

Handschriftliche Notizen „Werkstoffe“

Repetitorium GEMB2

Helmut Hagemeyer

11. September 2010

Kap. 7: Diode

Am 8.3. 11:30-13:00

hier da sein!

→ FORMELSAMMLUNG S. 2.10

→ Taschenrechner

→ Zirkelmalen

→ 1-seitige FS mit Vordruck

→ Stuhlwandweis und Perso

24.3. ab 17 Uhr Noten

15.3. Einsicht

2 aus 3:

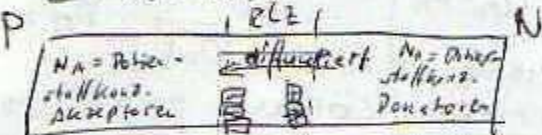
Magnetika, Dielektrika,

Bipolare Bauelemente

Fragen:

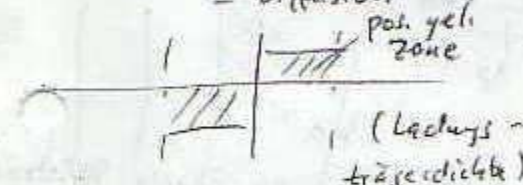
6 x 2 P + 6 x 3 P

E = 30 Punkte

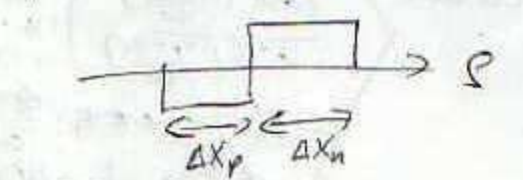


Löcher = Majoritäten = Elektronen
Elektronen = Minoritäten = Löcher
zwei Ladungstypen.

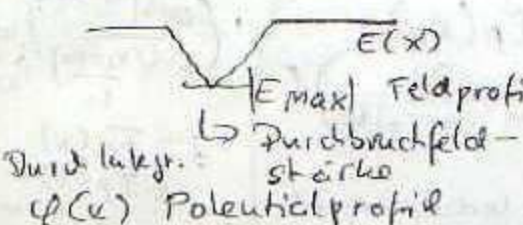
Raumladungprofil
⇒ Konzentrationsgradient
= Diffusion



pn-Diode: Feldprofil und Potentialprofil.

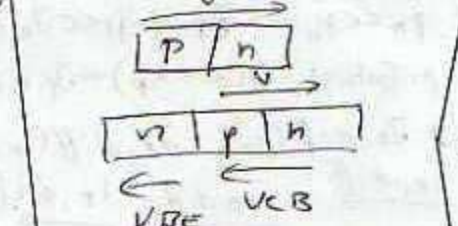


Durch Integration:



Ph-Diode: Ausdehnung der RLZ

$$W = \sqrt{\frac{2 \epsilon_0 \epsilon_r q (V_D - V)}{e} \left(\frac{1}{N_A} + \frac{1}{N_D} \right)}$$



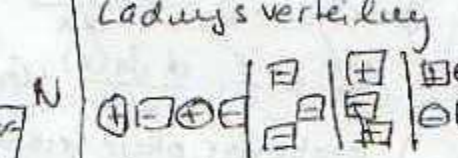
$$N_A \cdot \Delta x_p = N_D \cdot \Delta x_n$$

Ladungsneutralität:

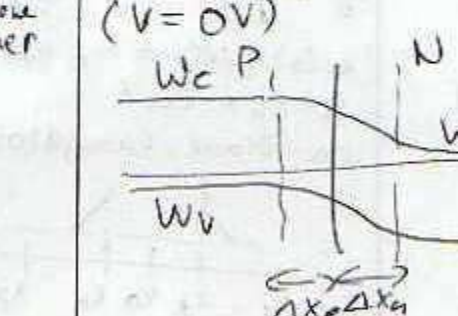
Flächen müssen gleich groß sein ⇒ Ladung muß gleich groß sein.

$$W = \Delta x_p + \Delta x_n$$

Ladungsverteilung



Banddiagramm (V = 0V)



Wippe
Elektronen Löcher

heißt sich immer zum Vakuum hin oder Leertum hin

$$p_p \approx p_{po} \cdot \log(10^{-1}) \quad n_n \approx n_{no}$$

$$p(x) = p_{po} \cdot \exp\left(-\frac{W_p(x) - W_p(0)}{L_p}\right)$$

$$n(x) = n_{no} \cdot \exp\left(-\frac{W_n(x) - W_n(0)}{L_n}\right)$$

Profile der Ladungsträgerdichten

$$n(x) = W_c \cdot \exp\left(-\frac{W_c(x) - W_c(0)}{L_n}\right)$$

$$p(x) = W_v \cdot \exp\left(-\frac{W_v(x) - W_v(0)}{L_p}\right)$$

$$p_{po} = N_A \quad (Störstellendichte)$$

Minoritätsträger

$$n_{po} = n_i^2 / p_{po}$$

$$p_{no} = n_i^2 / n_{no}$$

Durchlaßrichtung $V > 0V$



3. Shockley - Annahme:

V_{pn} stört p_{po} und n_{no} nur unwesentlich, Majoritäten unbeeinträchtigt v. angl. Spannung

Minoritäten: Gleich d. pn-Überg.

$$p_n(x_n) = p_{no} \cdot \exp\left(\frac{V}{V_T}\right), \quad V_T = \frac{k_B \cdot T}{e}$$

$$n_p(x_p) = n_{po} \cdot \exp\left(\frac{V}{V_T}\right)$$

$$\Delta p_n(x_n) = p_n(x_n) - p_{no}$$

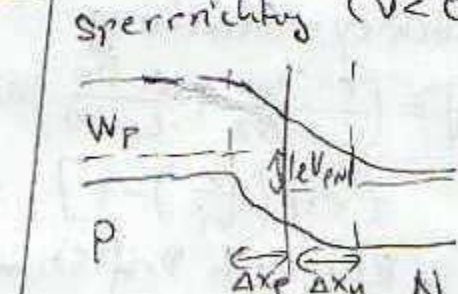
$$\Delta n_p(x_p) = n_p(x_p) - n_{po}$$

Diffusionsschwänze:

$$\Delta p_n(x > x_n) = \Delta p_n(x_n) \cdot \exp\left(-\frac{x - x_n}{L_p}\right)$$

$$\Delta n_p(x_p > x) = \Delta n_p(x_p) \cdot \exp\left(-\frac{x_p - x}{L_n}\right)$$

Sperrrichtung ($V < 0V$)



Majoritätsträger unbeeinträchtigt von V_{pn}

$$p_n(x_n) = p_{no} \cdot \exp\left(\frac{V}{V_T}\right)$$

#1: Widerstand Neutralgeb.

RLZ

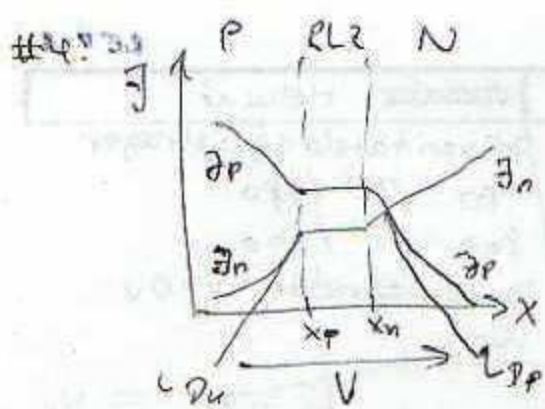
#2: Neutralgebiet $\rightarrow \infty$

(D. Diffusionsschwänze)

#3: $p_i \approx p_{no}$

$n_n \approx n_{po} \neq f(V_{pn})$

#4: Rekombinationsprozesse in der RLZ vernachlässigbar.



$$\begin{cases} J_{n,diff} = const \\ J_{p,diff} = const \end{cases} \text{ in RLZ}$$

$$J = J_p + J_n$$

$$J_{p,diff} = -e \cdot D_p \cdot \frac{d\Delta p_n}{dx} = \frac{e \cdot D_p}{L_p} \Delta p_n(x) \exp\left(-\frac{x-x_n}{L_p}\right)$$

$$= \frac{e \cdot D_p}{L_p} \Delta p_n(x_n) \quad x = x_n$$

$$J_{p,diff} = \frac{e \cdot D_p \cdot p_{no}}{L_p} \left[\exp\left(\frac{V}{V_T}\right) - 1 \right] \quad x = x_n$$

$$R_{no} = \frac{n_i^2}{n_{no}} = \frac{n_i^2}{N_D}$$

$$\text{Analog: } J_{n,diff} = \frac{e \cdot D_n \cdot n_i^2}{L_n \cdot N_A} \left[\exp\left(\frac{V}{V_T}\right) - 1 \right]$$

Shockley-Gleichung:

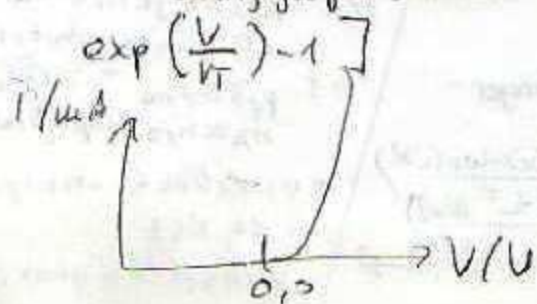
$$J = \left(\frac{e \cdot D_n}{L_n \cdot N_A} + \frac{e \cdot D_p}{L_p \cdot N_D} \right) n_i^2 \left[\exp\left(\frac{V}{V_T}\right) - 1 \right]$$

in RLZ kein Driftstrom!
pn-Diode: IV-Kennlinie

$$I(V) = J(V) \cdot A$$

$$= \left(\frac{e \cdot D_n}{L_n \cdot N_A} + \frac{e \cdot D_p}{L_p \cdot N_D} \right) n_i^2 \cdot A \cdot \left[\exp\left(\frac{V}{V_T}\right) - 1 \right]$$

Sättigungssperrestrom I_0



$$J = J_{p,drift}(x) + J_{p,diff}(x) + J_{n,diff}(x) \text{ Vereinfachungen:}$$

→ Im p-Gebiet ($x < x_p$):

$$n_p \ll p_p \Rightarrow J_{n,drift} \ll J_{p,drift}$$

→ Im n-Gebiet ($x_n < x$):

$$p_n \ll n_n \Rightarrow J_{p,drift} \ll J_{n,drift}$$

p-Gebiet: $J(x < x_p) = J_{p,drift}(x_p)$

$$+ J_{n,diff}(x_n) + J_{p,diff}(x_n)$$

$$\begin{matrix} \xrightarrow{J_{p,diff}} & \xrightarrow{J_{n,diff}} & \xrightarrow{J_{p,diff}} \\ \xleftarrow{J_{n,drift}} & \xleftarrow{J_{p,drift}} & \xleftarrow{J_{n,diff}} \end{matrix}$$

P RLZ N

pn-Diode: Ansatz für die Verteilung des Diodestroms

$$J_n(x) = e \cdot D_n \cdot \frac{d(n_p(x) - n_{po})}{dx}$$

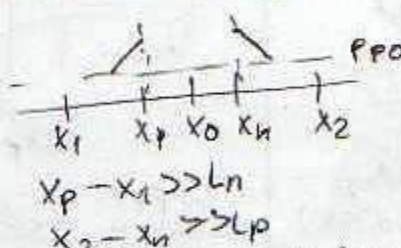
$$\frac{dJ_n}{dx} = \frac{1}{e} \cdot \frac{dJ_n(x)}{dx} + G_n - R_n$$

stationär, ohne Generat.

$$\frac{dJ_n(x)}{dx} = \frac{n_p(x) - n_{po}}{\tau_n}$$

$n_p(x)$ fällt ab auf n_{po} in τ_n -Zeit

pn-Diode: Langzeitdiode



Vereinfachung: $\coth(x \gg 1) = 1$

x_1, x_2 = Anschlüsse

pn-Diode: Kurzdiode



Vereinfachung: $\coth(x \ll 1) = \frac{1}{x}$

$$I = I_n(x_p) + I_p(x_n)$$

$$= e \cdot A \cdot n_i^2 \left(\frac{D_n}{(x_p - x_1) N_A} + \frac{D_p}{(x_2 - x_n) N_D} \right) \left[\exp\left(\frac{V}{V_T}\right) - 1 \right]$$

$$\exp\left(\frac{V}{V_T}\right) - 1$$

pn-Diode: Raumladungskapazität



$$C_{sc} = \left| \frac{dQ_{sc}(V)}{dV} \right| \quad C_U = Q$$

$$|Q_{sc}| = e N_D \Delta x_n \cdot A$$

$$= e N_A \cdot \Delta x_p \cdot A$$

$$L_p \Delta x_n = \dots \quad L_n \Delta x_p = \dots$$

$$\text{aus } w = \sqrt{(u-v) \cdot \dots}$$

$$C_{sc}(V) = e \cdot N_A \left| \frac{d\Delta x_p}{dV} \right|$$

$$\sim \sqrt{\frac{1}{u-v}}$$

bzw.

$$= e \cdot N_D \left| \frac{d\Delta x_n}{dV} \right|$$

$$\sim \sqrt{\frac{1}{u-v}}$$

Bei der Betrachtung des Stromdurchf.

pn-Übergangs

homogene DGL? Ord.

$$\frac{d^2(n_p(x) - n_{po})}{dx^2} = \frac{n_p(x) - n_{po}}{L_n^2}$$

$$\tau_n = \sqrt{D_n \tau_n}$$

Lösung: $n_p(x) - n_{po}$

$$= n_{po} \cdot \left[\exp\left(\frac{V}{V_T}\right) - 1 \right] \cdot \left(\frac{\sinh\left(\frac{x_n - x}{L_n}\right)}{\sinh\left(\frac{x_n - x_p}{L_n}\right)} \right)$$

$$\sinh\left(\frac{x_n - x}{L_n}\right)$$

$$\sinh\left(\frac{x_n - x_p}{L_n}\right)$$

x_1 : Diffusionschicht unter



pn-Diode: Diff.strome

$$I_n(x) = e \cdot A \cdot D_n \cdot \frac{dn_p(x)}{dx}$$

$$= \frac{e A D_n}{L_n} n_{po} \left[\exp\left(\frac{V}{V_T}\right) - 1 \right] \cdot \left(\frac{\cosh\left(\frac{x - x_1}{L_n}\right)}{\sinh\left(\frac{x_p - x_1}{L_n}\right)} \right)$$

$$\cosh\left(\frac{x - x_1}{L_n}\right)$$

$$\sinh\left(\frac{x_p - x_1}{L_n}\right)$$

$$I_p(x) = -e \cdot A \cdot D_p \cdot \frac{dp_n(x)}{dx}$$

$$= \frac{e \cdot A \cdot D_p}{L_p} p_{no} \left[\exp\left(\frac{V}{V_T}\right) - 1 \right] \cdot \left(\frac{\cosh\left(\frac{x_2 - x}{L_p}\right)}{\sinh\left(\frac{x_2 - x_n}{L_p}\right)} \right)$$

$$\cosh\left(\frac{x_2 - x}{L_p}\right)$$

$$\sinh\left(\frac{x_2 - x_n}{L_p}\right)$$

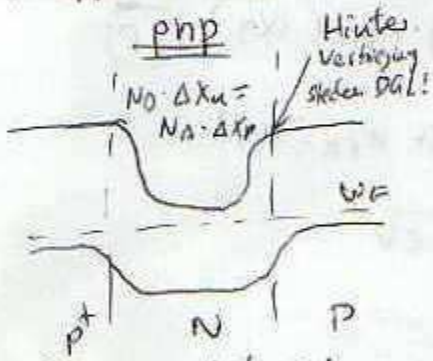
$$I = I_n(x) + I_p(x)$$

"Basis dünn - damit
ausg. Strom durch-
kriegt"

"Alle Ströme zeigen in
den Transistor rein."
Normalbetrieb

	nnp	pnp
V_{BE}	+	-
V_{CB}	+	-
V_{EC}	-	+
I_E	-	+
I_B	+	-
I_C	+	-

Unterschiede pnp zu
Formelsammlung npn-
Transistor überlegen!
"Wippe" $\leftarrow W_F$

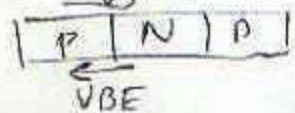


rei 3 an metallurgischen
Grenze und links gleich
keine Spannung $\Rightarrow$
Majoritätskonzentration
= Dotierkonzentration
effektive Basisweite:

$w = \Delta x_B - \Delta x_{p, BE} - \Delta x_{p, CB}$
Normalbetrieb Bipolartransistor
nnp

$V_{BE} > 0, V_{CB} > 0$

pnp: $V_{BE} < 0, V_{CB} < 0$



V_{BE}
"V wie i. der Diode"

Gesetz des pnp-
Übergangs:

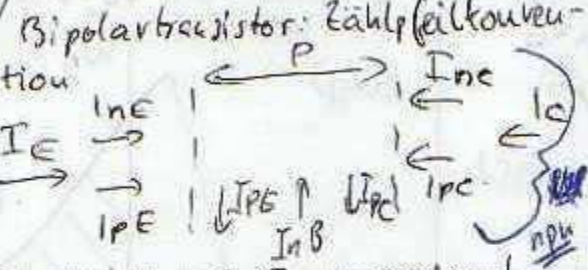
$p(x_E) = p_{E0} \cdot \exp\left(\frac{V_{BE}}{V_T}\right)$

$n(x_{BC}) = n_{B0} \cdot \exp\left(\frac{V_{BE}}{V_T}\right)$

$n(x_{BC}) = n_{B0} \cdot \exp\left(\frac{V_{CB}}{V_T}\right)$

$p(x_C) = p_{C0} \cdot \exp\left(-\frac{V_{CB}}{V_T}\right)$

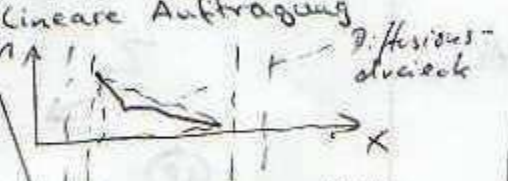
Basis sehr dünn $\Rightarrow$ kaum Rekombination



Basis klein $\Rightarrow$ Basisgradient
möglichst groß, aber kein Tunnel
erlaubt.

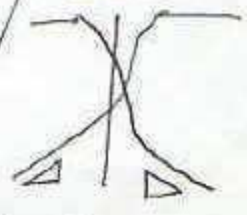
Inverse Betrieb - keine hohe
Effizienz - kleine Verstärkung
Off-Betrieb $\Rightarrow$ kein Strom
"Sättigung" $\rightarrow$ Basis hohe Konzen-
tration Minoritäten
wesentl. ist Konzentrationsgradient
 $\rightarrow$ sonst kein Strom durch
Transistor.

Wir erzeugen in Basis einen
Konzentrationsgradienten
 $\rightarrow$ Diffusion
 $\rightarrow$ Strom



kleiner Stromanteil
fließt über Basis ab
Unterschied zur Diode

pnp



äußere Spannung erzwingt
Änderung

upn - Bipolartransistor
Löcherströme

Wielange braucht ein Loch
bis es rekombiniert?

$I_{PE} = -\frac{e \cdot D_n \cdot n_{E0} \cdot A}{L_p \cdot n_{D, E}} \left[\exp\left(\frac{V_{BE}}{V_T}\right) - 1 \right]$

$I_{PE} = -\frac{e \cdot D_p \cdot p_{E0} \cdot A}{L_p \cdot n_{D, E}} \left[\exp\left(-\frac{V_{CB}}{V_T}\right) - 1 \right]$

Elektronenströme:

DGL:

$\frac{\partial^2}{\partial x^2} (n(x) - n_{B0}) = \frac{n_p(x) - n_{B0}}{L_n^2}$

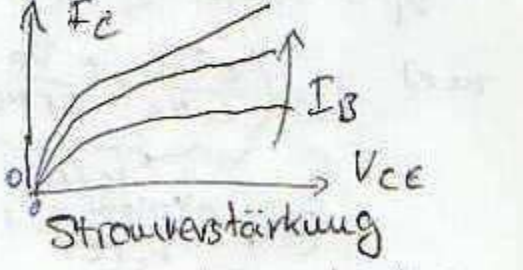
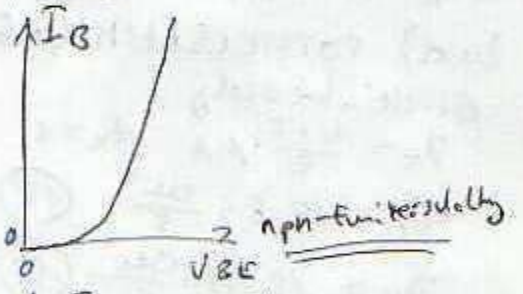
$\Rightarrow n(x)$ (mit korrektem Verlauf)

$I_{nE} = e \cdot D_n \cdot A \cdot \frac{\partial (n(x) - n_{B0})}{\partial x} \Big|_{x=x_{pE}}$

$I_{nC} = -e \cdot A \cdot \frac{\partial (n(x) - n_{B0})}{\partial x} \Big|_{x=x_{pC}}$

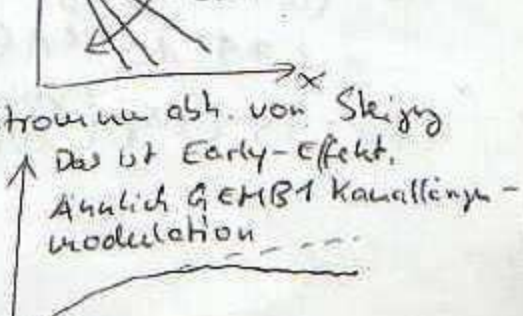
$\rightarrow$ Emittiereffizienz
(wieviel geht verloren in der
Basis?)

Grundsaltungen: Basis-
schaltung, Emitterschaltung, Kollektor-
schaltung

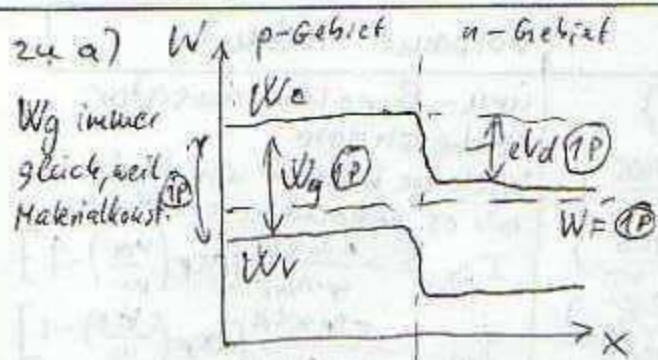


Stromverstärkung

V_{CB} große $\Rightarrow$ W_{eff} breiter



Strom nun abh. von V_{CE}
Das ist Early-Effekt.
Ähnlich GEMBT Kanaleng-
modulation
 $V_{CE} = V_{BE} + V_{CB}$
Bei MOSFET: Gatespannung steuert



zu b) $w = \sqrt{\frac{2\epsilon_0 \epsilon_{r,sc}}{e} (V_d - V) \left(\frac{1}{N_A} + \frac{1}{N_D} \right)}$

$\Rightarrow \epsilon_{r,sc} = \frac{w^2 e}{2\epsilon_0 (V_d - V) \left(\frac{1}{N_A} + \frac{1}{N_D} \right)} = 11,7$ (1P)

$V_d = \frac{k_B \cdot T}{e} \cdot \ln\left(\frac{N_D \cdot N_A}{n_i^2}\right) = 0,94V$ (1P)

zu c) $N_A \cdot \Delta x_p = N_D \cdot \Delta x_n$ und

$w = \Delta x_n + \Delta x_p$ (1P)

$w = \Delta x_p \left(1 + \frac{N_A}{N_D} \right)$ (1P)

$\Delta x_p = \frac{w}{1 + \frac{N_A}{N_D}} = 0,0441 \mu m$ (1P)

$\Delta x_n = w - \Delta x_p = 0,0411 \mu m$ (1P)

zu d) FORMELSAMMLUNG $\Rightarrow$

Einkleinbeziehung

$D_n = \frac{k_B \cdot T}{e} \cdot \mu_n \quad z_n = 1$ (1P)

$D_n = 25,83 \frac{cm^2}{s}$ (1P)

$D_p = 12,92 \frac{cm^2}{s}$ (1P)

zu e) $J = \left(\frac{e \cdot D_n}{L_n \cdot N_A} + \frac{e \cdot D_p}{L_p \cdot N_D} \right) n_i^2 \cdot A$

$\cdot \left[\exp\left(\frac{V_{Diode}}{k_B \cdot T / e}\right) - 1 \right]$

$J = \frac{I_S}{A} \cdot \left[\exp\left(\frac{V_{Diode}}{k_B \cdot T / e}\right) - 1 \right]$

$I_S = \left(\frac{D_n}{L_n \cdot N_A} + \frac{D_p}{L_p \cdot N_D} \right) \cdot e \cdot n_i^2 \cdot A$

$= 2,79 \cdot 10^{-12} A$ (1P)

$I_{ges} = I_S \cdot \left[\exp\left(\frac{V_{Diode}}{k_B \cdot T / e}\right) - 1 \right]$ (1P)

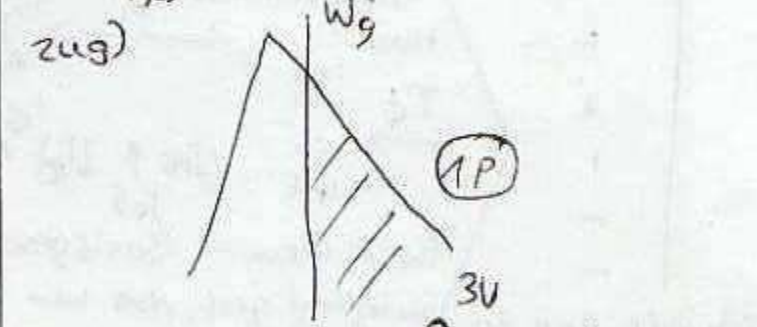
zu f) V_R V_{Diode} $I_{max}(V_{Diode}) = I_{ges, max}$

$I_{ges} = I_S \left[\exp\left(\frac{V_{Diode}}{k_B \cdot T / e}\right) - 1 \right]$ (1P)

$V_{Diode} = \ln\left(\frac{I_{ges}}{I_S} + 1\right) \frac{k_B \cdot T}{e} = 0,586V$ (1P)

$V_R = V_{SOURCE} - V_{Diode} = 3,4144V$

$R = \frac{V_R}{I_{ges}} = 170,7 \Omega$ (1P)

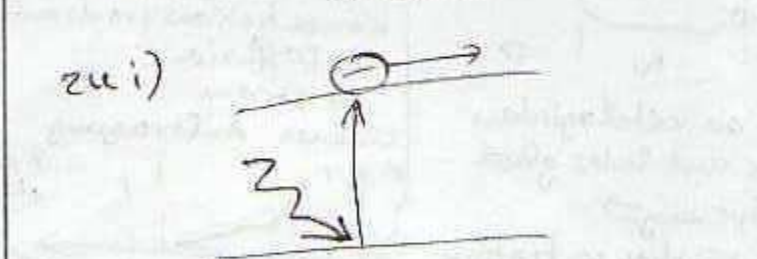


zu h) $N_{PH} = A \cdot \int_{1,1eV} n_{PH} \cdot dW$

$= A \cdot \frac{1}{2} \cdot (W_{PH2} - W_g) \cdot n_{PH}(W_g)$ (1P)

$= 2,4 \cdot 10^{16} s^{-1}$ mit $n_{PH}(W_g) =$

$2,5 \cdot 10^{21} \frac{1}{m^2 \cdot s \cdot eV}$



$I_{ko} = N_{PH} \cdot e$ (1P)

$= 3,8 \mu A$ (1P)

1. Lineare Dielektrika
→ hauptsächlich in Kondensatoren

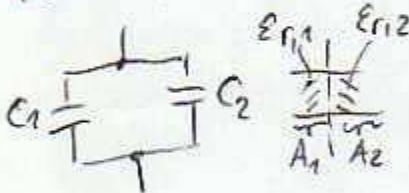


Kapazität: $C = \epsilon_0 \epsilon_r \frac{A}{d}$
 $C = Q/U$
 el. Feldstärke: $E = U/d$
 el. Verschiebungsdichte: $D = \frac{Q}{A} = \epsilon_0 \epsilon_r \cdot E$
 el. Polarisation: $P = D - \epsilon_0 E$
 Energie $W = \frac{1}{2} C \cdot U^2$
 Energiedichte $w = \frac{1}{2} \epsilon_0 \epsilon_r E^2$

Parallel-/Reihenschaltung von Kondensatoren



$\frac{1}{C_{ges}} = \frac{1}{C_1} + \frac{1}{C_2}$

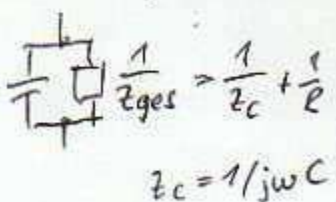


$C_{ges} = C_1 + C_2$

Allgemeiner Fall (z.B. Restleitfähigkeit)

→ Impedanz Z (komplexe Größe $Z = Z' - jZ''$)

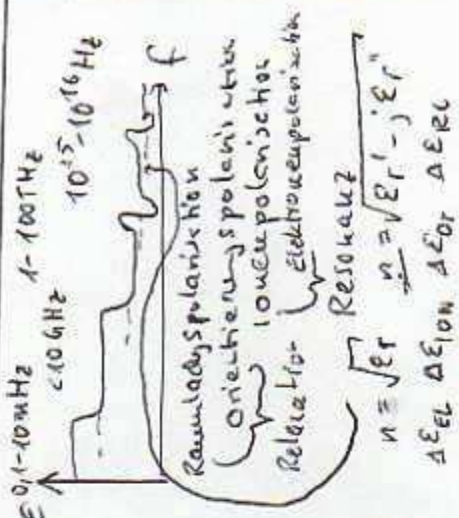
Verschiebung & Verluste



$Z_{ges} = Z_c + R$
 $Z_c = 1/j\omega C$

Was passiert beim Aufladen eines Materials im Kondensator?

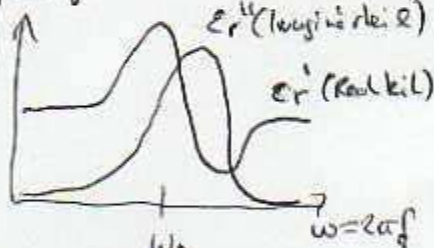
→ Polarisationsmechanismen



Dispersion = Frequenzabh.
 Wie wird die Dispersion bestimmt?
 → aus Schwingungsgleichung

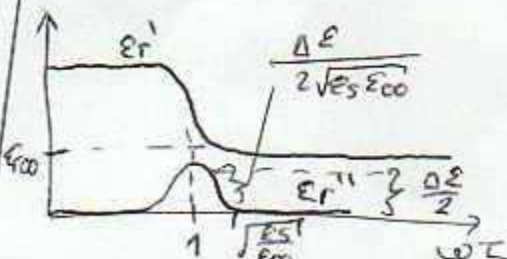
- ⊕ m m ⊖
- rücktreibende Kraft
- Reibungen
- Trägheitskraft

Ergebnis



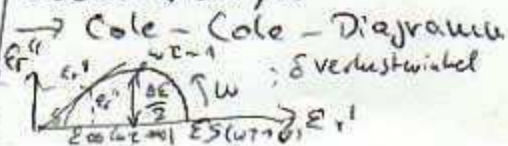
$\epsilon_r'' = \frac{\Delta \epsilon \cdot \omega \cdot \tau}{(1 - \frac{\omega^2}{\omega_0^2})^2 + (\omega \tau)^2}$
 $\epsilon_r' = \frac{\Delta \epsilon (1 - \frac{\omega^2}{\omega_0^2})}{(1 - \frac{\omega^2}{\omega_0^2})^2 + (\omega \tau)^2} + \epsilon_{\infty}$

Debye-Relaxation (wichtig!)



$\epsilon_r' = \frac{\Delta \epsilon}{1 + (\omega \tau)^2} + \epsilon_{\infty}$ $\epsilon_r'' = \frac{\Delta \epsilon \omega \tau}{1 + (\omega \tau)^2}$
 $\tan \delta = \frac{\epsilon_r''}{\epsilon_r'}$ $C = \epsilon_0 (\epsilon_r' - j \epsilon_r'') \frac{A}{d}$

Darstellung in der komplexen Ebene (wichtig!)



Kramer-Kronig Relation:

$\epsilon' = \epsilon_{\infty} + \frac{\epsilon''}{\omega \tau}$

Bisher → lineare Werkstoffe d.h. $\epsilon_r = \text{const}$ (nicht abh. v. $V, E, \dots$)

Allgemeiner Fall → nicht lineare Dielektrika
 Unterscheidung:
 dielektrische Polarisation → „Alle Stoffe“

↓
 piezoelektr. Polarisation → nur Stoffe ohne Invertierungsbahn
 („mech. Druck“, polare Stoffe)

pyroelektr. Polarisation
 („Temperatur“, polare Stoffe)

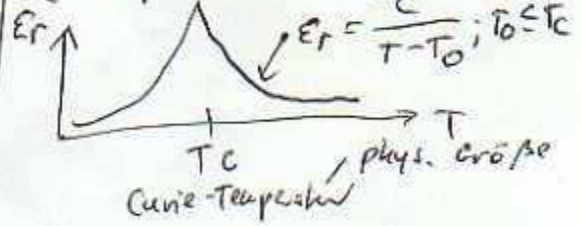
Spezialfall: „Ferroelektrika“

- polare Stoffe bei denen die polare Richtung elektr. Feld geschaltet werden kann
- $E \rightarrow P$
- remanente Polarisation

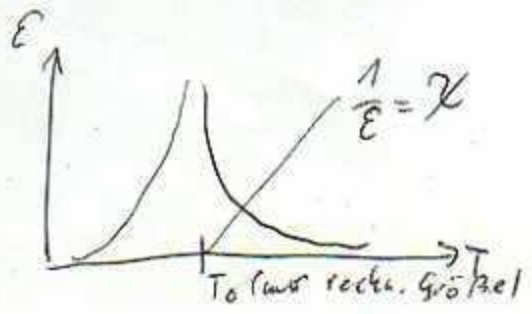
„Hysterese“

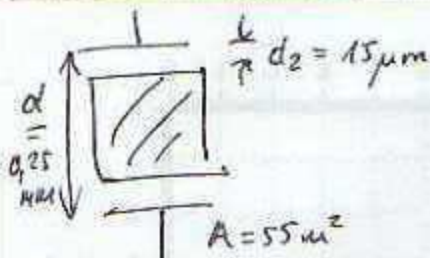


o Curie-Weiss-Gesetz (Tempabh. von ϵ_r)



$T < T_c$: ferroelektrisch
 $T > T_c$: paraelektrisch (keine spontane Polarisation)





$C = 40 \text{ pF} = 40 \cdot 10^{-12} \text{ F}$
 $n = 1,8$

a) $\epsilon_{r, \text{stat}, 1}$; $\epsilon_{r, \infty}$; $A \epsilon_r$

1) $n = \sqrt{\epsilon_{r, \infty}} \rightarrow \epsilon_{r, \infty} = n^2 = 3,24$ (1P)

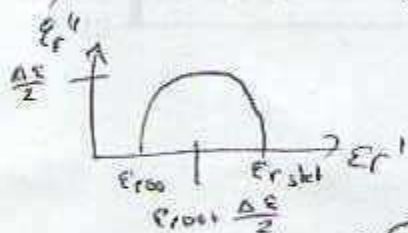
2) $C = \epsilon_0 \cdot \epsilon_{r, \text{stat}, 1} \cdot \frac{A}{d} \rightarrow \epsilon_{r, \text{stat}, 1} = 20,53$ (1P)

3) $\Delta \epsilon = \epsilon_{r, \text{stat}, 1} - \epsilon_{r, \infty} = 17,29$ (1P)

4) $C = \epsilon_0 \epsilon_r \frac{A}{d}$

$\epsilon_{r, \infty} \neq 1 \Rightarrow$ Elektronenpolarisation

5) Cole-Cole-Diagramm



Achsenabschnitte (Werte) (1P)

Halbkreis (1P)

Radius (1P)

Fehler: Punktladung

b) $\tan \delta = \frac{\epsilon_r''}{\epsilon_r'}$

$\epsilon_r' = \frac{\Delta \epsilon}{1 + (\omega \tau)^2} + \epsilon_{r, \infty}$

$\epsilon_r'' = \frac{\Delta \epsilon \cdot \omega \cdot \tau}{1 + (\omega \tau)^2}$

$\omega \cdot \tau = 1 \Rightarrow$

$\epsilon_r' = \epsilon_{r, \infty} + \frac{\Delta \epsilon}{2}$

$\epsilon_r'' = \frac{\Delta \epsilon}{2}$

$\tan \delta = 0,72$ oder $\delta = 36^\circ$ (1P)



c) $\epsilon_{r, 2} = 2$

Reihenschaltung $\frac{1}{C_{\text{ges}}} = \frac{1}{C_1} + 2 \frac{1}{C_2}$

$C_1 = \epsilon_{r, \text{stat}, 1} \cdot \frac{A}{d_1}$ $d_1 = d - 2d_2$

$C_2 = \epsilon_0 \epsilon_{r, \text{stat}, 2} \cdot \frac{A}{d_2}$

Einsetzen

$\frac{1}{C_{\text{ges}}} = \frac{1}{\epsilon_0 A} \left(\frac{d - 2d_2}{\epsilon_{r, \text{stat}, 1}} + 2 \frac{d_2}{\epsilon_{r, 2}} \right)$

$\epsilon_{r, 2} = \frac{-2 C_{\text{ges}} \cdot \epsilon_{r, \text{stat}, 1} \cdot d_2}{C_{\text{ges}} (d - d_2 \cdot 2) - \epsilon_0 A \cdot \epsilon_{r, \text{stat}, 1}}$ (1P)

$\epsilon_{r, 2} = 8,89$ (1P)

d) $V = 24 \text{ V}$

Durchbruch ges.:

krit. Feldst. $E_{\text{krit}, 1}$

$E_{\text{krit}, 2}$

verschiebungsdichte
konst $D = \text{const}$ (1P)

$D = \epsilon_0 \epsilon_{r, \text{stat}, 1} E_1$

$E_1 = \epsilon_0 \epsilon_{r, \text{stat}, 2} \cdot E_2$

$E_1 = \frac{\epsilon_{r, \text{stat}, 2}}{\epsilon_{r, \text{stat}, 1}} \cdot E_2$

$= 0,356 E_2$

$E_{\text{krit}, 1} = 2 \cdot E_{\text{krit}, 2}$

$\Rightarrow$ Durchbruch in (2) (1P)

Feld in (1) immer kleiner als in (2)

Außerdem krit. Feldstärke von (1) höher als von (2).

krit. Feldstärken

$V = 28 \text{ V}$

$E_{\text{krit}, 1} = E_{\text{krit}, 2} \cdot 2$

$E_1 = 0,356 E_2$

Gesamtspannung

$V = E_1 \cdot d_1 + 2 \cdot E_2 \cdot d_2$ (1P)

$d_1 = d - d_2$

$E_2 = E_{\text{krit}, 2} = \frac{V}{\frac{\epsilon_{r, \text{stat}, 2}}{\epsilon_{r, \text{stat}, 1}} (d - d_2) + 2 d_2}$
 $= 22,15 \frac{\text{kV}}{\text{m}}$ (1P)

$E_{\text{krit}, 1} = 2 \cdot E_{\text{krit}, 2} = 44,30 \frac{\text{kV}}{\text{m}}$ (1P)

d) $V = 30 \text{ V}$

Gesucht: Dicke d_2' damit der Kondensator nicht durchbricht.

Gesamtspannung: $V = E_1 (d - 2d_2') + 2 E_2 d_2'$

$V = \frac{\epsilon_{r, \text{stat}, 2}}{\epsilon_{r, \text{stat}, 1}} E_2 \cdot d + 2 \cdot E_2 \cdot d_2'$
 $\left(1 - \frac{\epsilon_{r, \text{stat}, 2}}{\epsilon_{r, \text{stat}, 1}} \right)$

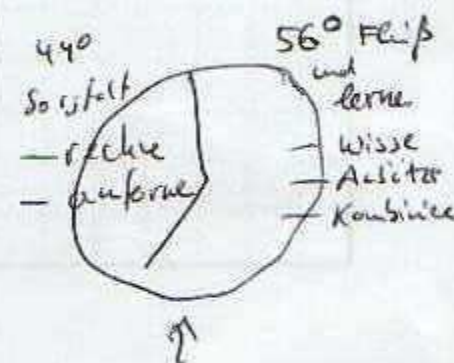
Auflösen nach d_2'

$= \frac{V}{2 E_2} - \frac{E_{r, \text{stat}, 2}}{E_{r, \text{stat}, 1}} \cdot \frac{d}{2}$

$\left(1 - \frac{\epsilon_{r, \text{stat}, 2}}{\epsilon_{r, \text{stat}, 1}} \right)$ (1P)

$E_2 = E_{\text{krit}, 2}$ (1P)

$d_2' = 3,6 \cdot 10^{-5} \text{ m} = 36 \mu\text{m}$ (1P)



darauf wird bei jeder Aufgabe geachtet!!!

Magn. Feldgleichungen

- magn. Induktion B bzw. H (techn.)

μ_r : rel. magn. Permeabilität

H : magn. Feldstärke

- Suszeptibilität $\chi_m = \mu_r - 1$ (phys.)

- magn. Polarisation

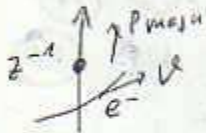
$$\vec{P} = \vec{B} - \mu_0 \cdot \vec{H} = \mu_0 (\vec{H} - \vec{H}_0) = \mu_0 \cdot \vec{H} (\mu_r - 1)$$

$$= \mu_0 \cdot \vec{H} \cdot \chi_m$$

- Magnetisierung

$$\vec{M} = \vec{P} / \mu_0 = \sum \frac{\text{P magnet}}{\text{Volumen}}$$

- Kreisstrom auf der atomaren Ebene



Typen des Magnetismus (FT)

i) Diamagnetismus: $H > 0$

$\rightarrow \mu < 0$ d.h. $\mu_r < 1$ (techn.)

$$\vec{P} < 0 \quad \chi_m < 0$$

(FT) Perfekte Diamagnet:

Supraleiter: ($\chi_m = -1$)

ii) Paramagnetismus:

$H > 0 \rightarrow \mu < 0$ d.h. $\mu_r > 1$

$\vec{P} > 0$ magn. Dipole werden ausgerichtet.

Magnetische Ordnung

a) Ferromagnetismus

$\uparrow \uparrow \uparrow \uparrow$ Magnetismus = atomare Eigenschaft

b) Antiferromagnetismus

$\uparrow \downarrow \uparrow \downarrow$ z.B. $FeCl_2$, $FeCl_3$, $FeCl_4$

c) Ferrimagnetismus

$\uparrow \downarrow \uparrow \downarrow$ z.B. Ferrite mit spinellstr. ($\mu_A - \mu_B - \mu_C$) ($\mu_A - \mu_B - \mu_C$)

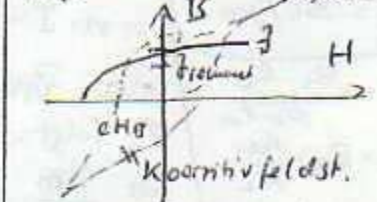
Domäne = spontan & homogen auf magnetische Bereich



Curie-Weiß-Gesetz

$$\chi_m = \frac{C}{T - T_0}$$

Hysteresis



Ursache für das nicht lineare Verhalten: DOMÄNEN

reversible / Bandverschiebung

irreversible w. versch.

(techn.) $\vec{P}(H)$: enthält auch $\mu_0 \cdot H$

(phys.) $\vec{P}(H)$: reine Materialkenn

Unterscheidung:

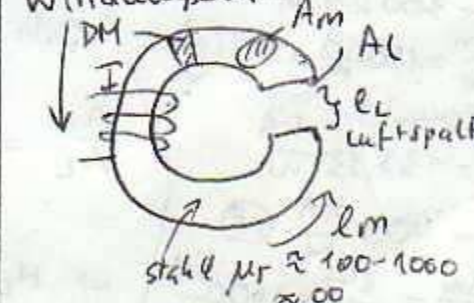
- weichmagn. Materialien $H_c \downarrow, B_r \uparrow$

- hartmagn. " $H_c \uparrow, B_r \uparrow$

($B-H$ max $\uparrow$)

(Dauer- oder permanenmagn.)

Magnetkreis



Berechnen von Magnetkreisen

① Durchflutungsgesetz: $\oint \vec{H} \cdot d\vec{l} = n \cdot I$

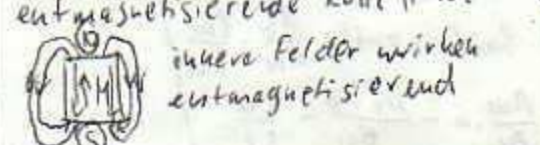
z.B.: $H_{Lu} \cdot l_{Lu} + H_L \cdot l_L = n \cdot I$

② Flussführung: $\Phi = B \cdot A = \text{const}$

③ Materialgleichung: $B_H = \mu_m \cdot H_m$

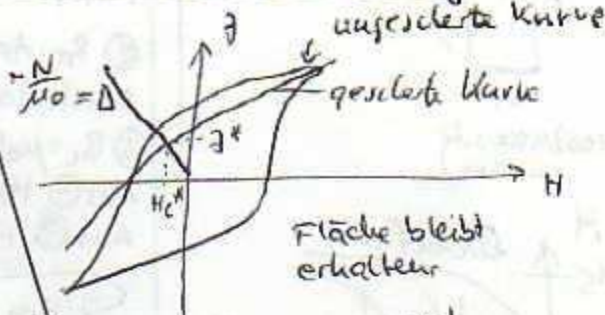
$B_L = \mu_r \cdot H_L$

Luftspalt: entmagnetisierende Rolle (innere Felder)



$\rightarrow \mu_{ges} \rightarrow$ Schemu der Hysteresis

Konstruktion der Schemu



Schemu bewirkt: $-\vec{P} \downarrow$

$-H_c$ erhalten

ungesättigte Hysteresis:

geometrieabhängig

gesättigte Hysteresis:

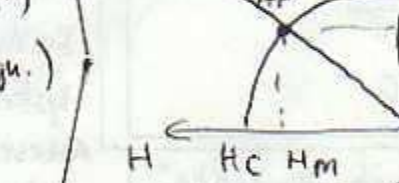
reines Materialverhalten

Arbeitsgeraden von

Dauermagneten

(BH) max: optimaler Arb.p

Arbeitsgerade



Herleitung der Arbeitsgerade

Gl. des Magnetkreise

$$\oint \vec{H} \cdot d\vec{l} = n \cdot I$$

$$\Phi = B \cdot A = \text{const}$$

$$B_i = \mu_i H_i$$

Voraussetzung für Dauer-

magnetstoffe

$\rightarrow$ Anisotropie ($\vec{M}$ stabiler in einer Lage als in einer anderen)

① Formanisotropie

$N = 1$: lat. magn. Feld

= 1 Polarisation

d.h. maximale

Entmagnetisierung

$\rightarrow$ kein Nettobeitrag für $N=1$

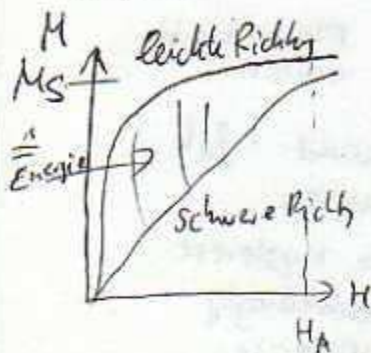


Kristallanisotropie

$$F_{\text{el}} \propto \frac{1}{r^2}$$



(100) Miller'sche Indizes



magn. Selbstenergie-dichte

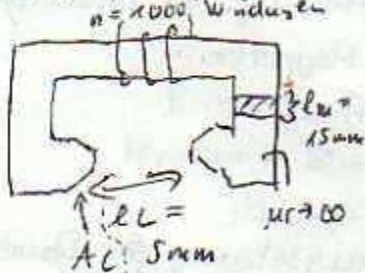
$$E_{\text{energie}} = \frac{W}{V}$$

$$= k_0 + k_1 \sin^2 \varphi + k_2 \sin^4 \varphi$$

$$k_1 = \frac{3}{2} \mu_0 M_s^2$$

$$\frac{\partial W}{\partial \varphi} = 0$$

Klausuraufgabe Magnetika



a) Geg.: $B_m(H_m)$

Ges.: $H(H_m)$

$$B = \mu_0(H + M) \Rightarrow M = \frac{B}{\mu_0} - H \quad (1P)$$

$H_m / \frac{kA}{m}$	$B_m / \frac{kA}{m}$	$M / \frac{kA}{m}$
100	700	600
0	600	600
-300	150	450
-400	-250	150
-400	-400	0

ablesen rechnen

b) Durchflutungsgesetz

$$\oint \vec{H} \cdot d\vec{l} = 0 \quad (1P)$$

$$\textcircled{1} H_m \cdot l_m + H_c \cdot l_c = 0 \quad (1P)$$

Fußföhrung: $\phi = \text{const} = B \cdot A$

$$\textcircled{2} B_m \cdot A_m = B_c \cdot A_c \quad (1P)$$

Materialgleichung:

$$\textcircled{3} B_c = \mu_0 H_c \quad \text{Luft } \mu_r = 1 \quad (1P)$$

Aus ① $H_m = -\frac{H_c \cdot l_c}{l_m}$

Aus ③ $H_c = \frac{B_m \cdot A_m}{\mu_0 \cdot l_c}$

$$\Rightarrow H_m = -\frac{B_m \cdot A_m}{\mu_0 \cdot l_c \cdot l_m}$$

Aus ②: $B_c = B_m \cdot \frac{A_m}{A_c}$

Einsetzen:

$$H_m = -\frac{B_m}{\mu_0} \cdot \frac{A_m \cdot l_c}{A_c \cdot l_m}$$

$$\frac{B_m}{\mu_0} = -H_m \cdot \frac{A_c \cdot l_m}{A_m \cdot l_c}$$

Mit $\frac{A_p}{A_m} = 1$

$$\frac{B_m}{\mu_0} = -H_m \cdot \frac{l_m}{l_c}$$

$$\boxed{\frac{B_m}{\mu_0} = -3 H_m}$$

Arbeitsgerade

Bestimmung des AP: $B_c = \mu_0 H_c$

Hystereseschleife: $\frac{B_m}{\mu_0} = 0 H_m + b$

Ablesen: $H_m = 0 \frac{kA}{m} \Rightarrow \frac{B_m}{\mu_0} = 600 \frac{kA}{m}$

$\Rightarrow b = 600 \frac{kA}{m}$

$H_m = -300 \frac{kA}{m}$

$\Rightarrow \frac{B_m}{\mu_0} = 150 \frac{kA}{m} \Rightarrow \frac{B_m}{\mu_0} = 150 \frac{kA}{m}$

Schnittpunkt $\frac{kA}{m}$

$H_m = -133,33 \frac{kA}{m}$

$\frac{B_m}{\mu_0} = 400 \frac{kA}{m} \quad (1P)$

c) $\frac{B_m}{\mu_0} = \frac{3}{2} H_m + 600 \frac{kA}{m}$

Max. Energieprodukt $(1P)$

$B_m H_m = \frac{3}{2} \mu_0 H_m^2 + \mu_0 H_m \cdot 600 \frac{kA}{m}$

Bed.: $\partial(B_m H_m) / \partial H_m = 0 \quad (1P)$

$\partial(B_m H_m) / \partial H_m = 3 \mu_0 H_m + \mu_0 \cdot 600 \frac{kA}{m}$

$\Rightarrow H_m = -200 \frac{kA}{m} \quad (1P)$

$\Rightarrow B_m^{\text{opt}} = 300 \frac{kA}{m} \quad (1P)$

d) $B_m / \mu_0 = -H_m \cdot \frac{A_c \cdot l_m}{A_m \cdot l_c}$

$\Rightarrow \frac{A_m}{A_c} = -\frac{\mu_0 H_m}{B_m} - \frac{l_m}{l_c}$

$H_m^{\text{opt}} = -200 \frac{kA}{m} \quad B_m^{\text{opt}} = 300 \frac{kA}{m}$

Einsetzen: $\frac{A_m}{A_c} = 2 \quad (1P)$

Alternativ AP: $A_m / A_c = 2/3$

e) $I = 3A$

ges. Arbeitsgerade $(1P)$

Durchflutungsgesetz $nI = H_m l_m + H_c l_c$

$H_m \cdot l_m = nI - H_c \cdot l_c \quad \mu_0 H_c = B_c$

$\Rightarrow H_m \cdot l_m = nI - \frac{B_c}{\mu_0} \cdot l_c$

$= nI - \frac{B_m \cdot A_m}{\mu_0 \cdot A_c} = l_c$

da $B_m \cdot A_m = B_c \cdot A_c$

Es folgt: $H_m \cdot l_m = nI - \frac{B_m \cdot A_m}{\mu_0 \cdot A_c} \cdot l_c$

$\Rightarrow \frac{B_m}{\mu_0} = (nI \cdot H_m \cdot l_m) \cdot \frac{A_c}{A_m \cdot l_c}$

$= \frac{nI A_c}{A_m \cdot l_c} - \frac{A_c \cdot l_m}{A_m \cdot l_c} \cdot H_m \quad (1P)$

Achsenabschnitt Steigung ist gleich

Verschiebung auf y-Achse $(1P)$

f) Kraft $F = \frac{1}{2} \mu_0 A_c H_c^2 \quad (1P)$

$H_m \cdot l_m + H_c \cdot l_c = nI$

$\phi = BA = \text{const} \Rightarrow B_m A_m = B_c A_c$

$\Rightarrow B_m A_m = \mu_0 H_c \cdot A_c$

$\Rightarrow H_c = B_m \cdot A_m / (\mu_0 A_c)$

$\Rightarrow H_m l_m + \frac{B_m \cdot A_m \cdot l_c}{\mu_0 \cdot A_c} = nI$

d.h. $\frac{A_m}{A_c} = \frac{(nI - H_m \cdot l_m)}{B_m (\mu_0 \cdot l_c)} \quad (1P)$

$\frac{A_m}{A_c} = \frac{1000 \cdot 3A + 200 \frac{kA}{m} \cdot 15mm}{300 \frac{kA}{m} \cdot 5mm}$

$= 4 \quad \frac{kA}{m} \quad (1P)$

$\Rightarrow H_c = 1200 \frac{kA}{m} \quad (1P)$

Aus Glg. für die Kraft: $A_c = \frac{2F}{\mu_0 H_c^2}$

$A_c = 5,526 mm^2 \quad (1P)$

$A_m = 22 \cdot 10 mm^2 \quad (1P)$

FALSCH?

Man hier nicht das was

AP benutzt werden?

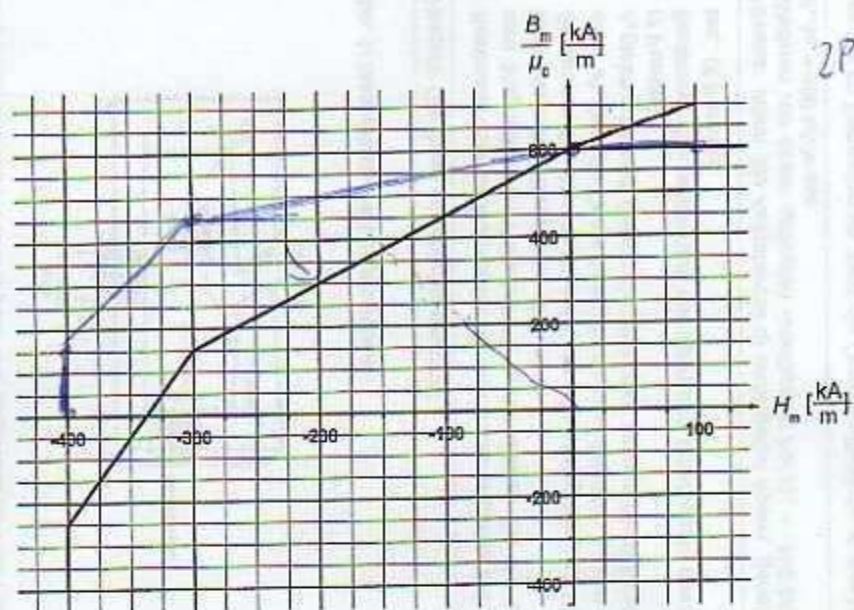


Abb. 2 – Magnetische Induktion B_m bezogen auf die Vakuumpermeabilität μ_0 in Abhängigkeit vom Magnetfeld H_m für den Werkstoff des Dauermagneten

Feste Ionenleiter

Transportmechanismen

- 1.) Leerstellentransport
- 2.) Zwischengittertransport

Bedingung für schnelle Ionenleitung

- hohe # bewegl. Ionen und hohe # leerer Plätze
- Plätze haben ähnliches Potential und Potentialbarriere gering



Feste Ionenleiter-Leitfähigkeit

$$\sigma_i = e |z_i| n_i \mu_i; \text{ versch. Ionen i}$$

$$\mu_i = D_i \frac{e}{k_B T} = D_i \frac{e}{k_B T} \exp\left(-\frac{\Delta W_i}{k_B T}\right)$$

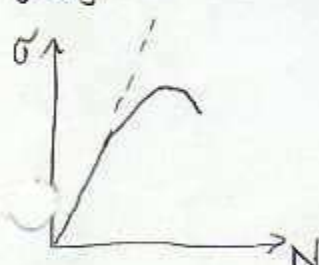
(...ergleichsweise wenig Ionen)



Flüssige Elektrolyte

$$\sigma = e \sum z_i n_i \mu_i$$

↑ Stimmt nicht für hohe N_i , dann $\sigma \sim N$ nicht mehr gültig.



Grund: - WW der Teilchen nirkender

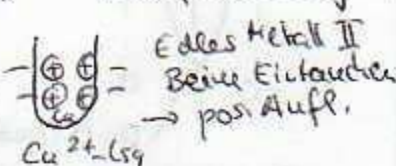
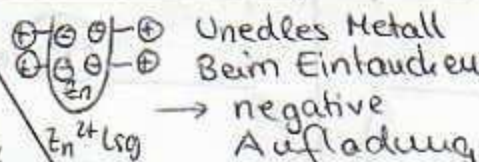
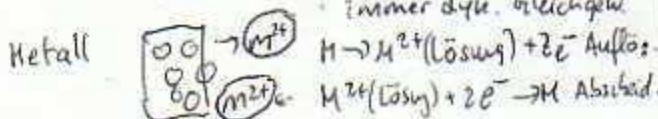
- Bildung von Assoziaten
(größeres Zusammenstoß => schlechter bewegl.)

↳ # zur Verfügung stehender Ladungsträger sinkt.

→ Beschreibung durch Aktivität a_i :
„eff. Konzentration“ (Entweder auf n_0 bezogen oder dimensionslos)

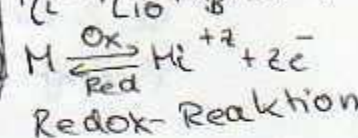
8.3 Physikalisch-chemische Grundlagen elektrochemischer Zellen

Prozesse an Metall/Elektrolyt-Grenzfl.



Metall/Elektrolyt-Grenzflächen
El. chem. Potentialallg.

$$\eta_i = \eta_{i0} + k_B T \ln a_i + z_i e \phi$$



$$\eta_{\text{Cu}^{2+}, \text{M}} = \eta_{\text{Cu}^{2+}, \text{L}}$$

$|j_{\text{Auf}}| = |j_{\text{Abscheidung}}|$

Beim Eintauchen:

$$\eta_{\text{Cu}^{2+}, \text{Metall}} > \eta_{\text{Cu}^{2+}, \text{Flüssigkeit}} \Rightarrow \text{Auflösung}$$

$$\eta_{\text{Cu}^{2+}, \text{M}} < \eta_{\text{Cu}^{2+}, \text{L}} \Rightarrow \text{Abscheidung}$$

$$\Rightarrow \Delta \phi_{\text{Cu}} = \Delta C_{\text{V}, \text{Cu}} + \frac{k_B T}{2e} \ln \frac{a_{\text{Cu}^{2+}, \text{L}}}{a_{\text{Cu}^{2+}, \text{M}}}$$

Nernst'sches Halbzellenpotential

$$\Delta \phi = \Delta C_0 + \frac{k_B T}{2e} \ln \frac{a_{\text{Ox}}}{a_{\text{Red}}}$$

Elektrochemische Zellen

Zusammensetzung von 2 Halbzellen

Leerlaufspannung (mot. Kraft) $V_{\text{EMF}} = \phi_{\text{II}}^0 - \phi_{\text{I}}^0 + \frac{k_B T}{2e} \ln \frac{a_{\text{Ox}}}{a_{\text{Red}}}$

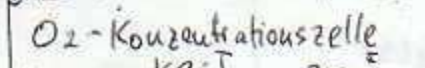
Entladung $V_{\text{cell}} < V_{\text{EMF}}$

Aufladung $V_{\text{cell}} > V_{\text{EMF}}$

Bsp.: Konzentrationszelle

$$V_{\text{EMF}} = \frac{k_B T}{2e} \ln \frac{N_{\text{M}^{2+}}}{N_{\text{M}^{2+}}}$$

Leerlauf Verbrauches



$$V_{\text{EMF}} = \frac{k_B T}{4e} \ln \frac{p_{\text{O}_2}}{p_{\text{O}_2}}$$

Bei einer Brennstoffzelle ($T = 800^\circ\text{C}$) wird der Sauerstoffpartialdruck auf der einen Seite verdoppelt. Wie groß ist die Spannungsdifferenz der Zellspannung vor und

nach der Erhöhung? (3 Pkt)

$$V_{\text{EMF a}} = \frac{k_B T}{4e} \ln \frac{p_{\text{O}_2}^{\text{II}}}{p_{\text{O}_2}^{\text{I}}} \quad (1\text{P})$$

$$V_{\text{EMF b}} = \frac{k_B T}{4e} \ln \frac{2 \cdot p_{\text{O}_2}}{p_{\text{O}_2}} \quad (1\text{P})$$

$$\Delta V = V_{\text{EMF b}} - V_{\text{EMF a}} = \frac{k_B T}{4e} \ln 2 = 16 \text{ mV} \quad (1\text{P})$$

Batterie und Brennstoffzellen

Batterie: Energieträger im System

Primärbatterie: einmaliger Entladungsvorgang

Sekundärbatterie: wieder aufladbar

Brennstoffzelle: Zufuhr von außen

(Brennstoff bzw. Oxidationsmittel)

Welche zwei Eigenschaften muß ein Festkörperelektrolyt aufweisen, der als Werkstoff in Brennstoffzellen eingesetzt werden soll? (2 Punkte)

hohe ionische Leitfähigkeit

Temperaturunempfindlichkeit

Korrosionsfest

keine (geringe) elektronische Leitfähigkeit.

Supraleiter

1) für viele Metalle

$$\rho(T < T_c) = 0$$

→ perfekter Leiter

2) Meißner-Ochsenfeld Effekt

B-Feldlinien können nicht in das SL-eindringen

$$B = B_0 \exp\left(-\frac{x}{\lambda_L}\right) \quad (B=0)$$

Ursache: Kreisströme in der London'schen Randzone

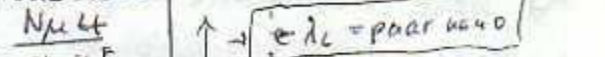
$$\uparrow \rightarrow \oint \vec{E} \cdot d\vec{L} = -\frac{d\Phi}{dt}$$

Verhalten im Magnetfeld

$$T_c = T_{c0} \sqrt{1 - \frac{H}{H_{c0}}} \quad (\text{auf Formelansatz})$$

MoCu

Supraleitende Phase



T_{c0}

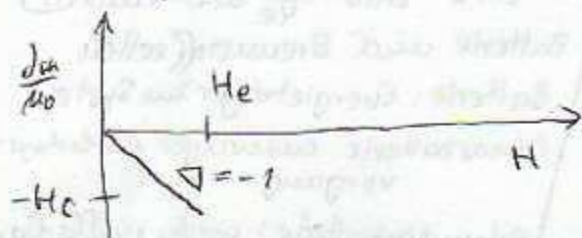
Supraleiter erster Art

$$B=0=\mu_0 H_m + J = \mu_0 H_m + \chi_m \mu_0 H_m \stackrel{!}{=} 0$$

$$\Rightarrow \chi_m = -1 \text{ perfekter Diamagnet}$$

für Rotationsellipsoide:

$$J_n = -\frac{1}{1-N} \cdot \mu_0 \cdot H_n$$

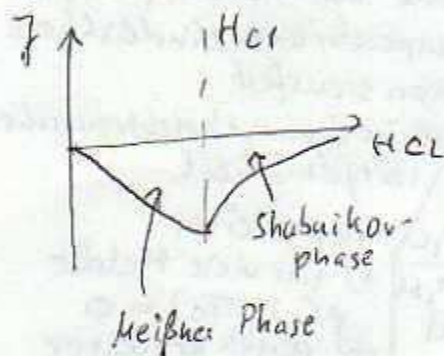


Supraleiter: Strom wird nur am Rand geführt,

⊗: Strom kann nur in der Randzone geführt werden.

$$J_c = \frac{H_c}{\lambda_L} \text{ kritischer Strom}$$

Supraleiter 2. Art



Grund: Es bilden sich normalleitende Flussschläuche in der SL-Phase mit

$$\text{Flussquant } \Phi_0 = \frac{h}{2e}$$

Strom kann auch am Vertices geführt werden

→ hohe Stromdichte mögl.

harte Supraleiter (ist zweiter Art)

(teilweise dritter Art genannt)

Vertices können sich im SL bewegen

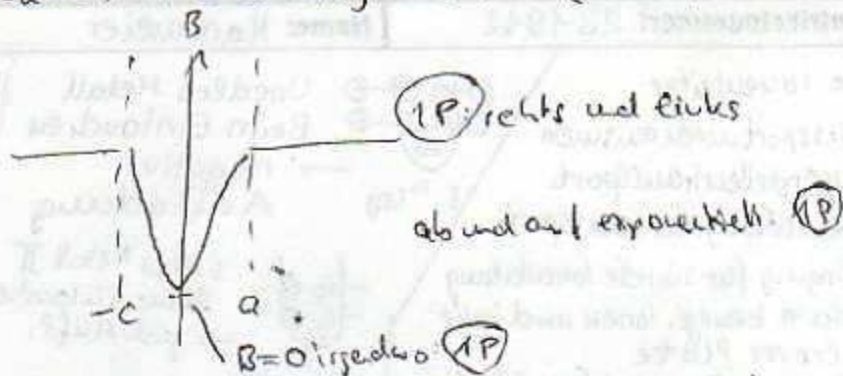
→ Reibung → Widerstand

Durch Pinning-Zentren (Defekte) können die Vertices festgehalten werden.

Gegeben sei ein Supraleiter der Stab mit $\lambda - 2a \ll 10 \mu m \ll 2a \ll \lambda_L$.

Zeichnen Sie den Verlauf der magn. Induktion außerhalb und innerhalb der SL

($B_a \neq 0$) in das Diagramm ein (3 Pkt)



welche Materialeigenschaft sollte ein SL idealer besitzen, um diesen als supraleitende Spule zur Erzeugung starker Magnetfelder einzusetzen? (2 P)

SL 2. Art (1 P)

Pinning-Zentren (1 P)