

Übung 5

Donnerstag, 18. November 2010

10:03

Aufg. 4.2

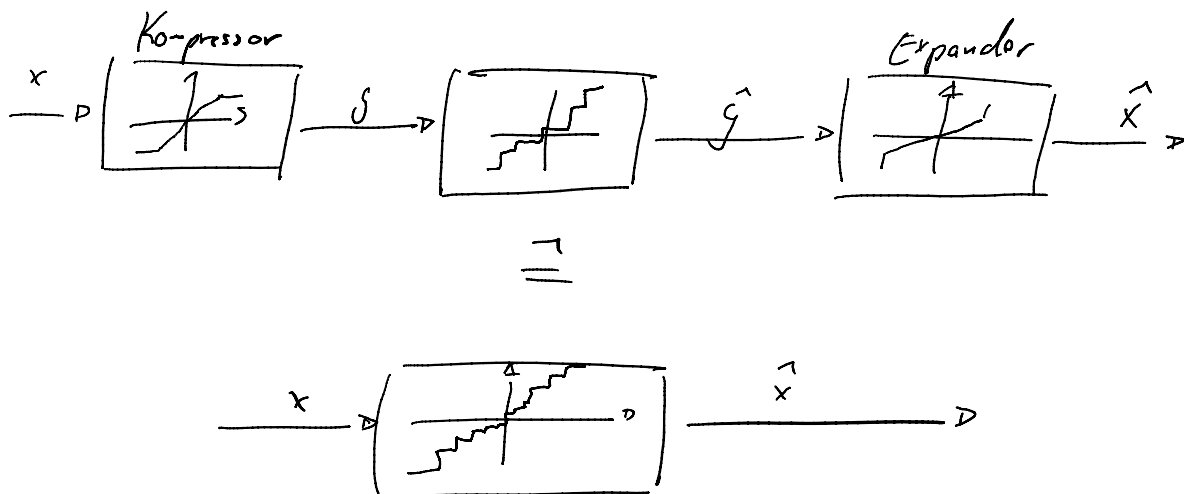
b) ges: Rauschleistung des Kompressionssystems

Quantisierung mit Komprimierung (ungl. Quantisierung)

kleinere Signale treten z.B. bei Sprachsignalen häufiger auf als große Werte

→ Ziel: feinere Auflösung (d.h. kleinere Quantisierungsstufenhöhen) bei kleinen Amplituden

→ Einsatz eines Kompressors



→ gleichmäßige Quantisierung des komprimierten Signals g , kann als ungl. Quantisierung des Signals x aufgefasst werden

→ Bestimmung des ungl. Quantisierers durch Nachrechnen der Quantisierungsintervalle und -Stufen mittels Kompressorcharakteristik

Bestimmung von $g(x)$ für $x \geq 0$

Teil 1: $0 \leq x \leq 0,6$

$$g(x) = \frac{0,75}{0,6} x = \frac{5}{4} x$$

Teil 2: $0,6 < x \leq 1$

$$g(x) = m \cdot x + t$$

$$a) m = \frac{\Delta g}{\Delta x} = \frac{0,25}{0,4} = \frac{5}{8}$$

$$b) g(1) \stackrel{!}{=} 1$$

$$\Rightarrow \frac{5}{8} \cdot 1 + t = 1 \Rightarrow t = \frac{3}{8}$$

$$\Rightarrow g(x) = \frac{5}{8} x + \frac{3}{8}$$

Bestimmung der Umkehrfkt $x(g)$ für $g \geq 0$

Teil 1: $0 \leq g \leq 0,75$

$$g(x) = \frac{5}{4} x \Rightarrow x(g) = \frac{4}{5} g$$

Teil 2: $0,75 < g \leq 1$

$$\begin{aligned} g(x) = \frac{5}{8} x + \frac{3}{8} &\Rightarrow x(g) = \left(g - \frac{3}{8}\right) \cdot \frac{8}{5} \\ &= \frac{8}{5} g - \frac{3}{5} \end{aligned}$$

i	G_i	\hat{x}_i	Δx_i
0	1/8	0,1	0,2
1	3/8	0,3	0,2
2	5/8	0,5	0,2
3	7/8	0,8	0,4

aus a)

$$N_{q_i} = \int_{-\frac{\Delta x_i}{2}}^{\frac{\Delta x_i}{2}} x^2 \cdot p(x + \hat{x}_i) dx$$

$$= (1 - \hat{x}_i^3) \cdot \frac{\Delta x_i^3}{12}$$

$$\Rightarrow N_q = 2 \cdot \sum_i N_{q_i} = \frac{2}{12} \cdot \left[\frac{1}{5^3} (1 - 0,1 + 1 - 0,3 + 1 - 0,5) + \left(\frac{2}{5}\right)^3 (1 - 0,8) \right] = 0,00493 < N_{qa}$$

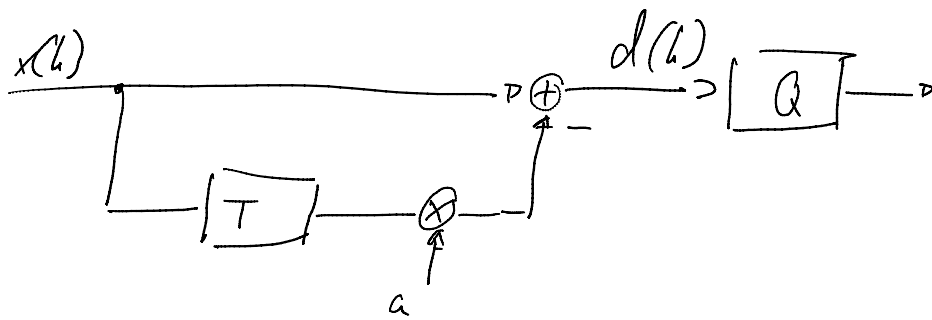
\Rightarrow Verringerung der Störleistung durch Kompondierung

DPCM (Diff. Pulse - Code Modulation)

Aufeinanderfolgende Abtastwerte vieler Signale (Sprache, Bilder...) sind stark korreliert

\rightarrow Reduzierung der Bitrate (bzw. Qualitätsverbesserung bei konst. Bitrate) möglich durch Übertragung der Differenz aufeinanderfolgender Abtastwerte (Diff $\hat{=}$ Prädiktionsfehler)

a) ges: Koeff. für einen opt. Prädiktor 1. Ordnung



$$E\{d^2(l)\} \rightarrow \min$$

$$\Rightarrow d(l) = x(l) - a \cdot x(l-1)$$

$$d^2(l) = x^2(l) - 2a x(l) \cdot x(l-1) + a^2 x^2(l-1)$$

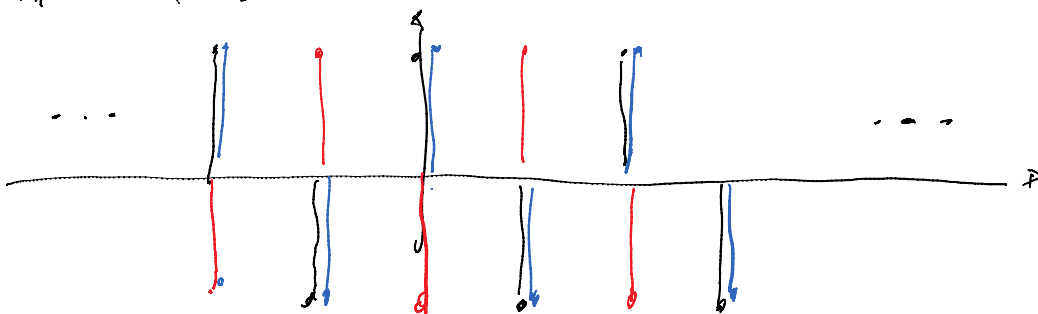
$$E\{d^2(l)\} = \varphi_{xx}(0) - 2a \cdot \varphi_{xx}(1) + a^2 \varphi_{xx}(0)$$

$$\frac{\partial E}{\partial a} = -2\varphi_{xx}(1) + 2a \varphi_{xx}(0) \stackrel{!}{=} 0$$

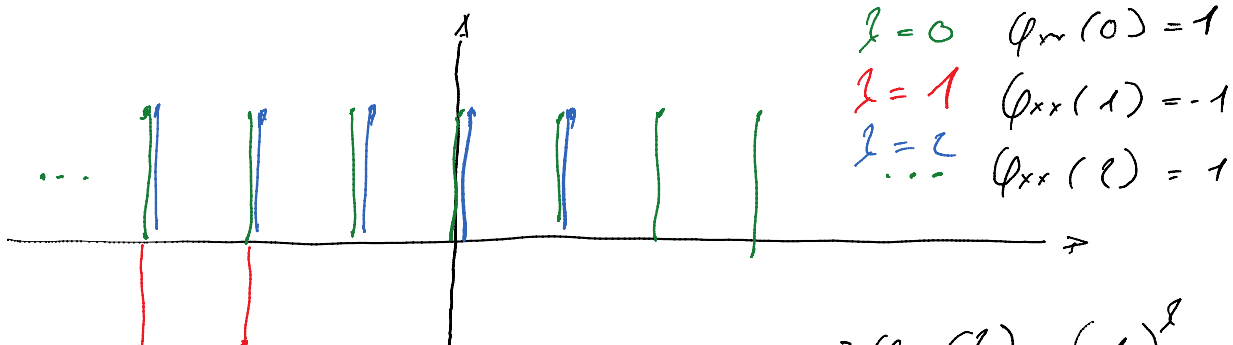
$$\Rightarrow a = \frac{\varphi_{xx}(1)}{\varphi_{xx}(0)}$$

$$\varphi_{xx}(l) = \lim_{k \rightarrow \infty} \frac{1}{2k+1} \sum_{n=-k}^k x(n) \cdot x(n-l)$$

$$x_1(l) = (-1)^l$$



$$x_1(l) x_1(l-l)$$



$$\Rightarrow \varphi_{xx}(1) = (-1)^1$$

$$\Rightarrow a_{\text{opt}} = \frac{\varphi_{xx}(1)}{\varphi_{xx}(0)} = -1$$

b) ges: Frequenzgang $H(\Omega)$

$$D(\Omega) = X(\Omega) - a \cdot X(\Omega) e^{-j\Omega}$$

$$= X(\Omega) (1 - a \cdot e^{-j\Omega})$$

$$\Rightarrow H(\Omega) = \frac{D(\Omega)}{X(\Omega)} = 1 - a \cdot e^{-j\Omega}$$

$$= 1 - a(\cos(\Omega) - j\sin(\Omega))$$

$$= 1 - a \cdot \cos(\Omega) + j \cdot a \cdot \sin(\Omega)$$

$$|H(\Omega)| = \sqrt{1 - 2a \cos(\Omega) + a^2 \cos^2(\Omega) + a^2 \sin^2(\Omega)}$$

$$= \sqrt{1 - 2a \cdot \cos(\Omega) + a^2}$$

$$a = -1$$

$$\rightarrow \sqrt{2 + 2 \cos(\Omega)}$$

$$\begin{aligned} \cos 2\alpha &= 1 - 2 \sin^2 \alpha \\ 1 + \cos 2\alpha &= 2 \sin^2 \alpha \end{aligned}$$

$$\rightarrow \sqrt{4 \sin^2 \frac{\Omega}{2}} = \left| 2 \sin \frac{\Omega}{2} \right|$$

