GGÜ 5

Donnerstag, 18. November 2010
09:56

Aufgabe 4.2

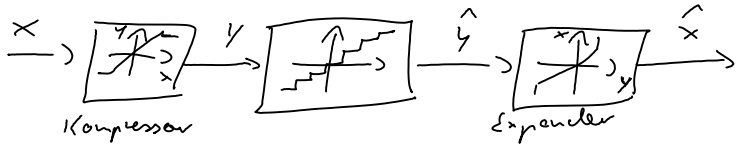
b) Gesucht: Rauschleistung des Kompander-Systems

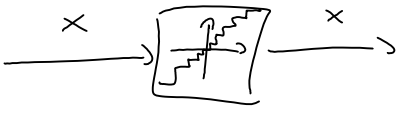
Quantisierung mit Kompandierung/Ungleichmäßig

kleinere Signalwerte treten z.B. bei Sprachsignalen häufiger auf als große Werte

→ Ziel: feinere Auflösung (d.h. kleinere Quantisierungsstufenhöhen) bei kleinen Amplituden

→ Einsatz eines Kompanders





→ Gleichmäßige Quantisierung des komprimierten Signals y kann als ungleichmäßige Quantisierung des Signals x aufgefasst werden

→ Bestimmung des ungleichmäßigen Quantisierers durch Rückrechnen der Quantisierungsintervalle und -stufen mittels Kompressor-Kennlinie

---

Bestimmung von $y(x)$ für $x \geq 0$

Teil 1: $0 \leq x \leq 0{,}6$

$$y(x) = \frac{\Delta y}{\Delta x} x = \frac{0{,}25}{0{,}6} x = \frac{5}{4} x$$

Teil 2: $0{,}6 < x \leq 1$

$$y_1(x) = mx + t$$

a) $m = \frac{\Delta y}{\Delta x} = \frac{0{,}25}{0{,}4} = \frac{5}{8}$

b) $y(1) \doteq 1$

$$\Rightarrow \frac{5}{8} \cdot 1 + t \doteq 1 \Rightarrow t = \frac{3}{8}$$

$$\Rightarrow y(x) = \frac{5}{8} x + \frac{3}{8}$$

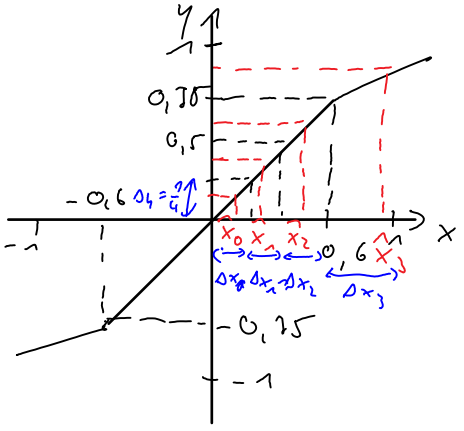
Bestimmung der Umkehrfkt $x(y)$ für $y \geq 0$

Teil 1: $0 \leq y \leq 0{,}75$

$$y(x) = \frac{5}{4}x \quad \Rightarrow \quad x(y) = \frac{4}{5}x$$

Teil 2: $0{,}75 < y < 1$

$$y(x) = \frac{5}{8}x + \frac{3}{8} \Rightarrow x(y) = \left(y - \frac{3}{8}\right) \cdot \frac{8}{5} = \frac{8}{5}y - \frac{3}{5}$$



i	$\hat{y}_i$	$\hat{x}_i$	$\Delta\hat{x}_i$
0	1/8	0,1	0,2
1	3/8	0,3	0,2
2	5/8	0,5	0,2
3	7/8	0,8	0,4

aus a)

$$N_{q_i} = \int_{-\frac{\Delta x_i}{2}}^{\frac{\Delta x_i}{2}} x^2 \, p(x + \hat{x}_i') \, dx$$

$$= \left(1 - \hat{x}_i'\right) \frac{\Delta x'^3}{12}$$

$$\Rightarrow N_q = 2 \cdot \sum_i N_{q_i} = \frac{2}{12} \left[\frac{1}{5^3} \cdot (1 - 0{,}1 + 1 - 0{,}3 + 1 - 0{,}5) + \left(\frac{2}{5}\right)^3 (1 - 0{,}8) \right] = 0{,}00493 < N_{qa}$$

$\Rightarrow$ Verringerung der Störleistung durch Kompandierung

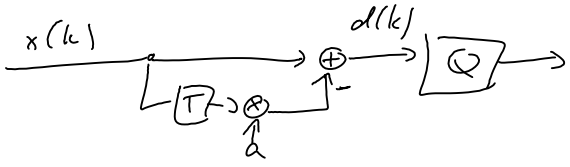
---

Differentielle Puls-Code Modulation (DPCM)

Aufeinanderfolgende Abtastwerte vieler Signale (Sprache/Bilder) sind stark korreliert.

→ Reduzierung der Bitrate (bzw. Qualitätsverbesserung bei const. Bitrate) möglich durch Übertragung der Differenz aufeinanderfolgender Abtastwerte (Differenz $\hat{=}$ Prädiktionsfehler)

a) Gesucht: Koeff. für einen optimalen Prädiktor erster Ordnung



$$E(d^2(k)) \Rightarrow \min$$

$$\Rightarrow \quad d(k) = x(k) - a\,x(k-1)$$

$$d^2(k) = x^2(k) - 2a\,x(k)\,x(k-1) + a^2 x^2(k-1)$$

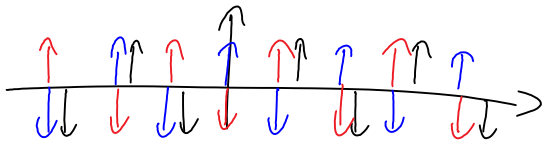
$$E\{d^2(k)\} = \rho_{xx}(0) - 2a\,\rho_{xx}(1) + a^2\,\rho_{xx}(0)$$

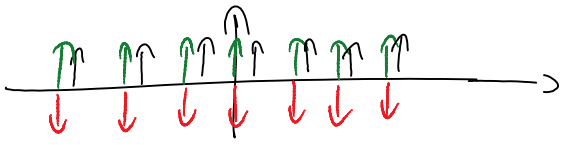
$$\frac{\partial E\{d^2(k)\}}{\partial a} = -2\,\rho_{xx}(1) + 2a\,\rho_{xx}(0) \stackrel{!}{=} 0$$

$$\Rightarrow a = \frac{\rho_{xx}(1)}{\rho_{xx}(0)}$$

$$\rho_{xx}(\lambda) = \lim_{k\to\infty} \frac{1}{2k+1} \sum_{k=-k}^{k} x(k)\,x(k-\lambda)$$

$$x_1(k) = (-1)^k$$





$\lambda = 0$

$\rho_{xx}(0) = 1$

$\lambda = 1$

$\rho_{xx}(1) = -1$

$\lambda = -2$

$\rho_{xx}(2) = 1 \quad \Rightarrow \rho_{xx}(\lambda) = (-1)^\lambda$

$$\Rightarrow a_{opt} = \frac{\rho_{xx}(1)}{\rho_{xx}(0)} = -1$$

b) Gesucht: Frequenzgang $H(\Omega)$

$$D(\Omega) = X(\Omega) - a\,X(\Omega)\,e^{-j\Omega}$$

$$= X(\Omega)\,(1 - a\,e^{-j\Omega})$$

$$\rightarrow H(\Omega) = \frac{D(\Omega)}{X(\Omega)} = 1 - a\,e^{-j\Omega}$$

$$= 1 - a\,(\cos\Omega - j\sin\Omega)$$

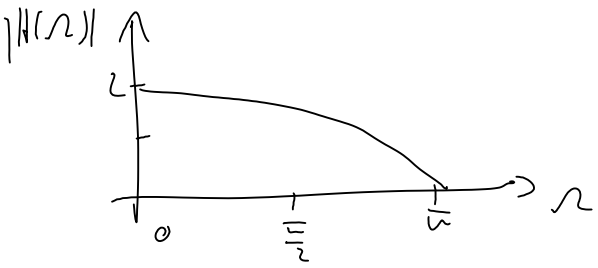
$$= 1 - a\cos\Omega + ja\sin\Omega$$

$$|H(\Omega)| = \sqrt{1 - 2a\cos\Omega + a^2\cos^2\Omega + a^2\sin^2\Omega}$$

$$= \sqrt{1 - 2a\cos\Omega + a^2} \stackrel{a=-1}{=} \sqrt{2 + 2\cos\Omega}$$

($\cos^2 + \sin^2 = 1$)

$$= \sqrt{4\sin^2\frac{\Omega}{2}} = \left|2\sin\frac{\Omega}{2}\right|$$

$\cos(2\alpha) = 1 - 2\sin^2\alpha$

$\Rightarrow 1 - \cos^2\alpha = 2\sin^2\alpha$