

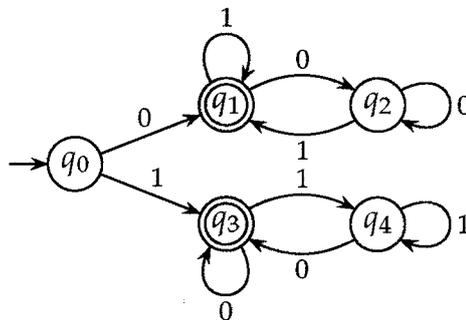
Automaten, Sprachen, Komplexität – SS 2010

Aufgaben für die erste Übung

19.04.2010

Aufgabe I

Wir betrachten den folgenden DEA \mathcal{A} über dem Alphabet $\mathbb{B} = \{0, 1\}$:



- Geben Sie die formale Definition/Beschreibung von \mathcal{A} an.
- Listen Sie die ersten 10 Wörter über \mathbb{B} in natürlicher Reihenfolge auf, und notieren Sie jeweils, ob \mathcal{A} das Wort akzeptiert.
- Welches ist das Wort Nummer 40 in der kanonischen Reihenfolge? Wird es durch \mathcal{A} akzeptiert?
- Welche Nummer wird dem Wort 001011 zugeordnet? Wird es durch \mathcal{A} akzeptiert?
- Geben Sie eine möglichst einfache umgangssprachliche (aber dennoch präzise) Beschreibung der Wörter in $L(\mathcal{A})$.

Aufgabe II

Gegeben sei ein DEA $\mathcal{A}' = (\{q_0, q_1, q_2\}, \{a, b\}, q_0, \delta, \{q_2\})$, wobei δ durch folgende Tabelle spezifiziert sei:

	a	b
q ₀	q ₁	q ₂
q ₁	q ₂	q ₀
q ₂	q ₀	q ₁

Geben Sie den Transitionsgraphen von \mathcal{A}' an. Welche Wörter akzeptiert \mathcal{A}' ?

Aufgabe III

Geben Sie DEAs für folgende Sprachen über $\Sigma = \{a, b\}$ an.

- $L_1 = \{w \mid w \text{ enthält wenigstens zwei } b\}$
- $L_2 = \{w \mid w \text{ beginnt mit } a \text{ und endet mit } b\}$
- $L_3 = \{w \mid w \text{ hat ungerade Länge}\}$
- $L_4 = \{\varepsilon, b\}$
- $L_5 = \emptyset$
- $L_6 = \Sigma^* \setminus \{\varepsilon\}$

$$1.) a) A = (Q, \Sigma, q_0, \delta, F)$$

$$Q = \{q_0, \dots, q_4\}$$

$$\Sigma = \mathbb{B} = \{0, 1\}$$

$$F = \{q_1, q_3\}$$

$$\delta(q_0, 0) = q_1 \dots$$

	0	1
q_0	q_1	q_3
q_1	q_2	q_1
q_2	q_2	q_4
q_3	q_3	q_4
q_4	q_3	q_4

b.)

Wörter	$EL(A)$
ϵ	X
0	✓
1	✓
00	X
01	✓
10	✓
11	X
000	X
001	✓
010	X

c.) Wort 40 $|B|=2$ also durch 2 teilen

$$\begin{aligned}
 40 &= 19 \cdot 2 + 2 \\
 19 &= 9 \cdot 2 + 1 \\
 9 &= 4 \cdot 2 + 1 \\
 4 &= 1 \cdot 2 + 2 \\
 1 &= 0 \cdot 2 + 1
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 &a_1 a_2 a_1 a_1 a_2 \\
 &\leq \underline{\underline{01001}}
 \end{aligned}$$

d.) Nummer zu Wort 001011

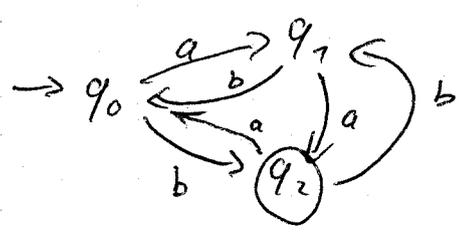
$$a_1 a_1 a_2 a_1 a_2 a_2$$

$$\begin{aligned}
 &2 \cdot 2^0 && 2 \\
 &+ 2 \cdot 2^1 && 4 \\
 &+ 1 \cdot 2^2 && 4 \\
 &+ 2 \cdot 2^3 && 16 \\
 &+ 1 \cdot 2^4 && 16 \\
 &+ 1 \cdot 2^5 && 32
 \end{aligned}$$

$$\underline{\underline{= 74}}$$

e.) Der Automat erkennt die Wörter "0", "1" und alle Wörter der Länge ≥ 2 , die mit 0 anfangen und mit 1 aufhören oder anders herum.

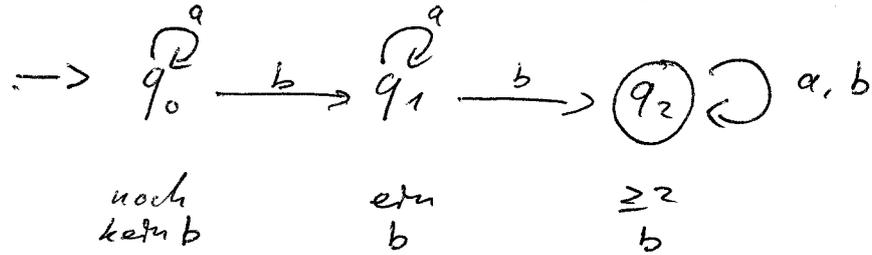
z.) A'



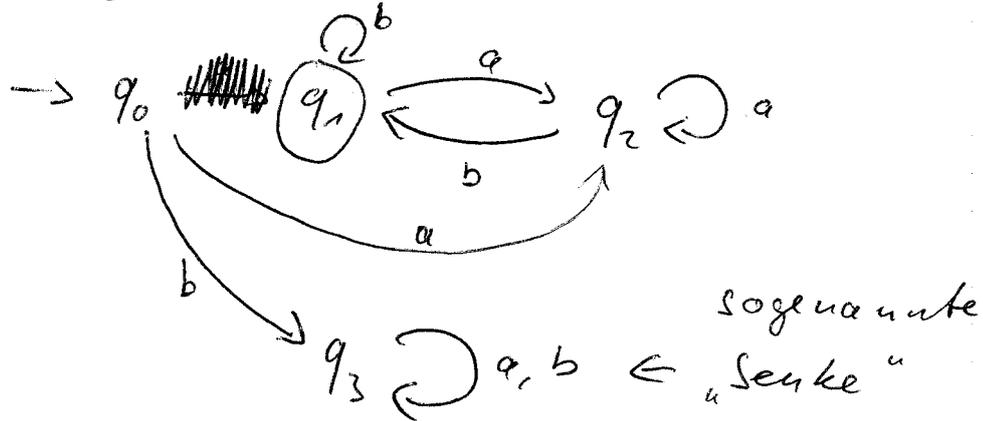
$$\begin{aligned}
 L(A') &= \{w \in \{a,b\}^* \\
 &\quad | \text{in } w \text{ ist die} \\
 &\quad \text{Anzahl der } a \\
 &\quad - b \text{ modulo } 3 = 2\}
 \end{aligned}$$

3.) $\Sigma = \{a, b\}$

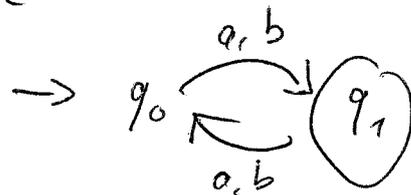
$L_1 = \{w \mid w \text{ enth. untr. } 2b\}$



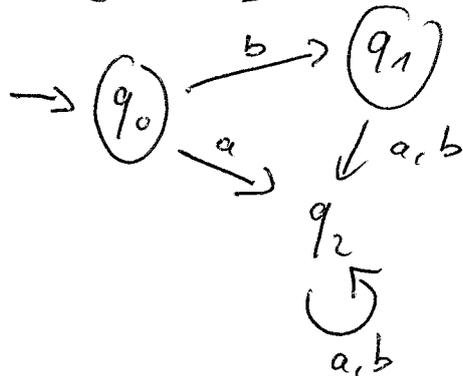
$L_2 = \{w \mid w \text{ beginnt mit } a \text{ und endet mit } b\}$



$L_3 = \{w \mid w \text{ hat ungerade Länge}\}$



$L_4 = \{\epsilon, b\}$



$L_5 = \emptyset$

$A_5 = (Q, \Sigma, q_0, \delta, F)$



$\delta: Q \rightarrow Q$

$F = \emptyset$

$$L_G = \Sigma^* \setminus \{\epsilon\}$$

