unterraum~~ Untervektorraum U der Dimension n im Vektorraum der 2^m möglichen Vektoren mit der Dimension m.
- Der Untervektorraum U wird von n linear unabhängigen Basisvektoren aufgespannt, die sich zeilenweise zur Generatormatrix G der Dimension $m \times n$ zusammenfassen lassen.

Es gilt:
- $\underline{Y} = \underline{X} \cdot \underline{G} \in U$
- Falls $\underline{Y}_1, \underline{Y}_2 \in U$
  $\Rightarrow \underline{Y}_3 = \underline{Y}_1 \oplus \underline{Y}_2 \in U$
- $\underline{0} \in U$

A 6.1.)

a.) Gegeben: $\underline{G} = \begin{bmatrix} 1001101 \\ 0111010 \end{bmatrix}$ Basisvektoren

Gesucht: $\underline{Y}_i$

Aus $\underline{G}$ folgt $n=2$, $m=7$
$\Rightarrow \underline{X} \in \{(00),(01),(10),(11)\}$

$\underline{x}_i$	$\underline{y}_i = \underline{x}_i \cdot G$	$\|\underline{y}_i\|$
0 0	0 0 0 0 0 0 0	0
0 1	0 0 1 1 0 1 0	$\underline{\underline{3}}$ $= d_{min}$
1 0	1 0 0 1 1 0 1	4
1 1	1 0 1 0 1 1 1 $= \underline{y}_1 \oplus \underline{y}_2$	5

b.) Ges.: mindest-Hamming-Distanz d_{min}

Definition: d_{min} ist die kleinste Distanz (Anzahl unterschiedlicher Bitstellen) zweier verschiedener Codewörter. Zur Bestimmung müssen prinzipiell alle $\binom{2^n}{2}$ Kombinationen aus zwei Codewörtern untersucht werden.

Einfacher: Ausnutzung der Linearitäts-eigenschaften

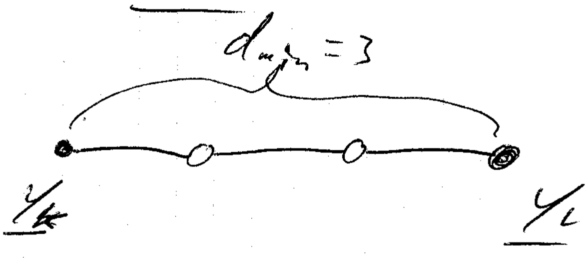
$$\|\underline{y}_k \oplus \underline{y}_l\| = \|\underline{y}_i\|$$

D.h. es gibt nur 2^n Hamming distanzen, die durch die Gewichte der Codevektoren gegeben sind.

hier: $d_{min} = \min_{i \neq 0} \|\underline{y}_i\|$

$\underline{\underline{d_{min} = 3}}$

c.) Ges.: Korrektureigenschaften



$\Rightarrow d_{min} - 1 = 2$-fache Bitfehler sind erkennbar

oder

$\left\lfloor \frac{d_{min}-1}{2} \right\rfloor = 1$-fache Bitfehler korrigierbar

d.) Gesucht: Modifizierter Code mit größerer Mindest-Hamming-Distanz

1001101 Der Basisvektor
0011010 0011010 ist der Codevektor mit dem kleinsten Gewicht. Durch gezielte Umwandlung einer „0" in eine „1" wird die minimale Hamming-Distanz auf $d_{min} = 4$ erhöht, wobei die Basisvektoren linear unabh. bleiben müssen.

z.B.: $G' = \begin{bmatrix} 1001101 \\ 0\underline{\underline{1}}11010 \end{bmatrix}$ $\qquad \|y_i\| \downarrow$

$\Rightarrow y_1' = 1001101 \qquad 4$

$y_2' = 0111010 \qquad 4$

$y_3' = 1110111 \qquad 6$

$\Rightarrow d_{min} = 4$