ASK GÜ 12

A46.)

Color(2): Geg.: ungerichteter Graph
Frage: Ist G 2-färbbar

Idee: ~~per~~ Breitensuche (oder Tiefensuche) durch G & versuchen jeden Knoten gemäß der Färbbedingung zu färben. Gelingt das → Ausgabe ja sonst nein

Wir verwenden eine Schlange (queue) S [vgl. Breitensuche aus VL], deren Elemente Paare <Knoten, Farbe> sind.

Algorithmus: WHILE (Schlange S leer & es gibt noch unmarkierte Knoten p) DO
markiere p mit Farbe 0 und reihe das Paar <p, 0> in S ein
WHILE Schlange S ist nicht leer DO
nehme 1. Element <q, c> aus S
FOR ALL $(q,r) \in E$ (also alle ausgehenden Knoten von q) DO
falls r auch mit c markiert, breche ab & gebe „nein" aus
falls r unmarkiert, markiere r mit Farbe 1-c und füge <r, 1-c> in S am Ende ein

END FOR

ENDWHILE
END WHILE
gebe „ja" aus

Bem.: Alg. führt bei Erfolg für jeden zusammenhängenden Teilgraph von G Breitensuche durch. Schlange S ist zw. zwei unterschiedl. zsh. Teilgraphen leer.
da es nur zwei Farben (0/1) gibt, ist es egal mit welcher wir anfangen. (hier: 0)

Korrektheit:

falls Ausgabe „ja" ist, ist G tatsächlich 2-färbbar, denn
(1) alle Knoten werden schließlich markiert.
(2) falls Ausgabe „nein" ist, dann haben wir einen Kreis/Zyklus in G gefunden, den wir nicht mit 2 Farben färben können.

Laufzeitabschätzung: Breitensuche, also $O(n^2)$ [wobei n = Anzahl Knoten in G.]

<u>A 47)</u>

$f_1: \{0,1\}^* \to \{0,1\}^*$ berechenbar durch TM M_1 mit Polynomzeitschr. $p_1(n)$

f_2: – " – $p_2(n)$

$M_i = (Q_i, \{0,1\}, \Gamma_i, q_0^i, q_s^i, \delta_i)$ für $i = 1,2$

<u>z.z.:</u> Verkettungsfunktion: $f: \{0,1\}^* \to \{0,1\}^*$ mit $f(w) = f_2(f_1(w))$ auch durch Polynomzeitbeschr. TM berechenbar.

<u>Anm:</u> TMs haben bei Terminierung nur Ausgabe auf Band.

Konstruiere TM M für f wie folgt:

$M = (Q, \{0,1\}, \Gamma, q_0, q_s, \delta)$ mit
$Q = Q_1 \dot{\cup} Q_2$, $\Gamma = \Gamma_1 \cup \Gamma_2$

$q_0 := q_0^1$, $q_s = q_s^2$

δ enthalte alle Transitionen von δ_1 und δ_2 sowie
$\delta(q_s^1, x) = (x, N, q_0^2)$ $\forall x \in \Sigma$

$\leadsto$ damit arbeitet M zunächst wie M_1 und im Anschluss wie M_2
(Überschneidungen nicht möglich, da Q_1, Q_2 schnittfrei & Anm.)

Polynomzeitschranke: $f(w) = f_2(f_1(w))$,
da M_1 in $p_1(n)$ und M_2 in $p_2(n)$, aber mit Ergebnis von M_1 weiterarbeitet, ergibt sich somit die Schranke

$\underline{\underline{p_2(p_1(n))}}$

<u>A48.)</u>

$K, L \subseteq \{0,1\}^*$, beide in Polynomzeit entscheidbar.

<u>z.zg.:</u> $K \cdot L$ auch in Polynomzeit entscheidbar.
(d.h. ex. TM M, die geg. $w \in \Sigma^*$ in Polynomzeit entscheidet, ob $w \in K \cdot L$ oder $w \notin K \cdot L$)

K werde entschieden durch M_1 in $p_1(n)$
L – " – M_2 in $p_2(n)$

M für $K \cdot L$ arbeite wie folgt:
geg.: Eingabewort $w \in \{0,1\}^*$ mit $|w| = n$:

for $i=0$ to n do
 arbeite wie M_1 auf $w[1..i]$; (schließt ε mit ein)
 merke Ergebnis im Zustand.
 arbeite wie M_2 auf $w[i+1 \ldots n]$ (schließt ε mit ein)

falls M_1 und M_2 Ausgabe 1 -> breche ab mit Ergebnis 1

sonst next ;
end for
Ausgabe 0.

⇝ probiert alle „Aufteilungen" von n durch.

Polynom: for-Schleife wird n-mal wiederholt, innerhalb der Schleife $(p_1(n) + p_2(n))$

⟶ also $\underline{\underline{n \cdot (p_1(n) + p_2(n))}}$