# KGÜ 6

Dienstag, 30. November 2010
12:51

## A. 2

a) $\vec{n} = \frac{1}{\sqrt{5}} \begin{pmatrix} 0 \\ -1 \\ 2 \end{pmatrix} = \frac{1}{\sqrt{5}} \left( -\vec{e}_y + 2\vec{e}_z \right)$ ✓

$$Z_0 = \sqrt{\frac{\mu_0}{\varepsilon_0}} \qquad Z = \sqrt{\frac{\mu_0}{\varepsilon_r \varepsilon_0}} = \frac{1}{\sqrt{\varepsilon_r}} Z_0$$

$$\Rightarrow \quad \varepsilon_r = \left( \frac{Z_0}{Z} \right)^2$$

$$\vec{k} = k_0 \, \vec{n} = k_0 \frac{1}{\sqrt{5}} \left( -\vec{e}_y + 2\vec{e}_z \right)$$

Hinweise:

$\vec{S} = \vec{E} \times \vec{H}$ $\qquad [\vec{S}] = \frac{V}{m} \cdot \frac{A}{m} \cdot \frac{W}{m^2}$ Leistungsfluss pro Fläche oder Energieflussdichte

$\neq Re\{\underline{\vec{S}}\}$ (i.A.)

$\underline{\vec{S}} = \underline{\vec{E}} \times \underline{\vec{H}}^*$ $\qquad \overline{\vec{S}} = \frac{1}{T} \int_0^T \vec{S} \, dt = \frac{1}{2} Re\{\underline{\vec{S}}\}$

a) TEM: $\left.\begin{array}{l} \vec{H} = \frac{1}{Z} \vec{n} \times \vec{E} \\ \vec{E} = -Z \left( \vec{n} \times \vec{H} \right) \end{array}\right\} \begin{array}{l} \underline{\vec{S}} \sim \vec{n} \\ \underline{\vec{S}} \sim \vec{n} \end{array}$

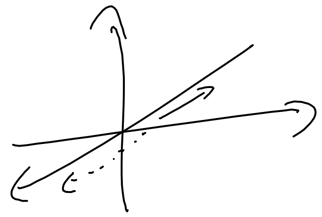
$$Z = \frac{|\underline{\vec{E}}|}{|\underline{\vec{H}}|} = \sqrt{\frac{\mu}{\varepsilon}}$$ Feldwellenwiderstand

$\Delta \underline{\vec{H}} + k^2 \underline{\vec{H}} = 0$ $\quad$ mit $k^2 = \omega^2 \varepsilon \mu$

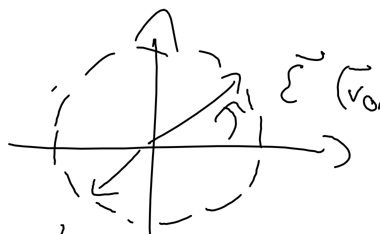
$\vec{k} = k \vec{n}$ $\qquad$ Wellenzahl-Vektor b), c) $\vec{E}(\vec{r},t) = \underline{\vec{E}_0}\, e^{-j\vec{k}\vec{r}}\, e^{j\omega t}$

Polarisationsart: $\vec{E}(\vec{r},t)$ bei festem Raumpunkt

$\vec{r}$ = konst: linear pol.: rein reell/imaginär



Rotation pol. reell + imaginär



$\vec{E}(\vec{r}_0, t_1)$

$\vec{E}(\vec{r}_0, t_2)$ ← schlecht gewählt, könnte lin. polar. sein!

elliptisch polarisiert: kommt nicht vor

x y z x y z

$$\vec{E} = -Z(n \times \vec{H})$$

$$= -Z \frac{1}{\sqrt{5}} (-\vec{e}_y + 2\vec{e}_z) \times j \frac{8 E_0}{Z_0} \vec{e}_x$$

$$= -\frac{Z}{\sqrt{5}} (\vec{e}_z - \vec{e}_y \cdot 2)\, j \frac{8 E_0}{Z_0}$$

$$\Rightarrow \quad \underline{\vec{S}} = \underline{\vec{E}} \times \underline{\vec{H}}$$

$$|S| = |E| \cdot |H|$$

$$|E| = \frac{|S|}{|H|} = \frac{4\, E_0^{\cancel{2}}}{\cancel{Z_0}} \cdot \frac{\cancel{Z_0}}{8 \cancel{E_0}} \sqrt{5}$$

$$|E| = \frac{\cancel{4}^{1}}{2} \frac{E_0}{\cancel{8}} \cdot \sqrt{5}$$

$$Z = \frac{|E|}{|H|} = \frac{1}{2} \cancel{E_0} \sqrt{5} \cdot \frac{Z_0}{8 \cancel{E_0}}$$

$$= \cancel{E_0} \cdot \frac{\sqrt{5}}{16} \cdot Z_0 \qquad (\checkmark)$$

$$\underline{\vec{S}} = \underline{\vec{E}} \times \underline{\vec{H}}^*$$

$$\Rightarrow |\underline{\vec{S}}| = |\underline{\vec{E}}| \cdot |\underline{\vec{H}}|$$

$$Z^2 = \sqrt{\frac{\mu}{\varepsilon}} = \cancel{\sqrt{\frac{\mu_0}{\varepsilon_r \varepsilon_0}}}$$

$$\varepsilon_r = \frac{\mu_0}{\varepsilon_0 Z^2} = \cancel{\frac{\mu_0}{\varepsilon_0}} \cdot \frac{16^2}{\cancel{E_0}^2 \cdot 5} \checkmark$$

$$\Delta \vec{H} + k^2 \vec{H} = 0$$

k bestimmen?

b) $$\vec{E} = -\frac{Z}{\sqrt{5}} \cdot 8j \frac{E_0}{Z_0} (\vec{e}_z - 2\vec{e}_y)$$

$$= -\frac{\cancel{\sqrt{5}}}{\cancel{16}_2} \frac{1}{\cancel{\sqrt{5}}} \cdot 8j \frac{E_0}{Z_0} (\vec{e}_z - 2\vec{e}_y)$$

$$= -\frac{1}{2} j \frac{E_0}{Z_0} (\vec{e}_z - 2\vec{e}_y)$$

$$\underline{\vec{E}}(\vec{r}, t) = -\frac{1}{2} j \frac{E_0}{Z_0} (\vec{e}_z - 2\vec{e}_y) e^{-jkr} e^{j\omega t}$$

$$\underline{\vec{H}}(\vec{r}, t) = |\underline{\vec{H}}| e^{-jk\vec{r}} e^{j\omega t}$$

c) $$\underline{\vec{E}}(\vec{r}, t) = -\frac{1}{2} j \frac{E_0}{Z_0} (\vec{e}_z - 2\vec{e}_y) e^{-jkr} e^{j\omega t}$$

=> linear (nur imaginär)

a) $$\vec{n} = \frac{\vec{S}}{|\vec{S}|} = \frac{1}{\sqrt{5}} (-\vec{e}_y + 2\vec{e}_z)$$

$$\underline{\vec{S}} = \underline{\vec{E}} \times \underline{\vec{H}}^* = \underbrace{-Z(\vec{n} \times \vec{H})}_{} \times \vec{H}^*$$

$$\vec{n} \cdot \underline{\vec{H}}^* = 0$$

$$\underline{\vec{S}} = Z |\vec{H}|^2 \cdot \vec{n}$$

$$\frac{4 E_0^2}{Z_0} \sqrt{5} \cdot \vec{n} = Z \cdot \frac{64 E_0^2}{Z_0^2} \vec{n}$$

$$\Rightarrow \underline{Z = \frac{\sqrt{5}}{16} \cdot Z_0}$$

$$Z = \sqrt{\frac{\mu_0}{\varepsilon_r \varepsilon_0}} \qquad Z_0 = \sqrt{\frac{\mu_0}{\varepsilon_0}}$$

$$\Rightarrow \underline{\varepsilon_r = \frac{16^2}{5}}$$

$$\vec{k} = k\vec{n} = \omega\sqrt{\varepsilon_0 \cdot \varepsilon_r \mu_0}\,\vec{n}$$

$$= k_0 \sqrt{\varepsilon_r}\,\vec{n} = \frac{16}{\sqrt{5}} k_0 \vec{n}$$

$$\left[ k_0^2 = \omega^2 \varepsilon_0 \mu_0 \right]$$

b) $\underline{\vec{E}}(\vec{r}) = \underline{\vec{E}}_0 \, e^{-j\vec{k}\vec{r}}$ $\qquad \underline{\vec{E}}_0 = -j \frac{E_0}{2} (2\vec{e}_y + \vec{e}_z)$

$$\vec{k}\vec{r} = k_0 \cdot \frac{16}{5} (-y + 2z)$$

$$\underline{\vec{H}}(\vec{r}) = j \, \frac{8 E_0}{Z_0} \vec{e}_x \cdot e^{-j k_0 \frac{16}{5}(-y+2z)}$$

c) $\underline{\vec{E}}(\vec{r}, t) = \underline{\vec{E}}(\vec{r}) \cdot e^{j\omega t}$ $\qquad (-j) = e^{-j\frac{\pi}{2}}$

$$= \frac{E_0}{2}(2\vec{e}_y + \vec{e}_z) \cdot e^{-j\left[k_0 \frac{16}{5}(-y+2z) - \omega t + \frac{\pi}{2}\right]}$$

$$\vec{E} = \mathrm{Re}\{\underline{\vec{E}}(\vec{r}, t)\}$$

$$= \frac{E_0}{2}(2\vec{e}_y + \vec{e}_z)\left\{-\sin\left[k_0 \frac{16}{5}(-y+2z) - \omega t\right]\right\}$$

$\Rightarrow$ lineer polarisierte Welle

d) <u>elektrische Wand</u>: $\underline{\vec{E}}_{tan} = 0$

Überlagerung von hin und rücklaufender Welle:

$$\underline{\vec{E}}_{ges} = \underline{\vec{E}}_h + \underline{\vec{E}}_r \overset{!}{=} 0$$

$$\Rightarrow \underline{\vec{E}}_r(\vec{r}) = -\underline{\vec{E}}_0 \, e^{+j\vec{k}\vec{r}}$$

$$\underline{\vec{E}}_h(\vec{r}) = \underline{\vec{E}}_0 \, e^{-j\vec{k}\vec{r}}$$

e) stehende Welle: kein Leistungstransport

$$\underline{\vec{E}}_{ges} = -2j \, \underline{\vec{E}}_0 \sin(\vec{k}\vec{r}) \, e^{j\omega t}$$

$$\underline{\vec{H}}_{ges} = 2 \underline{\vec{H}}_0 \cos(\vec{k}\vec{r}) \, e^{j\omega t}$$

$$\underbrace{\underline{\vec{S}}_{ges}}_{\text{imaginär Vektor}} = -4j \underbrace{\left(\underline{\vec{E}}_0 \times \underline{\vec{H}}_0^*\right)}_{\text{reeller Vektor}} \sin(\vec{k}\vec{r}) \cos(\vec{k}\vec{r})$$

$$\overline{\vec{S}}_{ges} = \frac{1}{2} \operatorname{Re}\{\underline{\vec{S}}_{ges}\} = 0$$

✓