Übung 11

Donnerstag, 13. Januar 2011
09:51

Aufg. 7.1

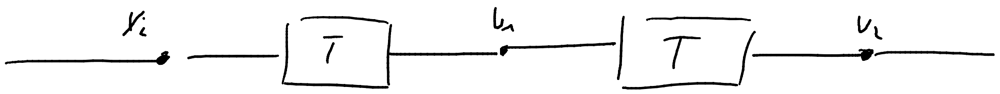
c) ges.: Koeffizientenvektoren der Schieberegisterabgriffe

aus b): $X_0 = (1 \quad 0 \quad 0 \quad 0 \quad \ldots)$

$$Y_0 = (\underbrace{111}_{x_i} \quad \underbrace{001}_{v_1 = x_{i-1}} \quad \underbrace{011}_{v_2 = x_{i-2}} \quad 000 \ldots)$$

aus Impulsantwort ableiten:

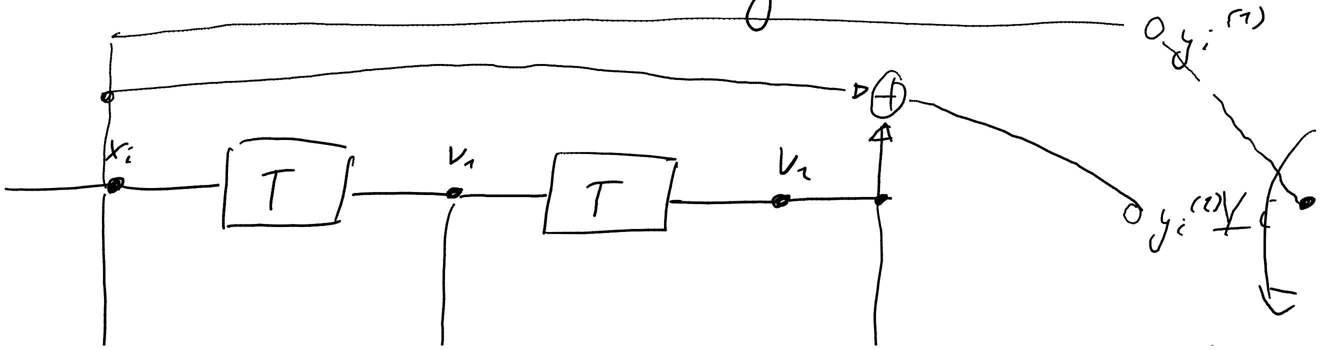
$$Y_0 = (g_{11}\, g_{21}\, g_{31} \quad g_{12}\, g_{22}\, g_{32} \quad g_{13}\, g_{23}\, g_{33})$$



$$\left.\begin{aligned} y_i^{(1)} &= 1 \cdot x_i + 0 \cdot v_1 + 0 \cdot v_2 \\ y_i^{(2)} &= 1 \cdot x_i + 0 \cdot v_1 + 1 \cdot v_2 \\ y_i^{(3)} &= 1 \cdot x_i + 1 \cdot v_1 + 1 \cdot v_2 \end{aligned}\right\} \quad \begin{aligned} \underline{G_1} &= (1 \; 0 \; 0) \\ \underline{G_2} &= (1 \; 0 \; 1) \\ \underline{G_3} &= (1 \; 1 \; 1) \end{aligned}$$

d) ges.: Schaltung des Codierers

Aus den Koeffizientenvektoren ergibt sich:



e) geg: $\underline{X} = (1\,0\,1\,1\,0\,0 \ldots 0)$

ges: Reaktion auf Eingangsfolge $\underline{X}$ ausgehend vom Zustand a

Lösung entweder im Zustandsdiagramm (siehe oben) oder durch Ausnutzung der Linearität

Auf Grund der Linearität des Faltungscodes ergibt sich die Reaktion der Schaltung aus Überlagerung verschobener Impulsantworten.

$\underline{X}$							
1	111	001	011				
0		000	000	000			
1			111	001	011		
1				111	001	011	
0					000	000	000

$\underline{Y} = (111\ 001\ 100\ 110\ 010\ 011\ 000 \ldots)$

f) ges: Trellis-Diagramm für die ersten 6 Takte

(Lösung: siehe Skript)

g) ges: Korrektureigenschaften gesucht

min. Hamming - Distanz:

minimale Anzahl an einsen, die eine Ausgangsfolge enthält, wenn das Zustandsdiagramm in bel. Weise von a = 00 nach a = 00 durchlaufen wird (ohne Nullpfad)

aus Trellis-Diagramm: Pfad $a \to b \to d \to a$ hat das kleinste Gewicht

$\to Y = (111\ 001\ 011\ 000 \ldots)$

$\Rightarrow d_{min} = \|Y\| = 6$

$\Rightarrow$ Korrektur von bis zu 2-fachen Fehlern und Erkennung von 3-fachen Fehlern

oder

Korrekt. von 1-fachen Fehlern und Erkennung von bis zu 4-fachen Fehlern

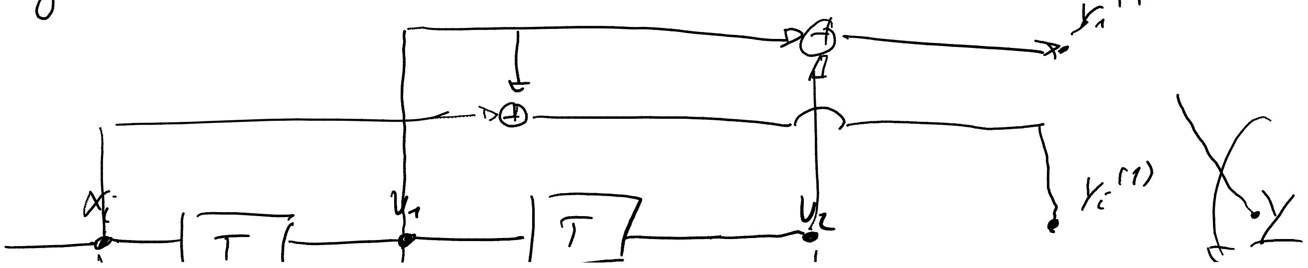
oder

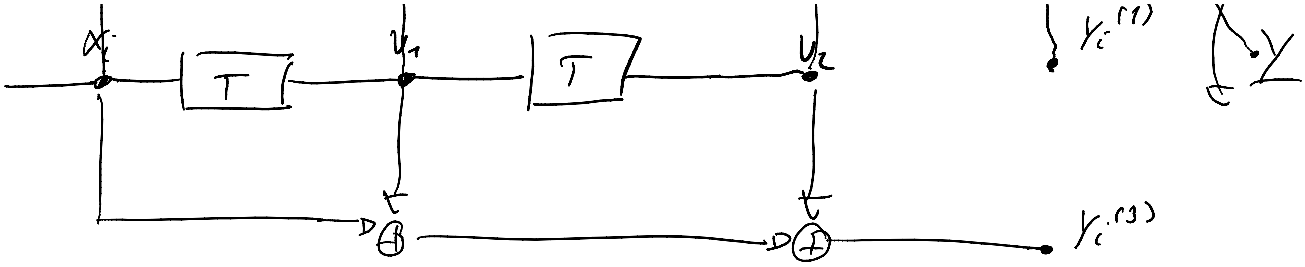
Erkennung von bis zu 5-fachen Fehlern

Aufg. 7.2

geg: Generatorpolynom eines Faltungscodierers der Rate 1/3

a) ges: Blockschaltbild d. Codierers

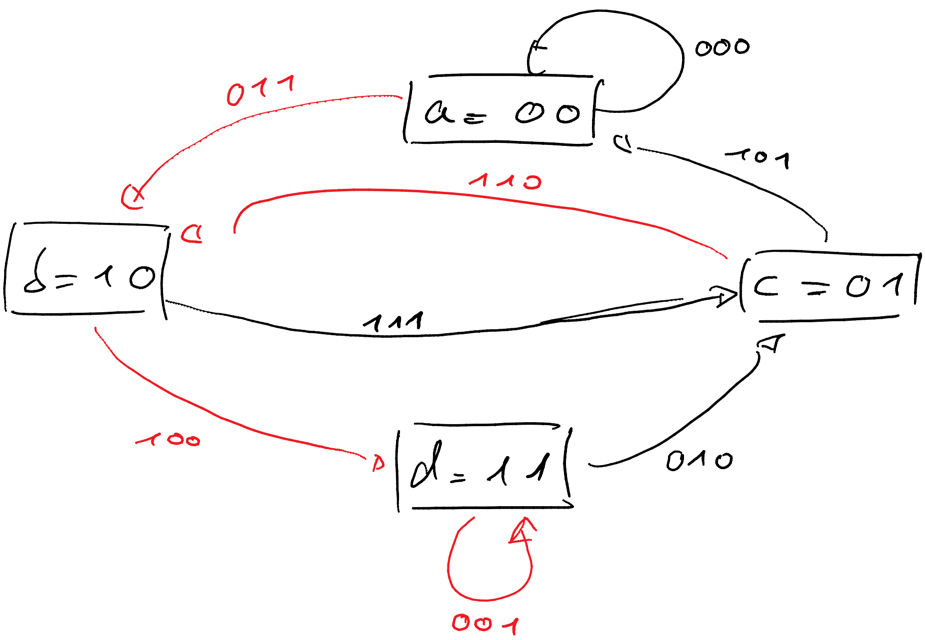




b) ges: Impulsantwort

i	x_i	v_1	v_2	$g_i^{(1)}$	$g_i^{(2)}$	$g_i^{(3)}$
		0	0			
0	1	0	0	0	1	1
1	0	1	0	1	1	1
2	0	0	1	1	0	1
3	0	0	0	0	0	0

c) ges: Zustandsdiagramm



d) ges: Trellis-Diagramm

e) ML-Entscheidung:

$$\hat{\underline{Y}}_{ML} = \arg\max_{\underline{Y}} P(\underline{z}|\underline{Y}) = \arg\max_{\underline{Y}} \log(P(\underline{z}|\underline{Y}))$$

ges: ML-Pfad für $\underline{z} = (011\ 101\ 110\ 011)$
Bei symmetr. Binärkanal (mit Bitfehler-Wkt p)

ML-Entscheidung

$$\log(P(\underline{z}|\underline{Y})) = \log \prod_{\mu=1}^{\overset{\text{Anzahl Bits}}{n}} (1-p)^{(z_\mu \oplus y_\mu \oplus 1)} \cdot p^{(z_\mu \oplus y_\mu)}$$

$$p(z_\mu|y_\mu) = \begin{cases} 1-p & , z_\mu = y_\mu \\ p & , z_\mu \neq y_\mu \end{cases}$$

$$= \dots$$

$$= \underbrace{M \cdot \log(1-p)}_{\text{const}} + \underbrace{d}_{\text{Hamming Dist}}(\underline{z},\underline{Y}) \cdot \underbrace{\log \frac{p}{1-p}}_{<0 \text{ für } p<0,5}$$

$$\Rightarrow \arg\max_{\underline{Y}} \log(P(\underline{z}|\underline{Y})) = \arg\min_{\underline{Y}} d(\underline{z},\underline{Y})$$

ML-Pfad: - min Hamming-Dist. $d(\underline{z},\underline{Y})$

- Bestimmung durch Viterbi-Algorithm.
mit Hamming-Dist Metrik

$$\tilde{F}(k) = \sum_{i=0}^{k} d(\underline{z}_i, \underline{Y}_i)$$

e) $\underline{y} = (011\ 111\ 110\ 111)$, $\underline{x} = (1010)$

f) ges: Korrektureigenschaften

freie Distanz $d_{min} = 6$

$$\Rightarrow e = \left\lfloor \frac{d_{min}-1}{2} \right\rfloor = 2\text{-fache Fehler korrigieren in 12 Bits (4 Symbole)}$$

g) ges: ML-Pfad für $\underline{z}$ und AWGN-Kanal mit Soft-Dessision-Metrik

bedingt: WDF

$$p(z_\mu | y_\mu) = p(n) = \frac{1}{\sqrt{2\pi\sigma^2}} \cdot e^{-\frac{(z_\mu - y_\mu)^2}{2\sigma^2}}$$

ML-Entscheidung:

$$\log[p(\underline{z}|\underline{y})] = \log\left[\prod_{\mu=1}^{n} \frac{1}{\sqrt{2\pi\sigma^2}} e^{-\frac{(z_\mu - y_\mu)^2}{2\sigma^2}}\right]$$

$$= \dots$$

$$= \underbrace{n \cdot \log\left(\frac{1}{\sqrt{2\pi\sigma^2}}\right)}_{=\text{konstant}} - \frac{1}{2\sigma^2} \sum_{\mu=1}^{n} (z_\mu - y_\mu)^2$$

$$\Rightarrow \arg \max_{\underline{y}} P(\underline{z}|\underline{y}) = \arg \min_{\underline{y}} \sum_{\mu=1}^{n} (z_\mu - y_\mu)^2$$

Euklidische Metrik:

$$\tilde{F}(k) = \sum_{i=0}^{k} (z_i - y_i)^2$$