Übung 7

Freitag, 3. Dezember 2010
15:13

Aufg. 3

a) zu zeigen: $\hat{A}\,\hat{x} = \widehat{Ax}$

$$\hat{x} = \begin{pmatrix} Re(x) \\ Im(x) \end{pmatrix}$$

$$\hat{A} = \begin{pmatrix} Re(A) & -Im(A) \\ Im(A) & Re(A) \end{pmatrix}$$

$$\hat{A}\cdot\hat{x} = \begin{pmatrix} Re(A) & -Im(A) \\ Im(A) & Re(A) \end{pmatrix} \begin{pmatrix} Re(x) \\ Im(x) \end{pmatrix}$$

$$= \begin{pmatrix} Re(A)\,Re(x) - Im(A)\,Im(x) \\ Im(A)\,Re(x) + Re(A)\,Im(x) \end{pmatrix}$$

$$= \begin{pmatrix} Re(Ax) \\ Im(Ax) \end{pmatrix} = \widehat{Ax}$$

b) zu zeigen: $\hat{x}\cdot\hat{y} = Re(x^* y)$

$$\tilde{x}^T \tilde{y} = \begin{pmatrix} \mathrm{Re}(x) \\ \mathrm{Im}(x) \end{pmatrix}^T \begin{pmatrix} \mathrm{Re}(y) \\ \mathrm{Im}(y) \end{pmatrix}$$

$$= (\mathrm{Re}(x), \mathrm{Im}(x)) \begin{pmatrix} \mathrm{Re}(y) \\ \mathrm{Im}(y) \end{pmatrix}$$

$$= (\mathrm{Re}(x^*), -\mathrm{Im}(y^*)) \begin{pmatrix} \mathrm{Re}(y) \\ \mathrm{Im}(y) \end{pmatrix}$$

$$= \mathrm{Re}(x^*)\,\mathrm{Re}(y) - \mathrm{Im}(x^*)\,\mathrm{Im}(y)$$

$$= \mathrm{Re}(x^* y)$$