

A6.5)

gegeben: systematischer, zyklischer Code $m=7$ Generatorpolynom $G(z)$ vom Grad $m-n=4$

$$G(z) = z^4 + z^3 + z^2 + g_1 \cdot z + 1$$

↑

aus a) $g_1=0$

b) gesucht: # Informationsstellen, Codepolynome

$$\text{Es gilt } m-n=4 \Rightarrow m=7$$

Grad des
Generatorpolynom

$$X(z) = x_0 + x_1 \cdot z + x_2 \cdot z^2$$

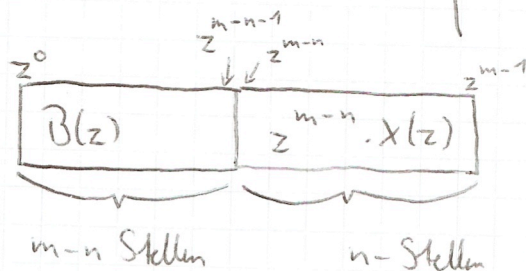
Codierung: - nicht systematische Codes

$$Y(z) = X(z) \cdot G(z)$$

- hier: systematischer Code

$$Y(z) = B(z) + \underbrace{z^{m-n} \cdot X(z)}_{\text{systematischer Anteil}}$$

$$B(z) = \text{Rest} \left\{ \frac{z^{m-n} \cdot X(z)}{G(z)} \right\}$$

Nullpolynom: $Y_0(z)=0$ mit $X_0(z)=0$

$$\text{Bestimmung } Y_1(z) = B_1(z) + z^{m-n} \cdot X_1(z)$$

mit $X_1(z)=1$

$$\Rightarrow B_1(z) = \text{Rest} \left\{ \frac{z^{m-n} \cdot X_1(z)}{G(z)} \right\}$$

Polynomdivision:

$$(z^4 \cdot 1) : (z^4 + z^3 + z^2 + 1) = 1 + \frac{B_1(z)}{L(z)}$$

$$\oplus \frac{(z^4 + z^3 + z^2 + 1)}{z^3 + z^2 + 1 = B_1(z)}$$

$$z^3 + z^2 + 1 = B_1(z)$$

$$\Rightarrow Y_1(z) = \underbrace{1 + z^2 + z^3}_{B_1(z)} + \underbrace{z^4}_{z^{m-n} \cdot X_1(z)}$$

$$X_2(z) = z$$

Entweder: $z^5 : z^4 + z^3 + z^2 + 1 = \dots \rightarrow$ umständlich

oder: Ausnutzung der Codeeigenschaften

1. Zyklische Verschiebung von $Y_1(z)$ (zyklischer Code)
ergibt gültiges Codewort

$$\Rightarrow Y_2'(z) = z \cdot Y_1(z) = z + z^3 + \underbrace{z^4 + z^5}_{z^4(1+z)} = Y_3(z)$$
$$\underbrace{z^4(1+z)}_{X_3(z)}$$

für Y_2 gewünscht:

$$0 \cdot z^4 + 1 \cdot z^5 + 0 \cdot z^6$$

\Rightarrow für Y_2 muss „ z^4 “ gelöscht werden

2. Addition von Codepolynomen führt zu einem
gültigen Codepolynom (lineare Code)

$$\Rightarrow Y_2'(z) + Y_1(z) = 1 + z + z^2 + z^5 = Y_2(z)$$

Bestimmung des Codepolynoms für $X_3(z) = 1 + z = X_1(z)$

- entweder siehe oben

- oder durch: Addition

$$Y_3(z) = Y_1(z) + Y_2(z) = z + z^3 + z^4 + z^5$$

Bestimmung des Codepolynoms für $X_4(z) = z^2$
analog zu $Y_2(z)$:

$$Y_4(z) = z \cdot Y_2(z) = z + z^2 + z^3 + z^6$$

Bestimmung der restlichen Codepolynome durch
Addition:

$$Y_5(z) = 1 + z + z^4 + z^6$$

$$Y_6(z) = 1 + z^3 + z^5 + z^6$$

$$Y_7(z) = z^2 + z^4 + z^5 + z^6$$

- c) gesucht:
- Mindest - Hammingdistanz d_{\min}
 - Korrektoreigenschaften

$$d_{\min} = \min_{i=1, \dots, 7} \|Y_i\|$$

alle Codepolynome haben das Gewicht 4 $\Rightarrow d_{\min} = 4$

\Rightarrow 1-fache Fehler korrigieren

\Rightarrow 2-fache Fehler erkennen

oder

\Rightarrow bis zu 3-fache Fehler erkennen

d)

gesucht: Syndrom für $Z(z) = z^6 + z^5 + z^4$

$$S(z) = \text{Rest} \left(\frac{Z(z)}{G(z)} \right)$$

Polynomdivision: $(z^6 + z^5 + z^4) : (z^4 + z^3 + z^2 + 1) = z^2 + \frac{z^2}{G(z)}$

$$\oplus \frac{(z^6 + z^5 + z^4 + z^2)}{z^2 = S(z) \neq 0}$$

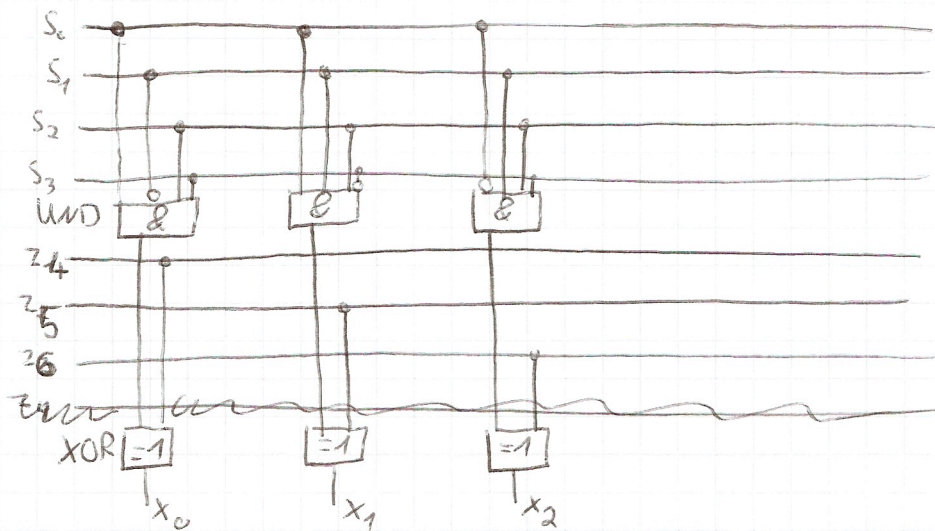
\Rightarrow Bei der Übertragung ist ein Fehler aufgetreten.

e)

gesucht: Schaltung zur Korrektur einfacher Fehler
Zunächst Bestimmung der Syndromtabelle (nur Korrektur der systematischen Bitsellen erforderlich)

Gestörte Bitselle $E_i(z)$	Syndrom $S_i(z)$
$E_4(z) = z^4$	$1 + z^2 + z^3$
$E_5(z) = z^5$	$1 + z + z^2$
$E_6(z) = z^6$	$z + z^2 + z^3$

Berechnung des Syndroms durch $S_i(z) = \text{Rest} \left(\frac{E_i(z)}{G(z)} \right)$

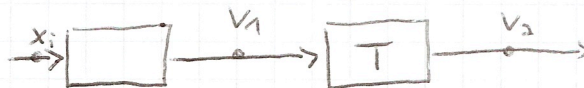


A7.1)

gegeben: - Faltungscodierer der Rate $n/m = 1/3$
- unvollständiges Zustandsdiagramm

a) gesucht: - Werte der Zustandsvariablen für die Zustände b, c und d

Realisierung des Faltungscodierers durch Schieberegister mit Abgriffen



$$a = v_1 v_2 = 00$$

$$b = 10$$

$$d = 01$$

$$c = 11$$

e) gesucht: Impulsantwort aus dem Zustandsdiagramm als Reaktion auf die Folge $x_0 = (1000 \dots)$

$$Y_0 = (111 \ 001 \ 011 \ 000 \ \dots \ 000)$$