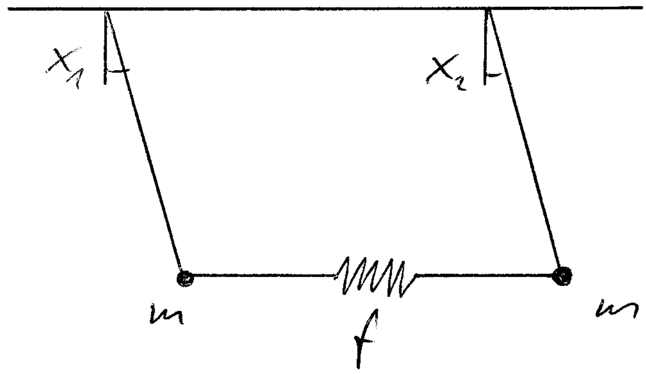


Linearisierte Bewegungsgleichungen

$$\ddot{x}_1(t) = -\frac{g}{l}\, x_1(t) - \frac{f}{m}\,(x_1(t) - x_2(t))$$
$$\ddot{x}_2(t) = -\omega^2 x_2(t) + \alpha^2 (x_1(t) - x_2(t))$$

mit $\frac{g}{l} = \omega^2 \quad \frac{f}{m} = \alpha^2$

Anfangsbedingungen:

$$x_1(t=0) = A; \quad x_1(t=0) = 0 = x_2(0) - \dot{x}_2(0)$$

$$x_1(t) \circ\!\!-\!\!\bullet\ X_1(s)$$
$$x_2(t) \circ\!\!-\!\!\bullet\ X_2(s)$$

Differentiationssatz

$$\ddot{x}_1(t) \circ\!\!-\!\!\bullet\ s^2 \cdot X_1(s) - \overset{=A}{\cancel{s x_1(t=0)}}\ \overset{=0}{\cancel{-\dot{x}_1(t=0)}}$$

$$\ddot{x}_2 \circ\!\!-\!\!\bullet\ s^2 X_2(s)$$

$$s^2 X_1(s) - As = -\omega^2 X_1(s) - \alpha^2 (X_1(s) - X_2(s))$$
$$s^2 X_2(s) = -\omega^2 X_2(s) + \alpha^2 (X_1(s) - X_2(s))$$

b.) $$X_1(s) = A\, s\, \frac{s^2 + \omega^2 + \alpha^2}{(s^2 + \omega^2 + \alpha^2)^2 - \alpha^4}$$

$$X_2(s) = A s\, \frac{\alpha^2}{(s^2 + \omega^2 + \alpha^2)^2 - \alpha^4}$$

$$x_1(t) = ? \qquad x_2(t) = ?$$

$\Rightarrow$ Rücktransformation in Zeitbereich

1.) Berechnung der Nullstellen des Nenners (Pole)

$$(s^2+\omega^2+\alpha^2)^2-\alpha^4 = (s^2+\omega^2)^2 - 2\alpha^2(s^2+\omega^2)$$
$$= (s^2+\omega^2)(s^2+\omega^2+2\alpha^2) = 0$$

$\Rightarrow$ $s^2+\omega^2=0$

$s^2 = -\omega^2$ $\qquad$ $s^2 = -\omega^2-2\alpha^2$

$\Rightarrow$ Konj. komplexe Pole

2.) Ansatz

$$x_2(s) = \frac{A s\,\alpha^2}{(s^2+\omega^2)(s^2+\omega^2+2\alpha^2)} = \frac{A_1+B_1 s}{s^2+\omega^2} + \frac{A_2+B_2 s}{s^2+\omega^2+2\alpha^2}$$

$\Rightarrow (A_1+B_1 s)(s^2+\omega^2+2\alpha^2)+(A_2+B_2 s)(s^2+\omega^2) = A s\alpha^2$

mit Koeffizientenvergleich

$A_1 = A_2 = 0$

$B_1 = \frac{A}{2}$ $\qquad$ $B_2 = -\frac{A}{2}$

$$\Rightarrow x_2(s) = \frac{As}{2(s^2+\omega^2)} - \frac{As}{2}\,\frac{1}{s^2+\omega^2+2\alpha^2}$$

mit Nr. 16 S. 209

$$x_2(t) = \frac{A}{2}\left[\cos(\omega t) - \cos\left(\sqrt{\omega^2+2\alpha^2}\,t\right)\right]$$

$$x_1(t) = \frac{A}{2}\left[\cos(\omega t) + \cos\left(\sqrt{\omega^2+2\alpha^2}\,t\right)\right]$$

Systheo 1 GÜ 2 23. APR. 2010

A1.) Höhe im Behälter konstant

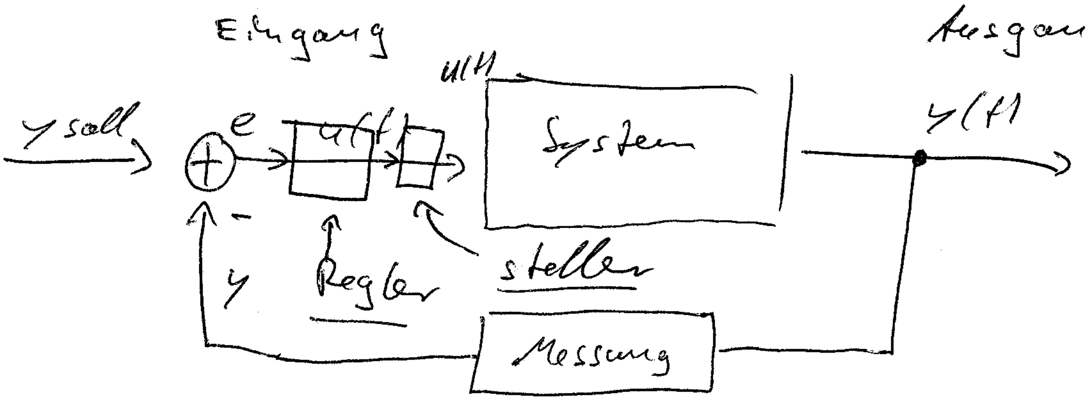
=> 1. Punkt Modellbildung

Mathematische Gleichungen, die das Systemverhalten möglichst gut beschreiben, aufstellen.

=> Differentialgleichungen (überprüfung!)

Oft: Ergebnis der Modellbildung Nichtlineare DGL.

=> Linearisierung um Arbeitspunkt um Laplace-Transformation anwenden zu können.



Aufgabe: Der Ausgangsgröße y soll ein gewünschtes Verhalten aufgeprägt werden.

$e(t) = y_{soll}(t) - y(t)$ Regelabweichung

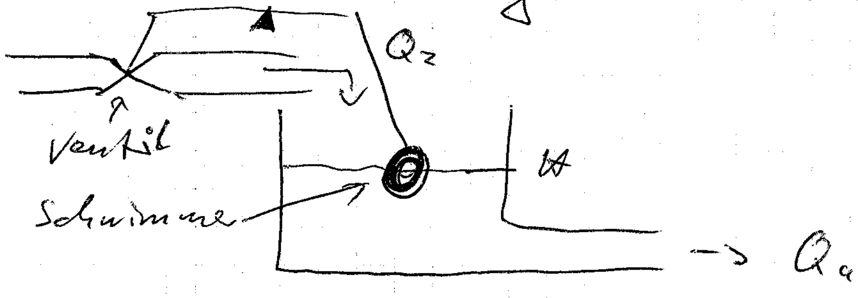
Kontrollstruktur

1a.) Regelung: Kontrollstruktur

Steuerung:

$$\longrightarrow \boxed{\text{Steuereinrichtung}} \xrightarrow{u(t)} \boxed{\text{System}} \xrightarrow{y(t)}$$

Da der Abfluss nicht konstant ist, benötigt man eine Regelung



1.) Messeinrichtung für Höhe:
- Schwimmer

2.) Ventil im Zufluss