

## Übung 9

Dienstag, 21. Dezember 2010  
11:53

a) geg:  $\underline{A}_3 = \begin{pmatrix} 0 & 1/2 & 0 \\ 1/2 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 2 \end{pmatrix}$

asymptotisch stabil  $\Leftrightarrow$  alle Eigenwerte liegen im Einheitskreis

$$\begin{aligned} \chi(\lambda) &= \det(\lambda \underline{I} - \underline{A}_3) = \left| \begin{pmatrix} \lambda & 0 & 0 \\ 0 & \lambda & 0 \\ 0 & 0 & \lambda \end{pmatrix} - \begin{pmatrix} 0 & 1/2 & 0 \\ 1/2 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 2 \end{pmatrix} \right| \\ &= \begin{vmatrix} \lambda & -1/2 & 0 \\ -1/2 & \lambda & 0 \\ 0 & 0 & \lambda - 2 \end{vmatrix} \end{aligned}$$

$$= \lambda^2(\lambda - 2) + 0 + 0 - (0 + 0 + 1/2(\lambda - 2))$$

$$= \lambda^2(\lambda - 2) - 1/4(\lambda - 2) \stackrel{!}{=} 0 \quad \underline{\underline{\lambda_1 = 2}}$$

$$\Leftrightarrow \underline{\underline{\lambda_{2,3} = \pm 1/2}}$$

Wegen  $\lambda_1 = 2 \Rightarrow$  System ist nicht asymptotisch stabil

$$\chi(\lambda) = \lambda^3 - \underbrace{2}_{a_2} \lambda^2 - \underbrace{1/4}_{a_1} \lambda + \underbrace{1/2}_{a_1}$$

b) somit gilt  $\underline{k}^* = (a_0, a_1, a_2) = (1/2, -1/4, -2)$   
in RNF

Esatz

ges  $K$

$$K = K^* \cdot S^{-1}$$

$$n = 2$$

$$\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \end{pmatrix}$$

$\sigma$

$$S = Q_s \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ a_2 & 1 & 0 \\ a_1 & a_2 & 1 \end{pmatrix}$$

$$Q_s = (\underline{A}_3^2 B_3 \quad \underline{A}_3 B_3 \quad B_3) \quad B_3 = \begin{pmatrix} 1 \\ 2 \\ 1 \end{pmatrix}$$

$$= \begin{pmatrix} 1/4 & 1 & 1 \\ 1/2 & 1/2 & 2 \\ 4 & 2 & 1 \end{pmatrix}$$

$$S = \begin{pmatrix} 1/4 & 1 & 1 \\ 1/2 & 1/2 & 2 \\ 4 & 2 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ -2 & 1 & 0 \\ -1/4 & -2 & 1 \end{pmatrix}$$

$$= \begin{pmatrix} -2 & -1/2 & 1 \\ -1 & -15/4 & 2 \\ -1/2 & 0 & 1 \end{pmatrix} \Rightarrow \underline{S}^{-1} \Rightarrow K = K^* \overset{\text{in RN}}{S}^{-1}$$