ASK GÜ 11

A43.) Reduktion:

a.) geg.: TM M über $\{0,1\}$
Frage: Berechnet M die Konstante 1? $\Big\} P_1$
(also: Gilt $M: w \to 1 \ \forall w \in \{0,1\}^*$?

Beh.: $HP \leq P_1$
Konstruiere aus Instanz ~~von~~ für HP (TM M) eine Instanz für P_1 (TM M') wie folgt: M' löscht zuerst seine Eingabe $w \in \{0,1\}^*$ und arbeitet dann wie M. Erreicht M' den M-Zustand q_s, so schreibe M' noch $1\sqcup$ aufs Band, gehe zurück auf 1 und stoppe dann.

zzg.: $M: \varepsilon \to$ stopp $\boxed{\Leftrightarrow}$ $M': w \to 1 \ \forall w \in \{0,1\}^*$

$\boxed{\Rightarrow}$ $M: \varepsilon \to$ stopp
$\Rightarrow$ M' löscht zuerst Eingabe w, arbeitet dann wie M und stoppt, druckt Ausgabe 1
$\Rightarrow \forall w \in \{0,1\}^*$ gilt: $M': w \to 1$

$\boxed{\Leftarrow}$ $M': w \to 1 \quad \forall w \in \{0,1\}^*$
$\Rightarrow$ da M' zunächst w löscht und dann auf leerem Band wie M arbeitet und schließlich 1 ausgibt, so folgt, dass M stoppt. (sonst keine Ausgabe möglich)

$\Rightarrow M : \varepsilon \rightarrow$ stoppt ✓

b.) Geg.: TM über $\{0,1\}$
Frage: stoppt M für jedes Eingabewort? $\Big\} P_2$

Beh.: $HP \leq P_2$

s.o. Ausgabe interessiert nicht

A44.) eindimensionales Dominospiel

Geg.: endl. Menge von ~~[illegible]~~ $D = \{(n_{11}, n_{12}), \ldots, (n_{k1}, n_{k2})\}$ von Dominotypen

Frage: Gibt es eine unendliche Folge $(m_0, m_1), (m_1, m_2), \ldots$ mit $(m_i, m_{i+1}) \in D$ $\forall i \geq 0$

Beobachtung: Wenn es eine unendliche Folge gibt, muss es eine Wdh. von Dominotypen geben, da ja nur endlich viele ~~existieren~~ verschiedene existieren. Also: Wann tritt Wiederholung auf?
$\rightarrow$ da es nur k verschiedene gibt, muss innerhalb der ersten k+1 Dominosteine der Folge eine Wdh. geben.
Das Entscheidungsverfahren überpr. also alle Möglichkeiten, eine Dominofolge der Länge k+1 zu bilden. (dabei gibt es $\leq k^{k+1}$

ASK GÜ 11

Möglichkeiten). Wenn es eine solche korrekte Folge gibt, so gebe „ja" aus, sonst „nein".

Korrektheit:

- Antwort „nein": Korrekt, denn: wenn keine $k+1$ Steine in Reihe anordnungsbar sind, dann erst recht nicht ∞ viele.
- Antwort „ja" korrekt: z.zg.: wenn Folge der Länge $k+1$ erstellbar ist, dann auch ∞ lange Folge.

sei also Folge d. Länge $k+1$ herstellbar:

$(m_0, m_1), (m_1, m_2), \ldots, (m_k, m_{k+1})$

- da es nur k Dominotypen gibt, tritt eine Wdh. auf, etwa $(m_i, m_{i+1}) = (m_j, m_{j+1})$ für $0 \leq \underline{i < j} \leq k$.

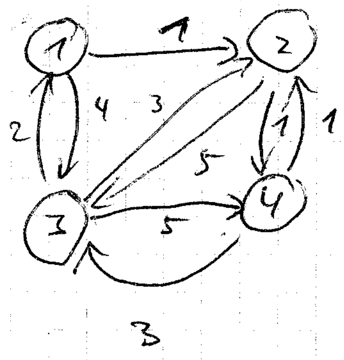
Dann ist folgende ∞ Dominofolge herstellbar:

$$\underbrace{(m_0, m_1), \ldots}_{\text{Anfangsstück}}, \underbrace{(m_i, m_{i+1}), \ldots, (m_{j-1}, m_j)}_{\text{Periode}}, \underset{(m_j, m_{j+1})}{\overset{(m_i, m_{i+1})}{}} \ldots (m_{j-1}, m_j) \ldots$$

$\Rightarrow$ Antwort „ja" korrekt

A45.) Floyd-Warshall-Algorithmus

G:



c_{ij}	1	2	3	4
1	∞	1	4	∞
2	∞	∞	5	1
3	2	7	∞	5
4	∞	1	3	∞

a_{ij}^0	1	2	3	4
1	0	1	4	∞
2	∞	0	5	1
3	2	7	0	5
4	∞	1	3	0

Alg.:

for $k=1$ to n do:

$$a_{ij}^{k} := \min\left(a_{ij}^{k-1},\ a_{ik}^{k-1} + a_{kj}^{k-1}\right)$$

a_{ij}^1	1	2	3	4
1	0	1	4	∞
2	∞	0	5	1
3	2	3	0	5
4	∞	1	3	0

a_{ij}^2	1	2	3	4
1	0	1	4	2
2	∞	0	5	1
3	2	3	0	4
4	∞	1	3	0

a_{ij}^3	1	2	3	4
1	0	1	4	2
2	7	0	5	1
3	2	3	0	4
4	5	1	3	0

a_{ij}^4	1	2	3	4
1	0	1	4	2
2	6	0	4	1
3	2	3	0	4
4	5	1	3	0