Übung 5

Donnerstag, 18. November 2010
10:03

Aufg. 4.2

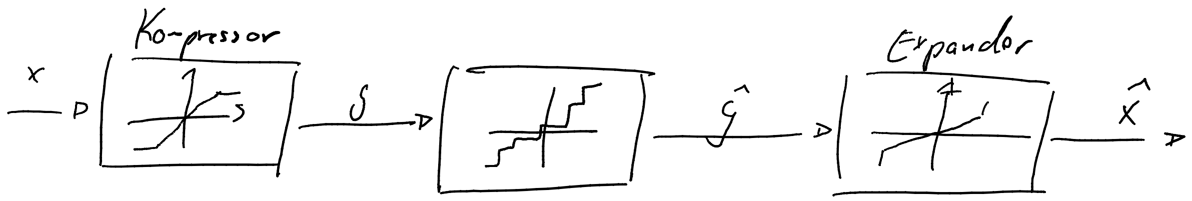
b) ges.: Rauschleistung des Kompandersystems

Quantisierung mit Kompandierung (ungl. Quantisierung)

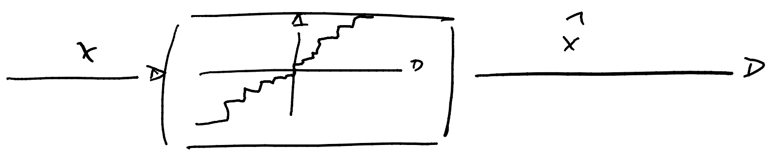
kleinere Signalwerte treten z.B. bei Sprachsignalen häufiger auf als große Werte

-> Ziel: feinere Auflösung (d.h. kleinere Quantisierungsstufenhöhen) bei kleinen Amplituden

-> Einsatz eines Kompanders



≙



-> gleichmäßige Quantisierung des komprimierten Signals s, kann als ungl. Quantisierung des Signals x aufgefasst werden

-> Bestimmung des ungl. Quantisierers durch Rückrechnen der Quantisierungsintervalle und -stufen mittels Kompressorkennlinie

Bestimmung von $y(x)$ für $x \geq 0$

Teil 1: $0 \leq x \leq 0{,}6$

$$y(x) = \frac{0{,}75}{0{,}6}\,x = \frac{5}{4}\,x$$

Teil 2: $0{,}6 < x \leq 1$

$$y(x) = mx + t$$

a) $m = \frac{\Delta y}{\Delta x} = \frac{0{,}25}{0{,}4} = \frac{5}{8}$

b) $y(1) \overset{!}{=} 1$

$$\Rightarrow \frac{5}{8} \cdot 1 + t = 1 \Leftrightarrow t = \frac{3}{8}$$

$$\Rightarrow y(x) = \frac{5}{8}x + \frac{3}{8}$$

Bestimmung der Umkehrfunktion $x(y)$ für $y \geq 0$

Teil 1: $0 \leq y \leq 0{,}75$

$$y(x) = \frac{5}{4}x \Rightarrow x(y) = \frac{4}{5}y$$

Teil 2: $0{,}75 < y \leq 1$

$$y(x) = \frac{5}{8}x + \frac{3}{5} \Rightarrow x(y) = \left(y - \frac{3}{8}\right) \cdot \frac{8}{5}$$

$$= \frac{8}{5}y - \frac{3}{5}$$

i	G_i	$\hat{x}_i$	Δx_i
0	1/8	0,1	0,2
1	3/8	0,3	0,2
2	5/8	0,5	0,2
3	7/8	0,8	0,4

aus a)

$$N_{q_i} = \int_{-\frac{\Delta x_i}{2}}^{\frac{\Delta x_i}{2}} x^2 \cdot p(x + \hat{x}_i') \, dx$$

$$= (1 - \hat{x}_i') \cdot \frac{\Delta x'^3}{12}$$

$$\Rightarrow N_q = 2 \cdot \sum_i N_{q_i} = \frac{2}{12} \cdot \left[\frac{1}{5^3} (1 - 0,1 + 1 - 0,3 + 1 - 0,5) + \left(\frac{2}{5}\right)^3 (1 - 0,8) \right] = 0,00493 < N_{q\,a)}$$

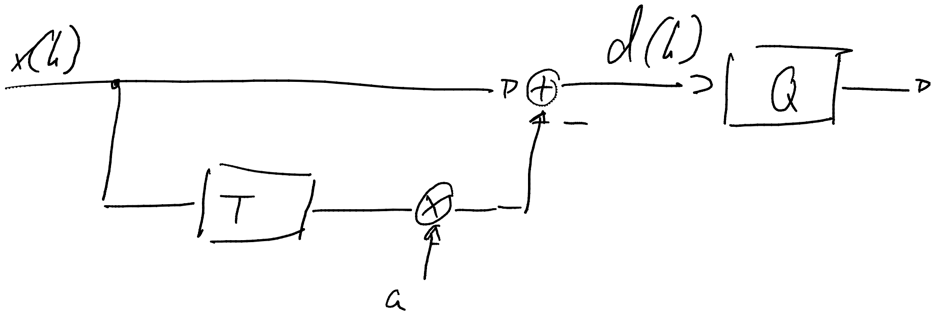
$\Rightarrow$ Verringerung der Störleistung durch Kompandierung

DPCM (Diff. Pulse-Code Modulation)

Aufeinanderfolgende Abtastwerte vieler Signale (Sprache, Bilder..) sind stark korrelliert

$\rightarrow$ Reduzierung der Bitrate (bzw. Qualitätsverbesserung bei konst. Bitrate) möglich durch Übertragung der <u>Differenz</u> aufeinanderfolgender Abtastwerte ($\hat{=}$ Diff $\hat{=}$ Prädiktionsfehler)

a) <u>ges</u>: Koeff. für einen opt. Prädiktor 1. Ordnung



$$E\{d^2(k)\} \rightarrow \min$$

$$\Rightarrow d(k) = x(k) - a \cdot x(k-1)$$

$$d^2(k) = x^2(k) - 2a\,x(k) \cdot x(k-1) + a^2 x^2(k-1)$$

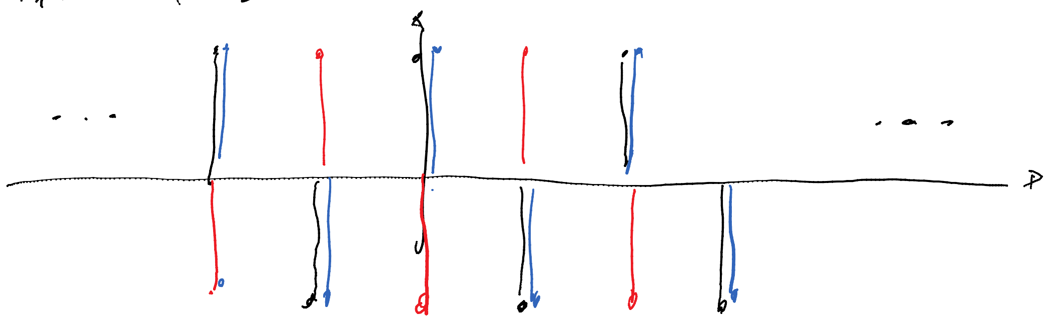
$$E\{d^2(k)\} = \varphi_{xx}(0) - 2 \cdot a \cdot \varphi_{xx}(1) + a^2 \varphi_{xx}(0)$$

$$\frac{\partial E}{\partial a} = -2\varphi_{xx}(1) + 2a\,\varphi_{xx}(0) \overset{!}{=} 0$$

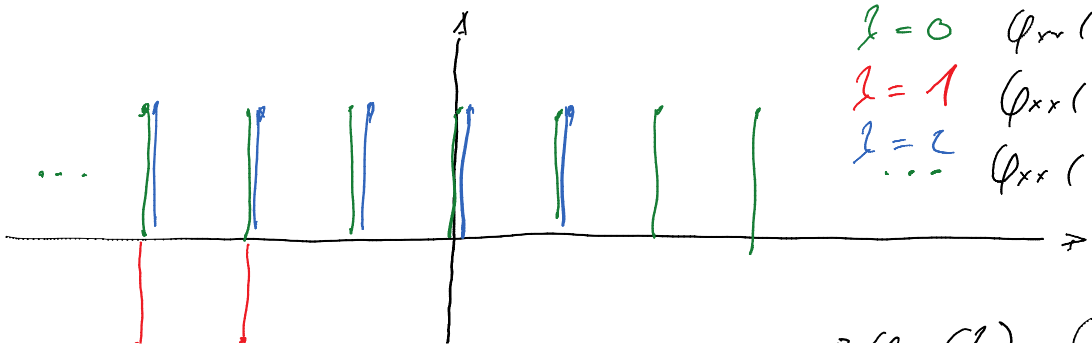
$$\Rightarrow a = \frac{\varphi_{xx}(1)}{\varphi_{xx}(0)}$$

$$\varphi_{xx}(\lambda) = \lim_{k \to \infty} \frac{1}{2k+1} \sum_{K=-k}^{k} x(k) \cdot x(k-\lambda)$$

$$x_1(k) = (-1)^k$$



$$x_1(k)\,x_1(k-\lambda)$$



$\lambda = 0 \quad \varphi_{xx}(0) = 1$

$\lambda = 1 \quad \varphi_{xx}(1) = -1$

$\lambda = 2 \quad \varphi_{xx}(2) = 1$

...

$$\Rightarrow \varphi_{xx}(l) = (-1)^{l}$$

$$\Rightarrow a_{opt} = \frac{\varphi_{xx}(1)}{\varphi_{xx}(0)} = -1$$

b) ges: Frequenzgang $H(\Omega)$

$$D(\Omega) = X(\Omega) - a \cdot X(\Omega)\, e^{-j\Omega}$$

$$= X(\Omega)\,(1 - a \cdot e^{-j\Omega})$$

$$\Rightarrow H(\Omega) = \frac{D(\Omega)}{X(\Omega)} = 1 - a \cdot e^{-j\Omega}$$

$$= 1 - a(\cos(\Omega) - j\sin(\Omega))$$

$$= 1 - a \cdot \cos(\Omega) + j \cdot a \cdot \sin(\Omega)$$

$$|H(\Omega)| = \sqrt{1 - 2a\cos(\Omega) + a^2\cos^2(\Omega) + a^2\sin^2(\Omega)}$$

$$= \sqrt{1 - 2a \cdot \cos(\Omega) + a^2}$$

$a = -1$

$$= \sqrt{2 + 2\cos(\Omega)}$$

$\cos 2\alpha = 1 + 2\sin^2\alpha$

$1 + \cos 2\alpha = 2\sin 2\alpha$

$$= \sqrt{4\sin^2\frac{\Omega}{2}} = \left|2\sin\frac{\Omega}{2}\right|$$