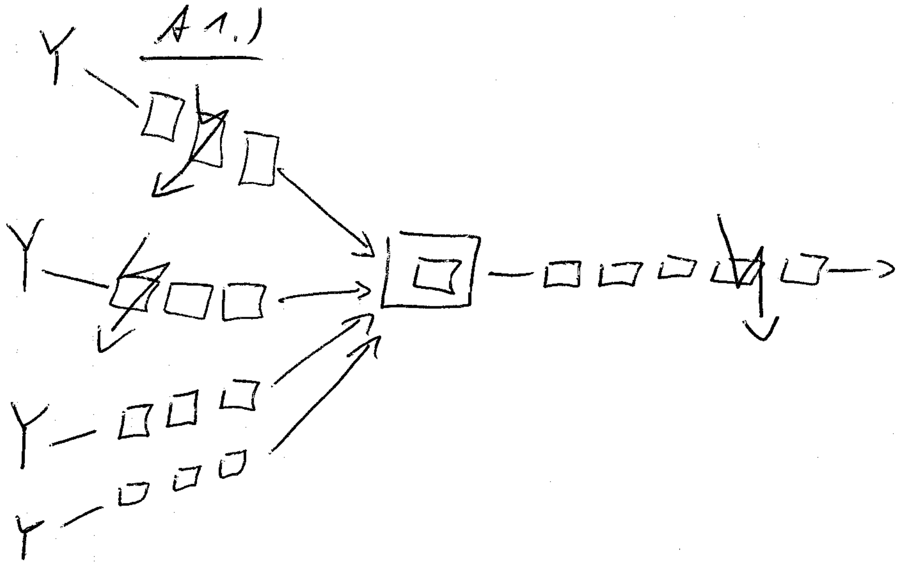
TI1 GÜ2

29. OKT. 2010

A1.)



a.) S_i : Paket von Server i
V : Paket verloren

$P(S_1) = 0{,}4 \qquad P(S_2) = 0{,}3 \qquad P(S_3) = 0{,}2$
$P(S_4) = 0{,}1$
$P(V \mid S_1) = 0{,}01 \qquad P(V \mid S_2) = 0{,}02$
$P(V \mid S_3) = 0{,}04 \qquad P(V \mid S_4) = 0{,}05$

gesucht: $P(V)$
Satz von der totalen Wahrscheinlichkeit

$$P(V) = \sum_{i=1}^{4} P(V \mid S_i) \cdot P(S_i)$$

$$= 0{,}01 \cdot 0{,}4 + 0{,}02 \cdot 0{,}3 + 0{,}04 \cdot 0{,}2 + 0{,}05 \cdot 0{,}1$$

$$\underline{\underline{\approx 0{,}023}}$$

b.) gesucht: $P(S_i \mid V)$
Benutze Bayes Formel

geg.: $P(V \mid S_i) = \frac{P(V \cap S_i)}{P(S_i)} \Leftrightarrow P(V \cap S_i) = P(V \mid S_i) \cdot P(S_i)$

ges.: $P(S_i \mid V) = \frac{P(V \cap S_i)}{P(V)} = \frac{P(V \cap S_i)}{\sum_{j=1}^{4} P(V \mid S_j) \cdot P(S_j)}$

$$= \frac{P(V|S_i)\,P(S_i)}{\underbrace{\sum_{j=1}^{4} P(V|S_j)\,P(S_j)}_{\substack{\text{aus o.)} \\ \approx 0{,}023}}}$$

$$P(S_1|V) = \frac{0{,}01 \cdot 0{,}4}{0{,}023} \approx 0{,}174$$

$$P(S_2|V) = \frac{0{,}02 \cdot 0{,}3}{0{,}023} \approx 0{,}261$$

$$P(S_3|V) = \ldots \approx 0{,}348$$

$$P(S_4|V) = \ldots \approx 0{,}217$$

<u>A2.)</u> seien A, B stochastisch unabhängig (s.u.)

$\Rightarrow P(A \cap B) = P(A) \cdot P(B)$

zu zeigen: A^c, B^c s.u.

$\Rightarrow P(A^c \cap B^c) = P(A^c)\,P(B^c)$

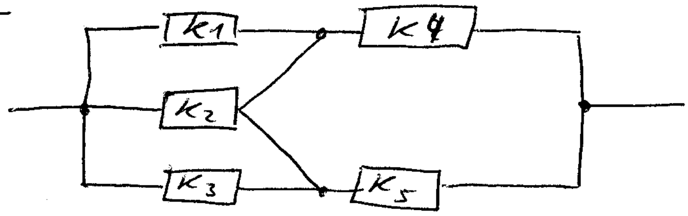
$$\begin{aligned}
P(A^c \cap B^c) &= 1 - P((A^c \cap B^c)^c) \\
&\overset{\text{de Morgan}}{=} 1 - P(A \cup B) \\
&= 1 - (P(A) + P(B) - P(A \cap B)) \\
&\overset{A,B \text{ s.u.}}{=} 1 - (P(A) + P(B) - P(A) \cdot P(B)) \\
&= 1 - P(A) - P(B) + P(A) \cdot P(B) \\
&= (1 - P(A))(1 - P(B)) \\
&= \underline{\underline{P(A^c) \cdot P(B^c)}}
\end{aligned}$$

$\square$

TI 1 Güz

29. OKT. 2010

A3.)



S: System intakt

$$S = \underbrace{(K_1 \cap K_4)}_{B_1} \cup \underbrace{(K_2 \cap K_4)}_{B_2} \cup \underbrace{(K_2 \cap K_5)}_{B_3} \cup \underbrace{(K_3 \cap K_5)}_{B_4}$$

$$P(S) = P(B_1 \cup B_2 \cup B_3 \cup B_4)$$

$$= 1 - P((B_1^c \cap B_2^c \cap B_3^c \cap B_4^c))$$

nicht unabh.!

$$P(S) \overset{\text{Satz d. totalen W'keit}}{=} P(S \mid K_2) \cdot P(K_2) + P(S \mid K_2^c)\, P(K_2^c)$$

$$= P(K_4 \cup K_5) \cdot P(K_2) + P((K_1 \cap K_4) \cup (K_3 \cap K_5)) \cdot (1 - P(K_2))$$

$$= \big(P(K_4) + P(K_5) - P(K_4)P(K_5)\big) \cdot P(K_2) + \big(P(K_1)P(K_4) + P(K_3) \cdot P(K_5) - P(K_1)P(K_4)P(K_3)P(K_5)\big) \cdot (1 - P(K_2))$$

$$\approx 0{,}90062$$