GGÜ 8

Donnerstag, 9. Dezember 2010
10:20

Zusammenfassung: Linearer Blockcode

- Abbildung von 2^n Informationsvektoren $\underline{x}$ der Länge n auf 2^n Codevektoren $\underline{y}$ der Länge $m > n$
- Die 2^n Codevektoren $\underline{y}$ bilden Untervektorraum U der Dimension n im Vektorraum der 2^m möglichen Vektoren mit der Dimension m
- Der Untervektorraum U wird von n linear unabhängigen Basisvektoren aufgespannt, die sich zeilenweise zur Generatormatrix $\underline{G}$ der Dimension $n \times m$ zusammenfassen lassen.

Es gilt:
- $\underline{y} = \underline{x}\,\underline{G} \in U$
- falls $\underline{y}_1, \underline{y}_2 \in U$
  $\Rightarrow \underline{y}_3 = \underline{y}_1 \oplus \underline{y}_2 \in U$
- $\underline{0} \in U$

1.6.1

a) Gegeben:

$$\underline{G} = n{=}2\left\{ \overbrace{\begin{pmatrix} 1\,0\,0 & 1\,1\,0\,1 \\ 0\,0\,1 & 1\,0\,1\,0 \end{pmatrix}}^{m=7} \right\} \text{Basisvektoren}$$

Gesucht $\underline{y}_i$

Aus $\underline{G}$ folgt $n = 2$ $m = 7$

$\Rightarrow \underline{x} \in \{(0,0), (1,0), (0,1), (1,1)\}$

$\underline{x}_i$	$\underline{y}_i = \underline{x}_i\,\underline{G}$	$\lVert \underline{y}_i \rVert$
00	000 0000	0
01	0011 010	3
10	1001101	4

01	0011010	3
10	1001101	4
11	1010111 $= \underline{y}_1 \oplus \underline{y}_2$	5

b) <u>Gesucht</u>: Mindest-Hamming Distanz d_{min}

d_{min} ist die kleinste Distanz (Anzahl unterschiedlicher Bitstellen) zweier unterschiedlicher Codewörter. Zur Bestimmung müssen prinzipiell alle $\binom{2^n}{2}$ Kombinationen aus zwei Codewörtern untersucht werden.

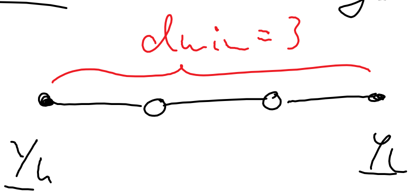
<u>Einfacher</u>: Ausnutzung der Linearitätseigenschaft

$$\| \underline{y}_k \oplus \underline{y}_l \| = \| \underline{y}_i \|$$

D.h. es gibt nur 2^n Hammingdistanzen die durch die Gewichte der Codevektoren gegeben sind.

<u>hier</u>: $d_{min} = \min_{i \neq 0} \| \underline{y}_i \| = 3$

c) <u>Gesucht</u>: Korrektureigenschaften



$\Rightarrow d_{min} - 1 = 2$ fache Bitfehler erkennbar

<u>oder</u>

$\left\lfloor \frac{d_{min} - 1}{2} \right\rfloor = 1$-fache Bitfehler korrigierbar

d) <u>Gesucht</u>: Modifizierter Code mit größerer Mindest-Hamming

Distanz

1 0 0 1 1 0 1

$\rightarrow$ 0 0 1 1 0 1 0

Der Basisvektor 0011010 ist der Code-Vektor mit dem kleinsten Gewicht. Durch gezielte Umwandlung einer „0" in „1" wird die min. Hamming-Distanz auf $d_{min} = 4$ erhöht, wobei die Basisvektoren linear unabhängig bleiben müssen.

Zum Beispiel:

$$G = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 1 & 1 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 1 & 1 & 0 & 1 & 0 \end{bmatrix}$$

		$\lVert y_i \rVert$
$\Rightarrow$ $y_1' =$	1 0 0 1 1 0 1	4
$y_2' =$	0 1 1 1 0 1 0	4
$y_3' =$	1 1 1 0 1 1 1	6

$\Rightarrow d_{min} = 4$