04.11.

KomTech: Übung 3

Aufg. 2.7

c) Gesucht: Kapazität $B \to \infty$

$$C_\infty = \lim_{B \to \infty} B \cdot ld\left(1 + \frac{S}{N}\right)$$

$$\underset{N = 2 \cdot B \cdot \omega_0}{=} \lim_{B \to \infty} B \cdot ld\left(1 + \frac{S}{2 \cdot B \cdot \omega_0}\right)$$

$$\Gamma \; S = \left(\frac{S}{N}\right)_{a)} \cdot N_{a)} = \left(\frac{S}{N}\right)_{a)} \cdot 2 \cdot B_{a)} \cdot \omega_0$$

$$= \frac{ld(e)}{2} \cdot \frac{S}{\omega_0}$$

$$= \frac{ld(e)}{\cancel{2}} \cdot \left(\frac{S}{\cancel{N}_{a)}}\right) \cdot \frac{\cancel{2} \cdot B_{a)} \cdot \cancel{\omega_0}}{\omega_0}$$

$$= ld(e) \cdot \left(\frac{S}{N}\right)_{a)} \cdot B_{a)}$$

$$= ld(e) \cdot 10^3 \cdot 5 \, MHz = 7213{,}48 \, \frac{Mbit}{s}$$

$$N_i \cdot R \leq C_\infty$$

$$\Rightarrow N_i \leq \frac{C_\infty}{R} = \frac{7213{,}48 \, \frac{Mbit}{s}}{34{,}4217 \, \frac{Mbit}{s}} = 209{,}57$$

aus b)

$$\Rightarrow N_i \leq 209$$

04.11.1

Aufg 3.1

Codierung diskreter Quelle

- Zielsetzung: Codierung einer Menge an Ereignissen mit unterschiedlichen Auftrittsw'keiten so zu codieren, dass die Datenrate mögl. gering wird

  —> Grenzwert: mittlerer Informationsgehalt (i. A. nicht erreichbar)

- Vorgehen:
  - Zuteilung unterschiedlich langer Codewörter entsprechend Auftrittsw'keiten
  - Jede Bitstelle erhält mögl. großen Informationsgehalt

    —> Zustände „0" und „1" sollen gleichwahrscheinlich auftreten

a) Gesucht: Huffman Code für beide Quellen, sowie rel. Coderedundanzen

Quelle 1:

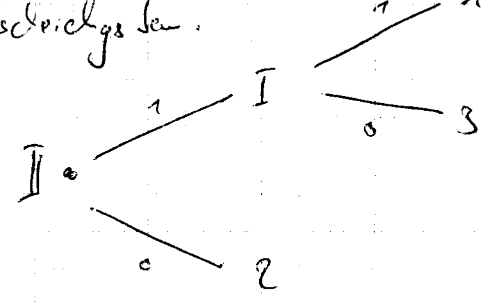
$S_i^{(1)}$	$P(S_i^{(1)})$
2	0,5
1	0,3
3	0,2

$\left.\begin{matrix} 0{,}3 \\ 0{,}2 \end{matrix}\right] \begin{matrix} 1 \\ \mathrm{I} \\ 0 \end{matrix}$

$S_i^{(1)}$	$P(S_i^{(1)})$
I	0,5
2	0,5

$\left.\begin{matrix} 0{,}5 \\ 0{,}5 \end{matrix}\right] \begin{matrix} 1 \\ \mathrm{II} \\ 0 \end{matrix}$

Entscheidungsbaum:



04.11.1

S_i	$P(S_i)$	X_i	ω_i	$P(S_i)\cdot\omega_i$
1	0,3	11	2	0,6
2	0,5	0	1	0,5
3	0,2	10	2	0,4

- mittlere Codewortlänge $L_1 = E\{\omega_i\}$

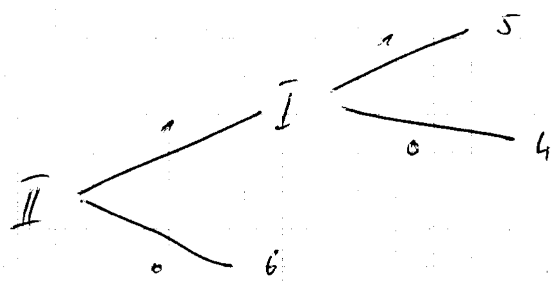
$$= \sum_{i=1}^{3} P(S_i)\cdot\omega_i = 1,5 \frac{Bit}{Symbol}$$

- Entropie: $H_1 = -\sum_{n=1}^{3} P(S_i)\cdot ld(p(S_i)) = 1,486 \frac{Bit}{Symbol}$
- Code-Redundanz: $r_{C_1} = \frac{L_1 - H_1}{H_1}\cdot 100\% = 0,94\%$

Quelle 2:

$S_i^{(1)}$	$P(S_i^{(1)})$	
6	0,4	
5	0,35	1 I
4	0,25	0

$S_i^{(2)}$	$P(S_i^{(2)})$	
I	0,6	1 II
6	0,4	0



S_i	$P(S_i)$	X_i	ω_i	$P(S_i)\cdot\omega_i$
4	0,25	10	2	0,5
5	0,35	11	2	0,7
6	0,4	0	1	0,8

- mittlere Wortlänge: $L_2 = 0,5 + 0,7 + 0,4 = 1,6 \frac{Bit}{Symbol}$
- Entropie: $H_2 = 1,56 \frac{Bit}{Symbol}$
- rel. Code-Red.: $r_{C_2} = 2,56\%$

06.11.1

b) Quelle sind stat. Unabhängig
=> Einzelw'keiten multiplizieren
$P(„25") = P(2) \cdot P(5) = 0,175$
$P(„34") = P(3) \cdot P(4) = 0,05$

c) <u>Gesucht</u>: Optimalcode für zweistellige Zahlen nach Huffman

$$[P(x,y)] = \begin{array}{c|ccc} & 4 & 5 & 6 \\ \hline 1 & 0,075 & 0,105 & 0,12 \\ 2 & 0,125 & 0,175 & 0,2 \\ 3 & 0,05 & 0,07 & 0,08 \end{array}$$

$S_i^{(1)}$	$P(S_i^{(1)})$	
26	0,2	
25	0,175	
24	0,125	
16	0,12	
15	0,105	
36	0,08	
14	0,075	
35	0,07	I
34	0,05	

$S_i^{(2)}$	$P(S_i^{(2)})$		
26	0,2		
25	0,175		
24	0,125		
I	0,12		
16	0,12		
15	0,105		
36	0,08	1	II
14	0,075	0	

$S_i^{(3)}$	$P(S_i^{(3)})$		
26	0,2		
25	0,175		
$\overline{II}$	0,155		
24	0,125		
I	0,12		
16	0,12	1	$\overline{III}$
15	0,105	0	

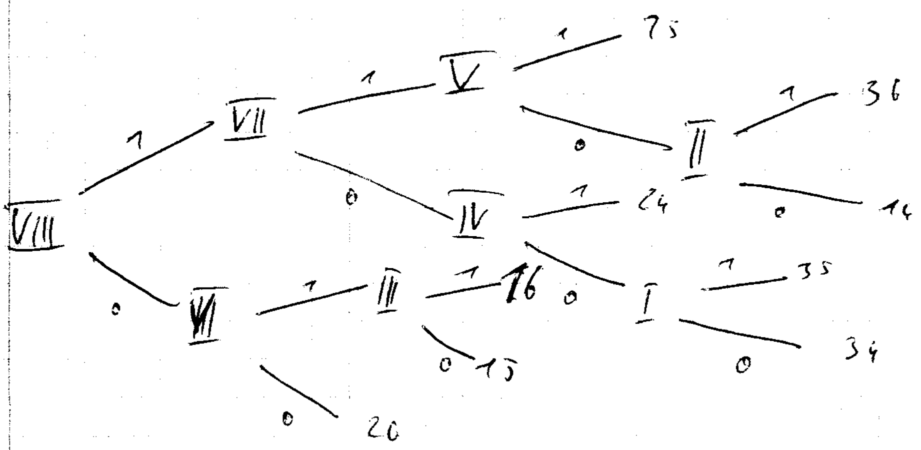
$S_i^{(4)}$	$P(S_i^{(4)})$		
$\overline{III}$	0,225		
26	0,2		
25	0,175		
$\overline{II}$	0,155		
24	0,125	1	$\overline{IV}$
I	0,12	0	

$S_i^{(5)}$	$P(S_i^{(5)})$		
$\overline{IV}$	0,245		
$\overline{III}$	0,225		
26	0,2		
25	0,175	1	V
$\overline{II}$	0,155	0	

$S_i^{(6)}$	$P(S_i^{(6)})$		
$\overline{V}$	0,33		
$\overline{IV}$	0,245		
$\overline{III}$	0,225	1	$\overline{VI}$
26	0,2	0	

$S_i^{(7)}$	$P(S_i^{(7)})$		
$\overline{IV}$	0,425		
$\overline{V}$	0,33	1	$\overline{VII}$
$\overline{IV}$	0,245	0	

$S_i^{(8)}$	$P(S_i^{(8)})$		
$\overline{VII}$	0,575	1	$\overline{VIII}$
$\overline{VI}$	0,425	0	



06.11.10

S_i	$p(S_i)$	X_i	ω_i	$p(S_i)\cdot\omega_i$
26	0,2	00	2	0,4
25	0,175	111	3	0,525
24	0,125	101	3	0,375
16	0,12	011	3	0,36
15	0,105	010	3	0,315
36	0,08	1101	4	0,32
14	0,075	1100	4	0,3
35	0,07	1001	4	0,28
34	0,05	1000	4	0,2

d) Gesucht: welche Codierung ist günstiger?

- mittlere Codewortlänge des Codes für 2-stellige Zahlen

$$L_{c)} = \sum_i P_i(S_i)\cdot\omega_i = 3,075 \frac{\text{bit}}{\text{Doppelsymbol}}$$

- mittlere Codewortlänge der beiden Codes für 1-stellige Zahlen

$$L_{a)} = L_1 + L_2 = 3,1 \frac{\text{bit}}{\text{Doppelsymbol}}$$

=> die Codierung von 2-stelligen Zahlen ist etwas günstiger da $L_{c)} < L_{a)}$