

ASK GI 5

Nachtrag:

A22.) a.) ANFA mit n Zust.

z.zg.: $L(A)$ unendl. Loh (\Rightarrow ex. Wort mit $w \in L(A)$ mit $|w| \geq n$

$\boxed{\Rightarrow} L(A)$ unendl. Loh. \Rightarrow ex. Wort $w \in L(A)$ mit $|w| \geq n$ trivial

$$A \Rightarrow B \Leftrightarrow \neg B \Rightarrow \neg A$$

wenn st nur Wörter der Länge $< n$ abgedeckt, wäre $L(A)$ endlich, da es nur endl. viele Wörter der Länge $< n$ gibt.

$\boxed{\Leftarrow}$ ex. Wort $w \in L(A)$ mit $|w| \notin \geq n$

set $w = a_1 \dots a_m$, $m \geq n$, dann ex.

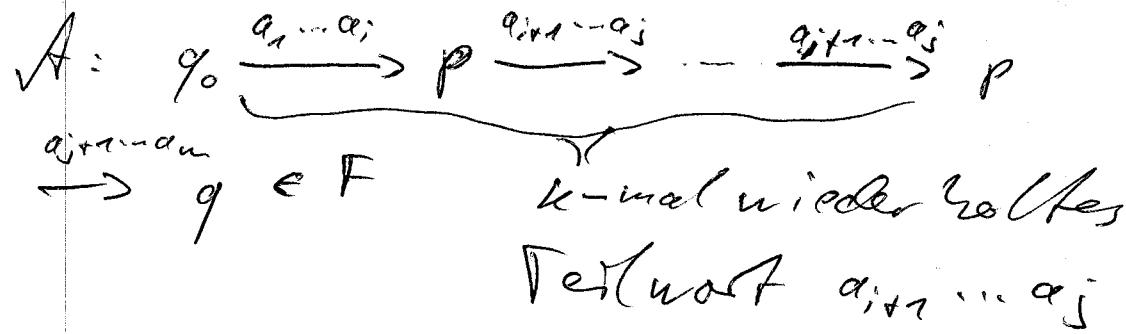
Lauf von A auf w ,

A: $q_0 \xrightarrow{w} q \in F$. Da diese Lauf $> n$ Zustände besucht, müssen automatisch zwei davon gleich sein, d.h. es ex. $p \in Q$, $i \geq 0, j \geq 1$ so dass

A: $q_0 \xrightarrow{a_1 \dots a_i} p \xrightarrow{a_{i+1} \dots a_j} p \xrightarrow{a_{j+1} \dots a_m} q \in F$

Das Teilwort $a_{i+1} \dots a_j + \epsilon$ kann beliebig häufig wiederholt werden und der Automat als z. trotzdem noch das

gesuchte Wörter, d.h. es gilt:



also werden alle Wörter der Form

$a_{i+1} \dots a_j (a_{i+1} \dots a_j)^k a_{j+k+1} \dots a_m$ für
alle $k \geq 0$ akzeptiert.

$\Rightarrow L(A)$ ist unendlich. \square

b.) Endlichkeitstest problem

geg.: NFA $A = (Q, \Sigma, q_0, \Delta, F)$ mit
 $|Q| = n$

Frage: $L(A)$ endlich?

\hookrightarrow bilden DFA B mit $L(B) = L_{\geq n}$
 $:= \{w \in \Sigma^* \mid |w| \geq n\}$

wie folgt:

$\rightarrow 0 \xrightarrow{\Sigma} 1 \xrightarrow{\Sigma} 2 \xrightarrow{\Sigma} \dots \xrightarrow{\Sigma} n \xrightarrow{\Sigma} \dots$

mit (a) gilt: $L(A)$ endlich

akzeptiert KEN Wort der Länge $\geq n$

$\Leftrightarrow L(A) \cap L(B) = \emptyset$

Algorithmus:

1.) konstruiere DFA \square (wie oben)

2.) Potenzmengekonstruktion für A
erhalte DFA A' mit $L(A') = L(A)$

3.) bilden Produktfaktomat (DEF)

\mathcal{L} für $L(A') \cap L(B)$

4.) teste \mathcal{L} auf Leerheit

c.) 1.) $\mathcal{O}(n)$, da nur Zustände

2.) $\mathcal{O}(2^n)$, da DEF $A' \cdot 2^n$ Zust. hat

3.) $\mathcal{O}(n \cdot 2^n)$

4.) Zeitraum für Leerheitstest:
quadr. der Anz. d. Zust.

$$\text{also } \mathcal{O}((n \cdot 2^n)^2) = \mathcal{O}(n^2 \cdot 2^{2n})$$

\rightsquigarrow alles nur einmal unter einem anderen ausgeführt, also Gesamtlaufzeit
 $\mathcal{O}(n^2 \cdot 2^{2n})$

