KGÜ 11

Dienstag, 18. Januar 2011
15:58

HO 9 A.2

$$b) \text{TEM-Welle: } \vec{H} = \frac{1}{z} (\vec{u} \times \vec{E})$$

$$\vec{u} \times \vec{H} = \frac{1}{z} (\vec{u} \times (\vec{u} \times \vec{E}))$$

$$\stackrel{\text{BAC-CAB}}{=} =$$

a) linear polarisiert ✓

$$\vec{k}_e = k \vec{u} \quad k = \omega \sqrt{\epsilon \mu}$$

$$\vec{k}_e = \omega \sqrt{\epsilon \mu} \cdot \begin{pmatrix} 1 \\ -1 \\ 0 \end{pmatrix} \frac{1}{\sqrt{2}} = \begin{pmatrix} \alpha \\ -\alpha \\ 0 \end{pmatrix}$$

$$\Rightarrow \alpha = \frac{\omega \sqrt{\epsilon \mu}}{\sqrt{2}} \quad \checkmark$$

$$b) \underline{\vec{E}_e(\vec{r})} \quad \vec{H} = \frac{1}{z} (\vec{u} \times \vec{E})$$

$$\vec{E}_e = -z \cdot \vec{u} \times \vec{H}$$

$$\vec{u} \times \vec{H} = \begin{pmatrix} 1 \\ -1 \\ 0 \end{pmatrix} \times \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 2 \end{pmatrix}$$

$$\vec{E}_p = -z \cdot H_0 e^{-jk_e \vec{r}} \sqrt{z} \vec{e}_z \quad z = \sqrt{\frac{\mu}{\epsilon}}$$

$$= -\sqrt{\frac{\mu}{\epsilon}} H_0 e^{-jk_e \vec{r}} \vec{e}_z$$

$$\vec{E}_v = -\sqrt{\frac{\mu}{\epsilon}} H_0 e^{-jk_e \vec{r}} (-\vec{e}_z)$$

an Grenze

$$H_{\text{normal}} = 0$$

$$H_e \cdot \vec{e}_x \neq H_r \vec{e}_x = 0$$

$$\frac{H_0 e^{-jk_e \vec{r}}}{\sqrt{z}} = + H_0 e^{-jk_r \vec{r}}$$

$$H_0 r = + \frac{H_0 e}{\sqrt{z}}$$

$$c) \vec{J}_p(\vec{r}, t) = \vec{r} \times (H_2 - H_1)$$

$$= \begin{pmatrix} -1 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix} \times (H_r + H_e)$$

$$\begin{pmatrix} -1 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix} \times \left(+ \frac{H_0 e}{\sqrt{z}} e^{-jk_r \vec{r}} \begin{pmatrix} -1 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix} + \frac{H_0 e}{\sqrt{z}} e^{-jk_e \vec{r}} \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix} \right)$$

$$= \frac{H_0 e}{\sqrt{z}} \left(e^{-jk_r \vec{r}} \begin{pmatrix} -1 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix} \times \begin{pmatrix} -1 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix} + e^{-jk_e \vec{r}} \begin{pmatrix} -1 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix} \times \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix} \right)$$

$$\parallel \quad \vec{r} \quad \quad \vec{r}$$

$$\begin{aligned}
&= \frac{H_0 e}{z} \left(e^{-jk_r \vec{r}} + e^{-jk_e \vec{r}} \right) (-\vec{e}_z) \\
&= \frac{H_0 e}{\sqrt{z}} \begin{pmatrix} +j\alpha y & j\alpha y \\ +e & +e \end{pmatrix} (-\vec{e}_z) = \\
&= -H_0 e \sqrt{z} e^{j\alpha y} \vec{e}_z
\end{aligned}$$

$$d) \vec{S} = \frac{1}{2} \operatorname{Re} \{ \vec{E} \times \vec{H}^* \}$$

„Wenn sie das noch nicht können
kann man ja auch nachschauen.“

a) Pol- Art: linear polarisiert

$$d = \frac{\omega}{\sqrt{z}} \sqrt{\epsilon_0 \mu_0} \quad \text{von } k^2 = \omega^2 \epsilon_0 \mu_0$$

$$\begin{aligned}
b) \vec{E}_e &= -z_e (\vec{u} \times \vec{v}_e) \\
&= -\vec{e}_z z_0 H_0 e^{-jk_e \vec{r}} \\
\vec{E}_v &= \vec{e}_z \sqrt{z} H_0 e^{-jk_v \vec{r}}
\end{aligned}$$

Grenzbedingung: $\vec{H}_n$ stetig und $\vec{E}_{tan} = 0$
 $\lambda = 0$
 ($\mu = \mu_0$ homogen)

$$\Rightarrow H_{0r} = \frac{H_{0e}}{\sqrt{2}}$$

$$c) \vec{J}_F = \vec{e}_x \times (\vec{H}_2 - \vec{H}_1)$$

$\uparrow$ $\vec{H}_2$ $\vec{H}_1$ $\swarrow$ $\vec{H}_e + \vec{H}_v$

$$= \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ -2 \end{pmatrix} \frac{H_0}{\sqrt{2}} e^{j\alpha y}$$

+ ?
↓

$$\vec{J}_F(\vec{r}, t) = \text{Re} \left\{ \vec{J}_F(\vec{r}) e^{j\omega t} \right\} = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ -2 \end{pmatrix} \frac{H_0}{\sqrt{2}} \cdot \cos(\alpha y - \omega t)$$

„Der Gipskopf der das hier gerechnet hat hat sich mehr als einmal verrechnet“

$$d) \vec{S}_1 = \vec{E}_1 \times \vec{H}_1^* = \frac{H_{0e}^2}{\sqrt{2}} z_0 \begin{pmatrix} -4j \sin(\alpha x) \cos(\alpha x) \\ -4 \sin^2(\alpha x) \\ 0 \end{pmatrix} \leftarrow \text{rein imaginär}$$

$$\vec{E}_1 = H_{0e} z_0 e^{j\alpha y} \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 2j \sin \alpha x \end{pmatrix} \quad \vec{e}_y$$

$$\vec{H}_1 = \frac{H_{0e}}{\sqrt{2}} e^{j\alpha y} \begin{pmatrix} -2j \sin(\alpha x) \\ 2 \cos(\alpha x) \\ 0 \end{pmatrix} \quad \vec{e}_y$$

$$\vec{S} = \frac{1}{2} \text{Re} \left\{ \vec{S} \right\} = \sqrt{2} H_0^2 z_0 \begin{pmatrix} 0 \\ -\sin^2 \alpha x \\ 0 \end{pmatrix} \leftarrow -\vec{e}_y$$

e) Raumrichtung für Energietransport: $-\vec{e}_y$
Wellentyp der übertragerten Welle:

TE_y