ASK GÜ 5

Nachtrag:

A22.1 a.) $\mathcal{A}$ NEA mit n Zust.

zzg.: $L(\mathcal{A})$ unendlich $\Leftrightarrow$ ex. Wort $w \in L(\mathcal{A})$ mit $|w| \geq n$

$\boxed{\Rightarrow}$ $L(\mathcal{A})$ unendlich. $\Rightarrow$ ex. Wort $w \in L(\mathcal{A})$ mit $|w| \geq n$ trivial

$$A \Rightarrow B \Leftrightarrow \neg B \Rightarrow \neg A$$

wenn $\mathcal{A}$ nur Wörter der Länge $< n$ akzeptiert, wäre $L(\mathcal{A})$ endlich, da es nur endl. viele Wörter der Länge $< n$ gibt.

$\boxed{\Leftarrow}$ ex. Wort $w \in L(\mathcal{A})$ mit $|w| \geq n$

sei $w = a_1 \dots a_m$, $m \geq n$, dann ex. Lauf von $\mathcal{A}$ auf w,

$\mathcal{A}: q_0 \xrightarrow{w} q \in F$. Da dieser Lauf $> n$ Zustände besucht, müssen mindestens zwei davon gleich sein, d.h. es ex. $p \in Q$, $i \geq 0$, $j \geq 1$ so dass

$\mathcal{A}: q_0 \xrightarrow{a_1 \dots a_i} p \xrightarrow{a_{i+1} \dots a_j} p \xrightarrow{a_{j+1} \dots a_m} q \in F$

Das Teilwort $a_{i+1} \dots a_j \neq \varepsilon$ kann bel. häufig wiederholt werden und der Automat akz. trotzdem noch das gesamte Wort, d.h. es gilt:

$$\mathcal{A}: q_0 \xrightarrow{a_1 \dots a_i} \underbrace{p \xrightarrow{a_{i+1} \dots a_j} \dots \xrightarrow{a_{j+1} \dots a_j}}_{\text{k-mal wiederholtes Teilwort } a_{i+1} \dots a_j} p \xrightarrow{a_{j+1} \dots a_n} q \in F$$

also werden alle Wörter der Form $a_1 \dots a_i (a_{i+1} \dots a_j)^k a_{j+1} \dots a_n$ für alle $k \geq 0$ akzeptiert.

$\Rightarrow L(\mathcal{A})$ ist unendlich. $\square$

<u>b.)</u> Endlichkeitsproblem

geg.: NEA $\mathcal{A} = (Q, \Sigma, q_0, \Delta, F)$ mit $|Q| = n$

<u>Frage</u>: $L(\mathcal{A})$ endlich?

$\hookrightarrow$ bilde DEA $\mathcal{B}$ mit $L(\mathcal{B}) = L_{\geq n} := \{w \in \Sigma^* \mid |w| \geq n\}$

wie folgt:

$$\rightarrow 0 \xrightarrow{\Sigma} 1 \xrightarrow{\Sigma} 2 \xrightarrow{\Sigma} \dots \xrightarrow{\Sigma} (n) \circlearrowright \Sigma$$

mit (a) gilt: $L(\mathcal{A})$ endlich

akzeptiert <u>KEIN</u> Wort der Länge $\geq n$

$\Leftrightarrow L(\mathcal{A}) \cap L(\mathcal{B}) = \emptyset$

<u>Algorithmus:</u>

1.) konstruiere DEA $\mathcal{B}$ (wie oben)

2.) Potenzmengenkonstruktion für A
erhalte DEA $\mathcal{A}'$ mit $L(\mathcal{A}') = L(\mathcal{A})$

3.) bilde Produktautomat (DEA) $\mathcal{C}$ für $L(\mathcal{A}') \cap L(\mathcal{B})$

4.) Teste $\mathcal{C}$ auf Leerheit

c.)

1.) $\mathcal{O}(n)$, da $n+1$ Zustände

2.) $\mathcal{O}(2^n)$, da DEA $\mathcal{A}'$ 2^n Zust. hat

3.) $\mathcal{O}(n \cdot 2^n)$

4.) Zeitaufwand für Leerheitstest: quadr. in Anz. d. Zust.

also $\mathcal{O}((n \cdot 2^n)^2) = \mathcal{O}(n^2 \cdot 2^{2n})$

$\rightsquigarrow$ alles nur einmal hinter einander ausgeführt, also Gesamtaufwand $\mathcal{O}(n^2 2^{2n})$