GGÜ 3

Donnerstag, 4. November 2010
09:56

1.2.7)

c) Gesucht: Kapazität $B \to \infty$

$$C_\infty = \lim_{B\to\infty} B \cdot ld\left(1+\frac{S}{N}\right)$$

$$= \lim_{B\to\infty} B\, ld\left(1+\frac{S}{2BW_0}\right)$$

$N = 2 \cdot B \cdot W_0$

$$= \frac{ld(e)}{2}\frac{S}{W_0} \qquad \Big|\ S = \left(\frac{S}{N}\right)_{a)} N_{a)} = \left(\frac{S}{N}\right)_{a)} \cdot 2B_{a)} W_0$$

$$= \frac{ld(e)}{\cancel{2}} \left(\frac{S}{N}\right)_{a)} \cdot \frac{\cancel{2} B_{(a)} \cancel{W_0}}{\cancel{W_0}} = ld(e)\left(\frac{S}{N}\right)_{a)} \cdot B_{a)}$$

$$= 7213{,}48\ \frac{Mbit}{s}$$

$$N_2 R \overset{!}{\leq} C_\infty$$

$$\to N_2 \leq \frac{C_\infty}{R} = \frac{7213{,}48\ \frac{Mbit}{s}}{\underbrace{34{,}42\ \frac{Mbit}{s}}_{\text{aus b)}}} = 209{,}57$$

$$\Rightarrow N_2 \leq 209$$

A.3.1: Codierung diskreter Quellen

- Zielsetzung: Codierung einer Menge von Ereignissen mit unterschiedlichen Auftrittsw'keiten, so dass die Datenrate möglichst gering wird
  → Grenzwert: mittlere Informationsgehalt (i.A. nicht erreicht)
- Vorgehen:
  - Zuteilung unterschiedl. langer Codewörter entsprechend Auftrittsw'keiten
  - Jede Bitstelle enthält möglichst großen Informationsgehalt
    → Zustände „0" und „1" sollen möglichst

gleichwahrscheinlich auftreten

c) Gesucht: Huffman Code für beide Quellen
relative Code-Redundanzen

Quelle 1:

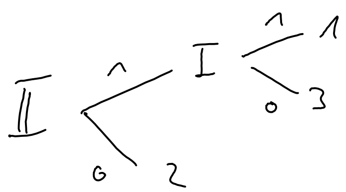
$s_i^{(1)}$	$p(s_i^{(1)})$
2	0,5
1	0,3
3	0,2

1, 0 → I

$s_i^{(2)}$	$p(s_i^{(2)})$
I	0,5
2	0,5

1, 0 → II

Entscheidungsbaum:



s_i	$p(s_i)$	x_i	w_i	$p(s_i)w_i$
1	0.3	11	2	0,6
2	0.5	0	1	0,5
3	0.2	10	2	0,4

mittlere Codewortlänge: $L_1 = E\{w_i\} = \sum_{i=1}^{3} w_i\, p(s_i) = 1{,}5 \frac{\text{bit}}{\text{Symbol}}$

Entropie: $H_1 = -\sum_{i=1}^{3} p(s_i)\, ld(p(s_i)) = 1{,}486 \frac{\text{bit}}{\text{Symbol}}$

Code-Redundanz: $r_{c1} = \frac{L_1 - H_1}{H_1} \cdot 100\% = 0{,}94\%$

Quelle 2:

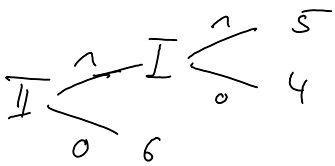
$s_i^{(1)}$	$p(s_i^{(1)})$
6	0,4
5	0,35
4	0,25

1, 0 → I

$s_i^{(2)}$	$p(s_i^{(2)})$
I	0,6
6	0,4

1, 0 → II

Entscheidungsbaum:



s_i	x_i	w_i
4	10	2
5	11	2

4	10	2
5	11	2
6	0	1

Mittlere Codewortlänge: $L_2 = 2 \cdot 0{,}25 + 2 \cdot 0{,}35 + 0{,}4 = 1{,}6 \, \frac{\text{bit}}{\text{Symbol}}$

Entropie: $H_L = 1{,}56 \frac{\text{bit}}{\text{Symbol}}$

Code-Redundanz: $r_{C2} = \frac{1{,}6 - 1{,}56}{1{,}56} \cdot 100\% = 2{,}56\%$

b) Quellen sind statistisch unabhängig

=> Einzelwahrscheinlichkeiten multiplizieren

$P(25) = P(2) \cdot P(5) = 0{,}5 \cdot 0{,}35 = 0{,}175$

$P(34) = P(3) \cdot P(4) = 0{,}2 \cdot 0{,}25 = 0{,}05$

c) <u>Gesucht</u>: Optimalcode für zweistellige Zahlen nach Huffman

$[P(x,y)] =$

	4	5	6
1	0,075	0,105	0,12
2	0,125	0,175	0,2
3	0,05	0,07	0,08

$s_i^{(1)}$	$P(s_i^{(1)})$	
26	0,2	
25	0,175	
24	0,125	
16	0,12	
15	0,105	
36	0,08	
14	0,075	
35	0,07	1
34	0,05	0

I

$s_i^{(2)}$	$P(s_i^{(2)})$	
26	0,2	
25	0,175	
24	0,125	
I	0,12	
16	0,12	
15	0,105	
36	0,08	1
14	0,075	0

II

$s_i^{(3)}$	$P(s_i^{(3)})$	
26	0,2	
25	0,175	
II	0,155	
24	0,125	
I	0,12	
16	0,12	1
15	0,105	0

III

$s_i^{(4)}$	$P(s_i^{(4)})$
III	0,225
26	0,2
25	0,175
II	0,155

$s_i^{(5)}$	$P(s_i^{(5)})$	
IV	0,245	
III	0,225	
26	0,2	
25	0,175	1

$s_i^{(6)}$	$P(s_i^{(6)})$	
V	0,33	
IV	0,245	
III	0,225	1
26	0,2	0

VI

25	0,175	
$\overline{II}$	0,155	
24	0,125	1
I	0,12	0 $\overline{IV}$

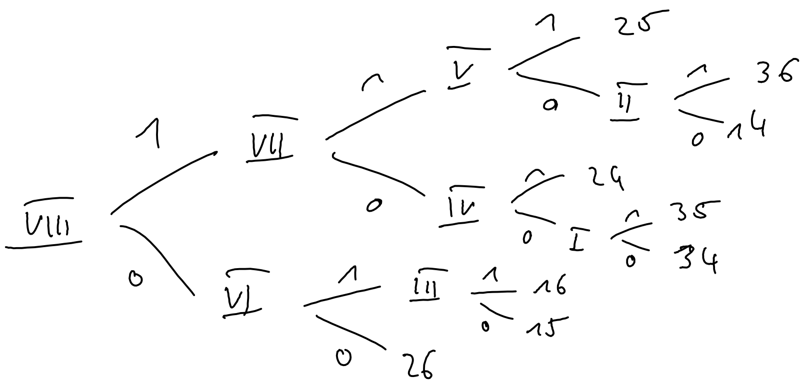
26	0,2	
25	0,175	1
$\overline{II}$	0,155	0 $\overline{V}$

$\overline{III}$	0,225	1
26	0,2	0 $\overline{VI}$

$s_i^{(7)}$	$p(s_i^{(7)})$	
$\overline{VI}$	0,425	
$\overline{V}$	0,33	1
$\overline{IV}$	0,245	0 $\overline{VII}$

$s_i^{(8)}$	$p(s_i^{(8)})$	
$\overline{VII}$	0,575	1
$\overline{VI}$	0,425	0 $\overline{VIII}$

Entscheidungsbaum:



s_i	$p(s_i)$	x_i	w_i	$p(s_i)w_i$
26	0,2	00	2	0,4
25	0,175	111	3	0,525
24	0,125	101	3	0,375
16	0,12	011	3	0,36
15	0,105	010	3	0,315
36	0,08	1101	4	0,32
14	0,075	1100	4	0,3
35	0,07	1001	4	0,28
14	0,05	1000	4	0,2

d) Gesucht: welche Codierung günstiger?

Mittlere Codewortlänge des Codes für zweistellige Zahlen:

$$L_d = \sum_i p_i(s_i)\, w_i = 3{,}075 \frac{\text{bit}}{\text{Doppelsymbol}}$$

Mittlere Codewortlänge der beiden Codes für einstellige Zahlen

$$L_a = L_1 + L_2 = 3{,}1 \frac{\text{bit}}{\text{Doppelsymbol}}$$

$\Rightarrow$ Die Codierung von zweistelligen Zahlen ist günstiger, da $L_{c)} < L_{a)}$