

A 2.4.)Gegeben:  $P(A) = P(B) = P(C) = P(D) = P(E) = \frac{1}{5}$ 

$$P(D|C) = 1$$

$$P(E|D) = 1$$

$$P(B|A) = P(B|B) = 0$$

$$P(A|A) = P(C|A) := \alpha$$

a.) Gesucht: Übergangswahrscheinlichkeiten  
 $P(X_j | X_i)$ Es gilt allgemein:

$$\sum_j P(X_j | X_i) \stackrel{!}{=} 1 \quad \forall i \quad (\hat{=} \text{Spaltensumme} = 1)$$

Unter speziell:

$$P(X_j) = \sum_i P(X_j | X_i) \cdot P(X_i) \stackrel{!}{=} P(X_i) = \frac{1}{5} \quad \forall i, j$$

↑  
wegen  
Gleichverteilung

$$\Rightarrow \sum_i P(X_j | X_i) \stackrel{!}{=} 1 \quad \forall j \quad (\hat{=} \text{Zeilensumme} = 1)$$

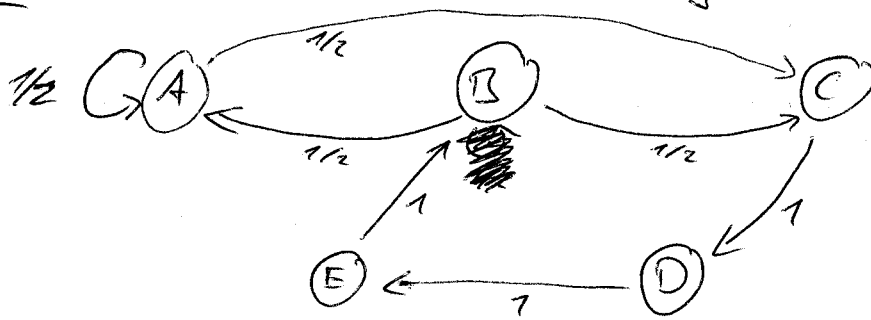
$[P(X_j | X_i)] =$

$\downarrow X_j   X_i \rightarrow$	A	B	C	D	E
A	$\frac{1}{2}$	$\frac{1}{2}$	0	0	0
B	0	0	0	0	1
C	$\frac{1}{2}$	$\frac{1}{2}$	0	0	0
D	0	0	1	0	0
E	0	0	0	1	0

1.) Gegeben

2.) Spaltensumme  $\stackrel{!}{=} 1$ 3.) Zeilensumme  $\stackrel{!}{=} 1$ 4.) Spaltensumme  $\stackrel{!}{=} 1$ 5.) Gegeben + Spaltensumme6.) Zeilensumme  $\stackrel{!}{=} 1$

b.) Gesucht: Zustandsdiagramm



c.) Gesucht: Entropiegehalt  $H(x)$   
bedingte Entropie  $H(x(k)|x(k-1))$

$$H(x) = - \sum_i P(x_i) \cdot \log(P(x_i)) = - 5 \cdot \frac{1}{5} \cdot \log\left(\frac{1}{5}\right)$$

$$= \log\left(\frac{1}{5}\right) = \underline{\underline{2,32 \frac{\text{bit}}{\text{Zeichen}}}}$$

$$H(x(k)|x(k-1)) = - \sum_i \sum_j P(x_i, x_j) \cdot \log(P(x_j|x_i))$$

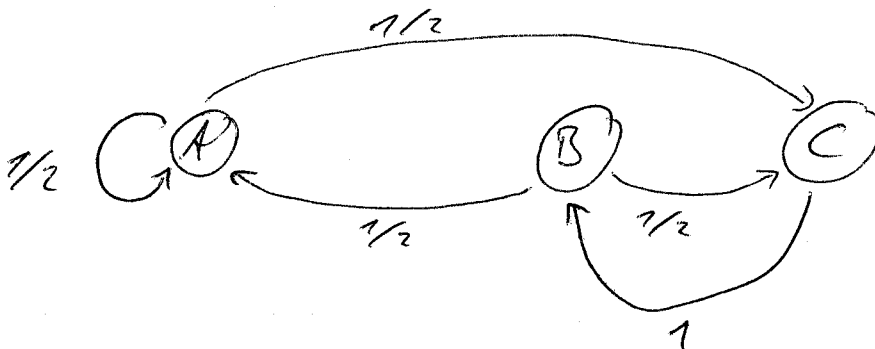
$$= - \sum_i \sum_j P(x_i) \cdot P(x_j|x_i) \cdot \log(P(x_j|x_i))$$

$$= - \left( 4 \cdot \frac{1}{5} \cdot \frac{1}{2} \cdot \log\left(\frac{1}{2}\right) + 3 \cdot \frac{1}{5} \cdot 1 \cdot \log(1) \right)$$

$$= \underline{\underline{0,4 \frac{\text{bit}}{\text{Zeichen}}}}$$

d.) Gesucht: Zustandsdiagramm für

$$P(B|C) = 1$$



e.) Gesucht:  $P(A), P(B), P(C)$   
 $H(X), H(X(k) | X(k-1))$

Es gilt:

$$[P(X_i | X_j)] =$$

$\downarrow X_j   X_i \rightarrow$	A	B	C
A	$\frac{1}{2}$	$\frac{1}{2}$	0
B	0	0	1
C	$\frac{1}{2}$	$\frac{1}{2}$	0

$$\Rightarrow \text{mit } P(X_j) = \sum_i P(X_j | X_i) \cdot P(X_i):$$

$$P(A) = \frac{1}{2} \cdot P(A) + \frac{1}{2} \cdot P(B) \Rightarrow P(A) = P(B)$$

$$P(B) = 1 \cdot P(C)$$

$$P(C) = \frac{1}{2} \cdot P(A) + \frac{1}{2} \cdot P(B)$$

$$\Rightarrow P(A) + P(B) + P(C) \stackrel{!}{=} 1$$

$$\underline{\underline{P(A) = P(B) = P(C) = \frac{1}{3}}}$$

$$\Rightarrow H(X) \stackrel{\uparrow}{=} \log(3) = \underline{\underline{1,58 \frac{\text{bit}}{\text{Symbol}}}}$$

da Gleichverteilung

$$H(X(k) | X(k-1)) = - \left( 4 \cdot \frac{1}{3} \cdot \frac{1}{2} \cdot \log\left(\frac{1}{2}\right) + \frac{1}{3} \cdot 1 \cdot \log(1) \right)$$

$$= \underline{\underline{\frac{2}{3} \frac{\text{bit}}{\text{Symbol}}}}$$

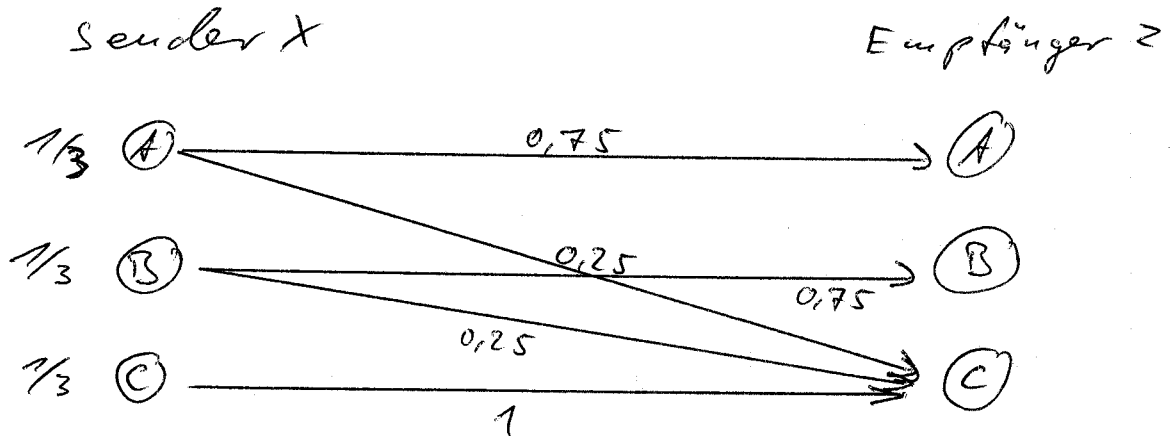
f.) Gesucht: Transformation

Gegeben:  $P(\text{z} = C | x = A) = 0,25$

$P(z = C | x = B) = 0,25$

"Rest" wird korrekt empfangen.

Kanal



$$\Rightarrow P(\text{z} = A) = P(x = A) \cdot P(z = A | x = A) \\ = \frac{1}{3} \cdot \frac{3}{4} = \underline{\underline{\frac{1}{4}}}$$

$$P(z = B) = P(x = B) \cdot P(z = B | x = B) \\ = \frac{1}{3} \cdot \frac{3}{4} = \underline{\underline{\frac{1}{4}}}$$

$$P(z = C) = 1 - P(z = A) - P(z = B) \\ = 1 - \frac{1}{4} - \frac{1}{4} = \underline{\underline{\frac{1}{2}}}$$

$$\Rightarrow H(z) = - \left( 2 \cdot \frac{1}{4} \cdot \log\left(\frac{1}{4}\right) + \frac{1}{2} \cdot \log\left(\frac{1}{2}\right) \right) \\ = \underline{\underline{\frac{3}{2} \frac{\text{b.i.t}}{\text{Symbol}}}}$$

$\downarrow z_i / x_i \rightarrow$	A	B	C
A	$\frac{3}{4}$	0	0
$[P(z_i   x_i)] = B$	0	$\frac{3}{4}$	0
C	$\frac{1}{4}$	$\frac{1}{4}$	1

$$\Rightarrow H(z|x) = - \left( 2 \cdot \frac{1}{3} \cdot \frac{3}{4} \cdot \log\left(\frac{3}{4}\right) + 2 \cdot \frac{1}{3} \cdot \frac{1}{4} \cdot \log\left(\frac{1}{4}\right) + \frac{1}{3} \cdot 1 \cdot \log(1) \right) \\ = \underline{\underline{0,54 \frac{\text{b.i.t}}{\text{Symbol}}}}$$

$$\begin{aligned}
 \Rightarrow \eta(z, x) &= H(z) - H(z|x) \\
 &= 1,5 \frac{\text{bit}}{\text{symbol}} - 0,54 \frac{\text{bit}}{\text{symbol}} \\
 &= \underline{\underline{0,96 \frac{\text{bit}}{\text{symbol}}}}
 \end{aligned}$$

A2.7.)

a.) Gegeben:  $B = 5 \text{ MHz}$   $\frac{S}{N} = 30 \text{ dB} = 10^{\frac{30}{10}}$

Gesucht: Kanal kapazität  $C$ 

$$\begin{aligned}
 C &= B \cdot \left( \log \left( 1 + \frac{S}{N} \right) \right) \\
 &= 5 \text{ MHz} \cdot \left( \log (1 + 10^3) \right) \\
 &= \underline{\underline{49,84 \frac{\text{Mbit}}{\text{s}}}}
 \end{aligned}$$

b.)Gesucht: Anzahl  $N$  „paralleler Quellen“

Entropie der Bildquelle:

$$\begin{aligned}
 H(x) &= -10 \cdot \frac{1}{10} \cdot \log \left( \frac{1}{10} \right) = \log(10) \\
 &= \underline{\underline{3,32 \frac{\text{bit}}{\text{Bildelement}}}}
 \end{aligned}$$

Übertragungsrate der Bildelemente

$$\begin{aligned}
 \tilde{R} &= 720 \frac{\text{Bildelemente}}{\text{Zeile}} \cdot 576 \frac{\text{Zeilen}}{\text{Bild}} \cdot 25 \frac{\text{Bilder}}{\text{s}} \\
 &= \underline{\underline{10,368.000 \frac{\text{Bildelemente}}{\text{s}}}}
 \end{aligned}$$

Informationsfluss der Quelle

$$\begin{aligned}
 R &= \frac{H(x)}{\Delta t} = \tilde{R} \cdot H(x) = 10.368.000 \frac{\text{Bildelem.}}{\text{s}} \\
 &\quad \cdot 3,32 \frac{\text{bit}}{\text{Bildelem.}} \approx \underline{\underline{34,42 \frac{\text{Mbit}}{\text{s}}}}
 \end{aligned}$$

Kapazitäts bedingung:

$$N_1 \cdot R \stackrel{!}{\leq} C$$

$$\Rightarrow N_1 \leq \frac{C}{R} = \frac{49,84 \frac{\text{Mbit}}{\text{s}}}{34,42 \frac{\text{Mbit}}{\text{s}}} = 1,44$$