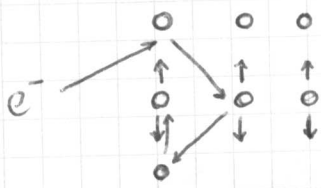


Verbessertes Drude-Lorentz Modell

- Annahmen:
- 1) Verhalten der Elektronen im Metall $\hat{=}$ ideale Gasteilchen
 - 2) Metall: Matrix aus Streuzentren
 - 3) $W = W_{kin}$, d.h. $W_{pot} = 0$ (keine Potentialstruktur)
 - 4) Reibung durch WW der Elektronen mit Gitterschwingungen, Gitterfehlstellen



reglose thermische Bewegung

$\rightarrow$ Nettostrom = 0

E-Feld $\Rightarrow$ Nettostrom

Bewegungsgleichung:

$$m \dot{v}_D + \frac{m}{\tau} v_D = -e E$$

$$v_D(t) = v_{D\infty} [1 - \exp(-\frac{t}{\tau})]$$

$$v_{D\infty} = -\frac{e \tau}{m} E = -\mu_n E$$

$$J = -e n v_D = n e \mu_n E = \sigma E \quad \text{lokales ohmsches Gesetz}$$

$\rightarrow$ Drift-Transport

- Widersprüche:
- 1) in HL $\sigma \uparrow T \uparrow$
 - 2) in dot. HL: Hall-Effekt zeigt positive Teilchen als Ladungsträger
 - 3) Wärmekapazität

Modellvorhersagen passen gut auf einige Metalle

$\rightarrow$ tieferes physikalisches Verständnis notwendig

$\rightarrow$ Quantenmechanik (Aufbau der Materie) $\rightarrow$ Thermodynamik

Kontinuitätsgleichung

aus TD ableitbar (Entropie)

o Transport durch Diffusion

1. Fick'sches Gesetz: $J_x = -D \frac{\partial N}{\partial x}$



Zeitabhängigkeit (2. ~~Fick'sches Gesetz~~ Kontinuitätsgleichung)

$$\frac{\partial N}{\partial t} = - \frac{\partial J_x}{\partial x}$$

2. Fick'sches Gesetz
→ Kontinuitätsgleichung

$$\frac{\partial N}{\partial t} = D \frac{\partial^2 N}{\partial x^2} + (\dot{r}_a - \dot{r}_s)$$

$\uparrow$ $\uparrow$
 Quelle Senke

(vgl. Kap. 1 A1, A2 ⇒ Bilder beachten

⇒ Verständnisfragen !)

Chemisches Gleichgewicht, Massenwirkungsgesetz

Thermodynamik treibende Kraft für chemische Prozesse

$$F_{\text{ges}} = - \frac{\partial A}{\partial (\text{Prozesskoordinate})}$$

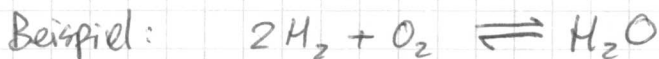
mit $A = W - TS$

freie Energie

für chem. GG. $F_{\text{ges}} = \frac{\partial \Delta \bar{A}}{\partial \xi} = 0$

$$\rightarrow \text{MWG} \quad \frac{\exp\left(-\frac{\Delta \bar{A}^0}{k_B T}\right)}{K_c(T)} = \prod_i x_i^{\nu_i}$$

$\uparrow$
 Molenbruch



$$K(T) = \frac{x_{\text{H}_2\text{O}}^2}{x_{\text{H}_2}^2 x_{\text{O}_2}}$$

$$n \cdot p = m_i^2$$

Quantenmechanik I

Beschreibung von e^- als Teilchen bzw. Welle

Wellenpaket $\Delta x \Delta p \geq \hbar$

Wellenfunktion $\Psi(\omega, x) =$ beschreibt Aufenthaltswahrscheinlichkeit

$|\Psi \cdot \Psi^*| \hat{=} \text{Dichte}$

$$\int \Psi \Psi^* d\omega = 1$$

allg. Schrödingergleichung

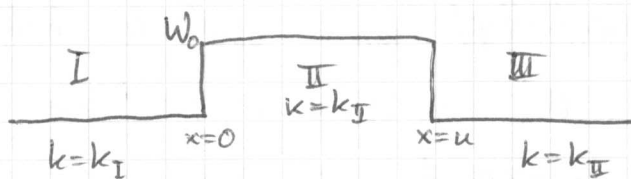
$$-\frac{\hbar^2}{2m} \nabla^2 \Psi + W_{\text{pot}} \Psi = i\hbar \frac{\partial \Psi}{\partial t}$$

durch Separation $\Psi = \Psi(x) \cdot \Psi(t)$

$$-\frac{\hbar^2}{2m} \nabla^2 \Psi + W_{\text{pot}} \Psi = E \Psi$$

freie Elektronen $\rightarrow$ Transport, gebundenes $e^- \rightarrow$ Materie

Elektronen an Tunnelbarriere (vgl. Kap. 2 A4 bzw. A3)



(Ansatz Schrödinger Gleichung in jedem Bereich)

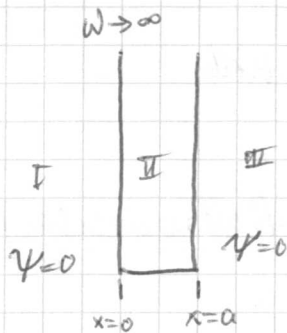
$$\text{R.B. } \Psi_I(x=0) = \Psi_{II}(x=0)$$

$$\frac{\partial \Psi_I}{\partial x}(x=0) = \frac{\partial \Psi_{II}}{\partial x}(x=0)$$

für Energie $W < W_0$ Welle nicht austretungsfähig

$$\text{Transmissionskoeffizient: } T = \left[1 + \frac{\sinh^2(k_{II} a)}{4 \frac{W}{W_0} (1 - \frac{W}{W_0})} \right]^{-1}$$

Elektron im 1D-Potentialtopf



geg. Potentialtopf mit unendl. hohen Wänden
für e^- (vgl. Kap. 2 A1)

Ans: $\psi(x) = A \sin(kx)$

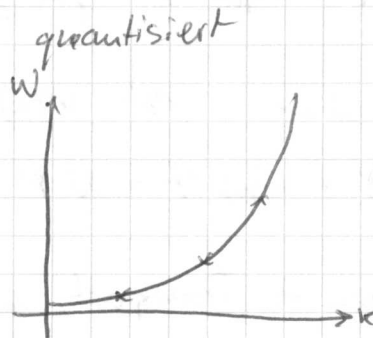
mit $k_n = \frac{n\pi}{a}$

aus R.B. $\psi(x=a) = 0$

$n=1, 2, 3, \dots$

Ergebnis: Energie ist

$$W(k) = \frac{\hbar^2}{2m} k_n^2$$

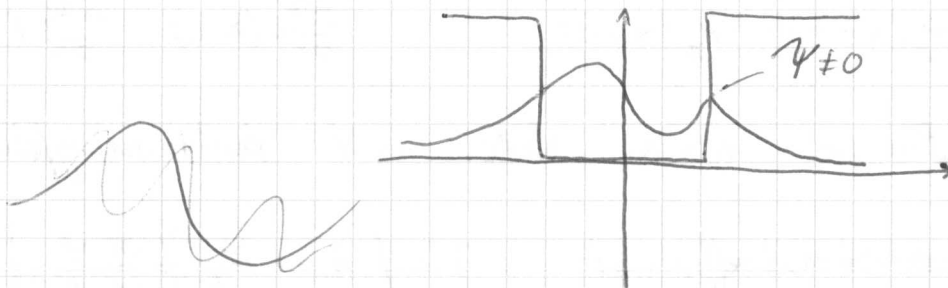


agn. 3D

k_x, k_y, k_z

Freitextaufgabe

Gegeben sei ein Potentialtopf mit endlich hohen Wänden der Energie W_0 . In diesem sei ein Elektron der Energie $W < W_0$ eingeschlossen. Zeichnen Sie die Wellenfunktion $\psi(x)$ für $n=2$

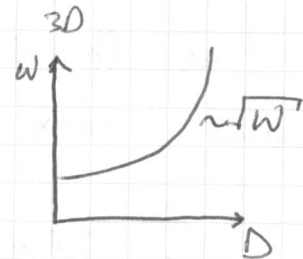
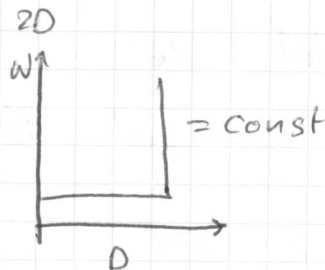
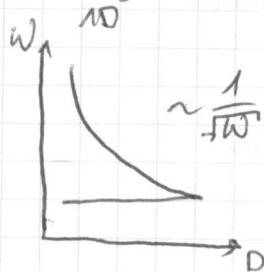


Zustandsdichte $D(\omega)$

Def.: Konzentration n der Zustände in einem Energiebereich $d\omega$ (# mögliche Plätze)

$$D(\omega) = \frac{\partial n}{\partial \omega}$$

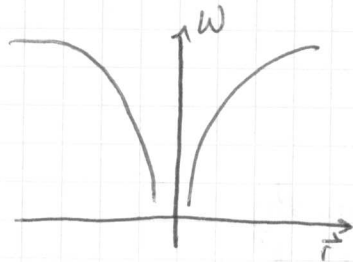
Herleitung aus 1D-Potentialtopf (bzw. 2D, 3D)



(vgl. Kap. 4 A3)

Bei ganz vielen e^- quasikontinuierlich

Wasserstoffmodell I



Coulomb-Potential

Ein Elektronennäherung

Lösung der Schrödingergleichung in sphärischen Koordinaten

$\Rightarrow$ drei Quantenzahlen (äquiv. zu $k_x = \frac{n\pi}{a}$)

1) Haupt-Quantenzahl $n = 1, 2, 3, \dots \Rightarrow \omega_n$

Schalen

2) Bahn-Drehimpulszahl $l = 0, 1, 2, 3, \dots (n-1)$
s p d f, ...

$\hookrightarrow$ Winkelabhängigkeit

3) magn. Quantenzahl $m_l = 0, \pm 1, \pm 2, \dots, \pm l$

$\Rightarrow$ Atomorbitale $(n, l, m_l) \Rightarrow$ PSE
(Periodensystem der Elemente)

Wasserstoff II

zusätzlich Spin der Elektronen

(4) ~~m_s~~ $m_s = \pm 1/2$ magn. Spin-Quantenzahl

Pauli-Prinzip: Elektronen im Atom dürfen nicht
in allen 4 Quantenzahlen übereinstimmen
 $\Rightarrow$ Pro Orbital $2e^-$

Insgesamt: max # e^- pro Hauptschale

$$\sum_{l=0}^{n-1} (2l+1) \cdot 2 = 2n^2$$

Beispiel: $n=2$ $8e^-$ $l=0,1$ s 2 EP, p 6 EP

chem. Verhalten wird durch Elektronenkonfiguration
bestimmt $\rightarrow$ DSE

PSE I

Edelgaskonfiguration besonders günstig
(chem. praktisch nicht aktiv)

Oktaettregel: Atome versuchen volle äußere Schale zu
erreichen

Chemische Bindungen

Ursache: WW der äußeren Orbitale von Atomen
z.B. Ionisierung, Überlappung von Elektronen-
wolken, Dipol-Dipol WW

Typen: Grenzfälle

- ionische Bindung: Ionisierung
- kovalente Bindung: Überlappung von Orbitalen (gerichtet)
- metallische " : Elektronen delokalisiert
- van-der-Waals " : Dipol-Dipol WW $\rightarrow$ Ursache elektr. Anz. und Abst.

Freitextaufgabe

Wie heißt der abgebildete Fehler und wie ist der Burgersvektor definiert?

3-18

Schraubenversetzung

Kristallgitter

Anordnung der Atome in einem Kristallgitter

→ bestimmt durch chem. Bindung und WW

Defekte: • 0D: Punktdefekte

- Leerstell^{en}~~ung~~, Substitutionsdefekte, Zwischengitter-
ionen (Frenkel-Fehler), Schottky-Fehlordnung

• 1D: Schraubenversetzung, Stufenversetzung

• 2D: Korngrenzen

• 3D: Fremde Phasen

→ Fehler haben entscheidenden Einfluss auf die Materialeigenschaften

Bändermodell

Anschaulich: Annäherung isolierter Atome

→ Pauli → Aufspaltung der Energie

→ viele Elektronen → quasikontinuierliche Bänder

aus QM berechenbar Kronig-Penney-Modell

(vgl. Kap. 4 A2)

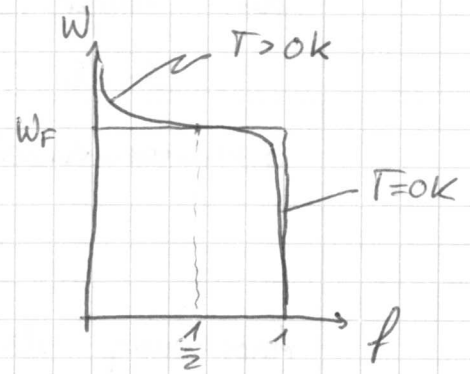
Besetzungswahrscheinlichkeit

Wie werden die Zustände besetzt

⇒ Fermi-Dirac-Statistik

$$f_{FD}(W, T) = \frac{1}{1 + \exp\left(\frac{W - W_F}{k_B T}\right)}$$

W_F definiert als $f(W_F) = \frac{1}{2}$

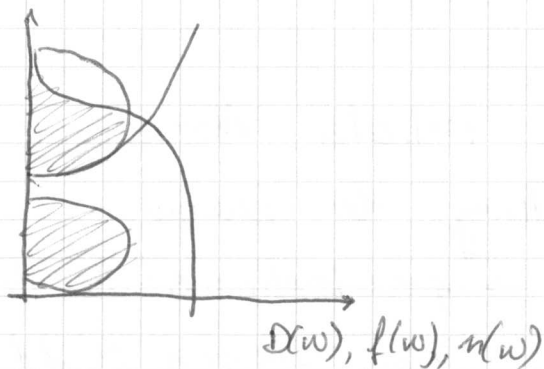


Vereinfachung: $\#$ Anordnungsmöglichkeiten $\gg$ $\#$ Elektronen (Teilchen)
gilt die Boltzmannstatistik

$$W \geq W_F + 3k_B T \quad f_{FD} \approx f_B(W, T) = \exp\left(-\frac{W - W_F}{k_B T}\right)$$

Freitextaufgabe

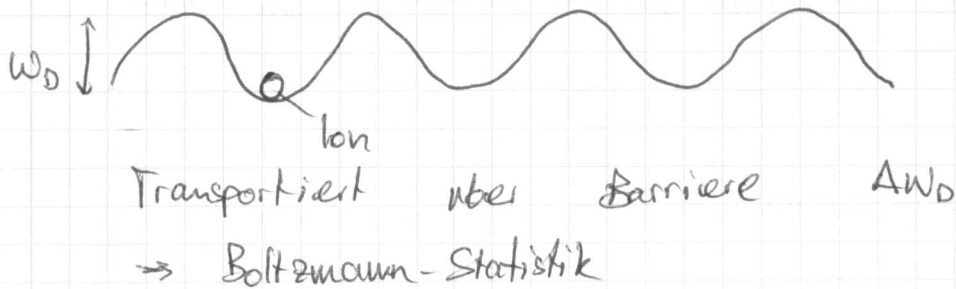
Zeichnen Sie die Zustandsdichte $D(W)$ der obersten beiden Bänder eines Metalls und die Verteilungsfunktion in die Abbildung ein. Markieren Sie anschließend die Besetzung der Bänder



Freitextaufgabe

Welche Abhängigkeit besteht zwischen der Diffusionskonstanten D und der Temperatur T (kurze Begründung)

$$D = D_0 \exp\left(-\frac{\Delta W_D}{k_B T}\right)$$



Metalle, Halbleiter, Isolatoren

$$n = \int D(w) \cdot f(w) dw$$

Zur Leitung tragen nur e^- in z.T. gefüllten Bändern bei

$\sigma(T)$ im HL ist also stark temperaturabhängig

eff. Masse $m^* = \frac{1}{\hbar^2} \frac{\partial^2 W}{\partial k^2}$



Metall: $J = -ne v_d = ne \mu_n E = \sigma E$

$$\mu_n = \frac{eE}{m_e v}$$

$$\sigma \sim \frac{1}{T}$$

HL: $\sigma = ne \mu_n + p e \mu_p$ ↖ Defektelektroden

Diffusion als Transportmechanismus in HL

Repetitorium Halbleiter

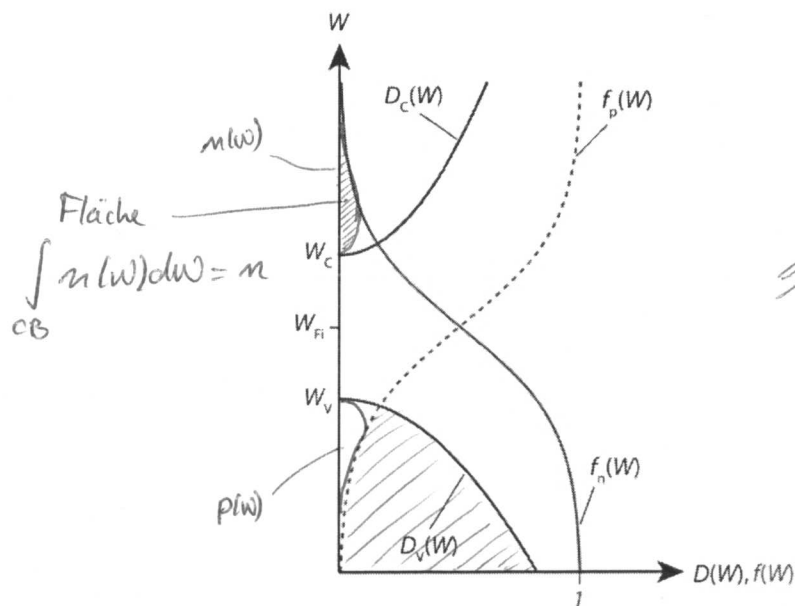
Inhalte

Undotierte Halbleiter } effektive Besetzung der Zustände, Fermi-niveau,
Dotierte Halbleiter } Ladungsträgerdichten, Leitfähigkeit
Ladungsträgerbeweglichkeit und Halleffekt
Nichtgleichgewichte

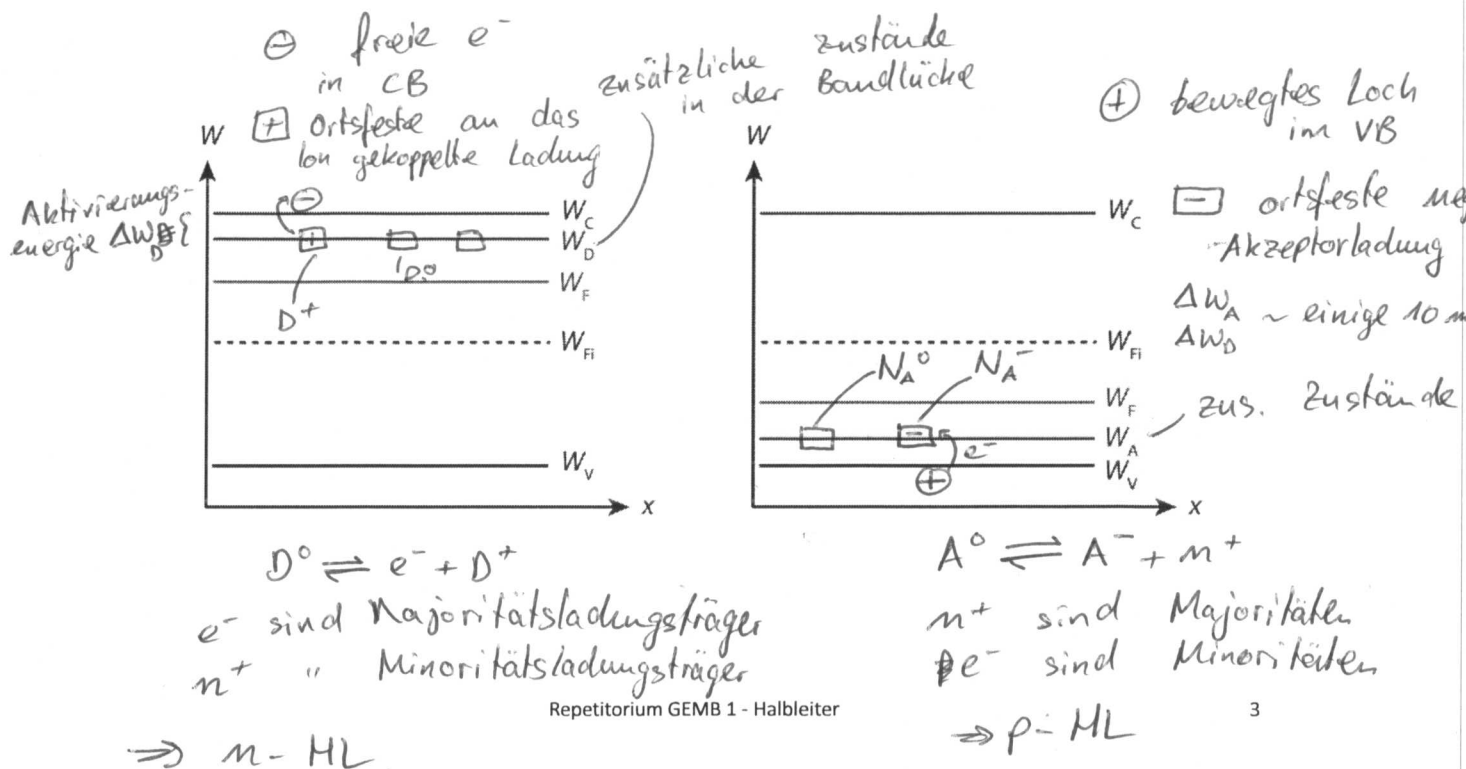
Sonstiges

Beispielaufgaben zum Fragenteil
Klausuraufgabe aus dem L²P
Fragen aus der Umfrage im L²P
Fragen aus dem Auditorium (Vorlesung, Skript, Aufgaben, Klausur)

Effektive Besetzung der Zustände im Eigenhalbleiter

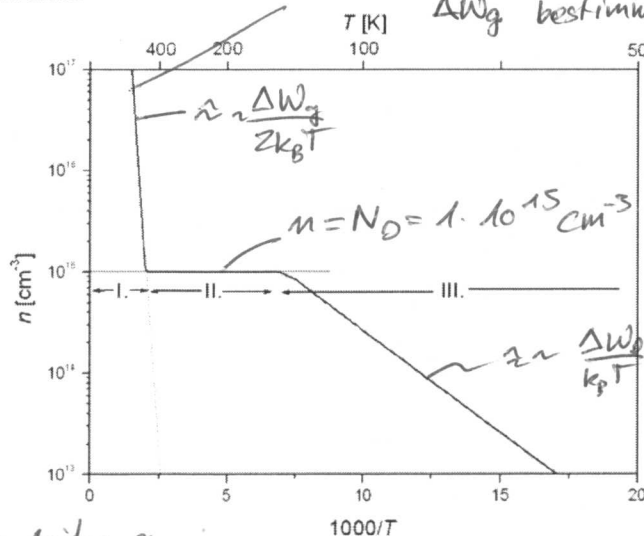


Energetische Lage der Donator- und Akzeptorniveaus



Temperaturabhängigkeit der Majoritätsladungsträgerdichte

z.B. n-Halbleiter

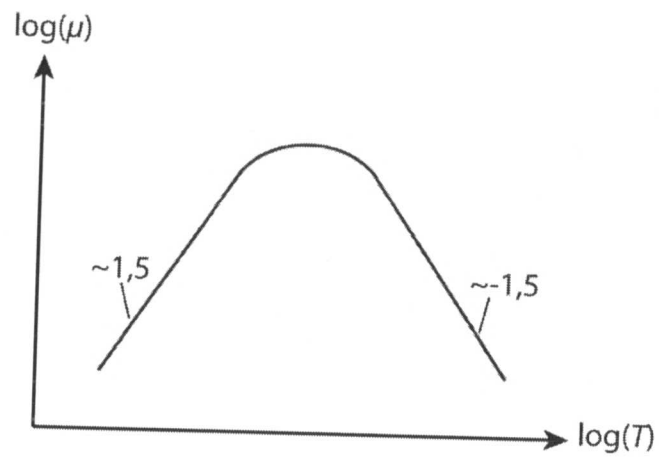


$\Rightarrow$ vgl. auch A2 Kap. 4
Aus diesem Bereich kann ΔW_D bestimmt werden

ΔW_D bestimmen

Berechnung von ΔW_D S. AS a)
 $\Delta W_D, \Delta W_A$ AS b)

Temperaturabhängigkeit der Beweglichkeit

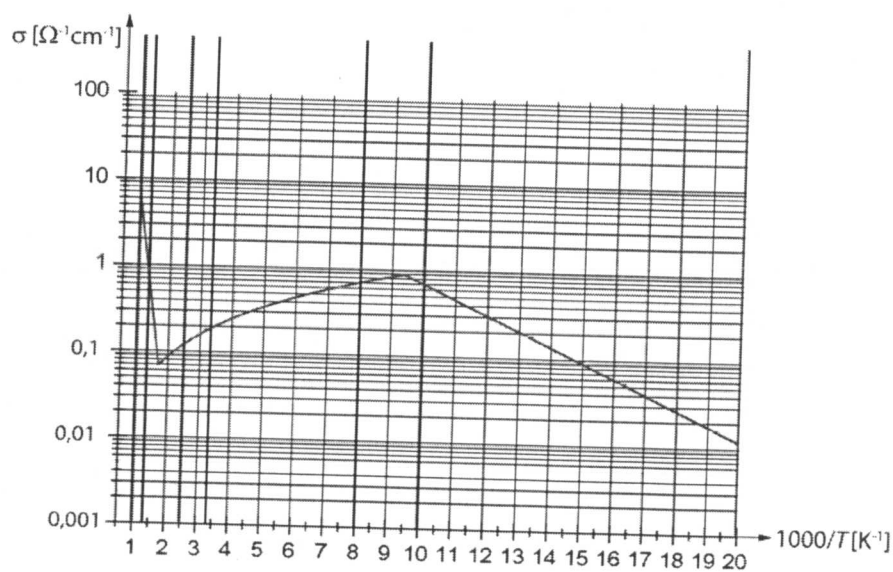


2. 3. – 3. 3. 2010

Repetitorium GEMB 1 - Halbleiter

5

Temperaturabhängigkeit der Leitfähigkeit

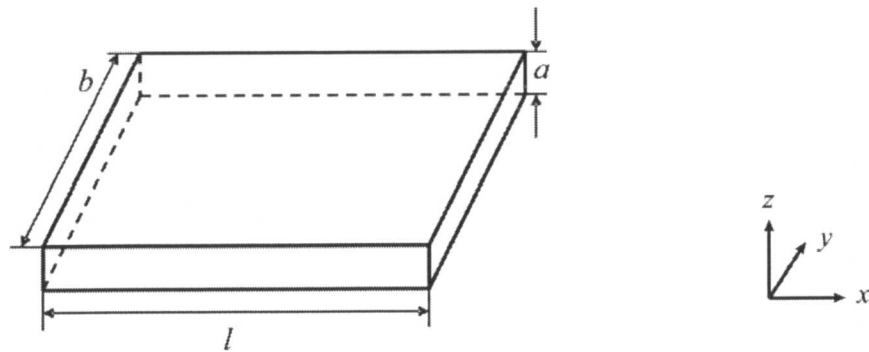


Quelle: Aufgabensammlung, Kapitel 5, Lösung A2, S. 120

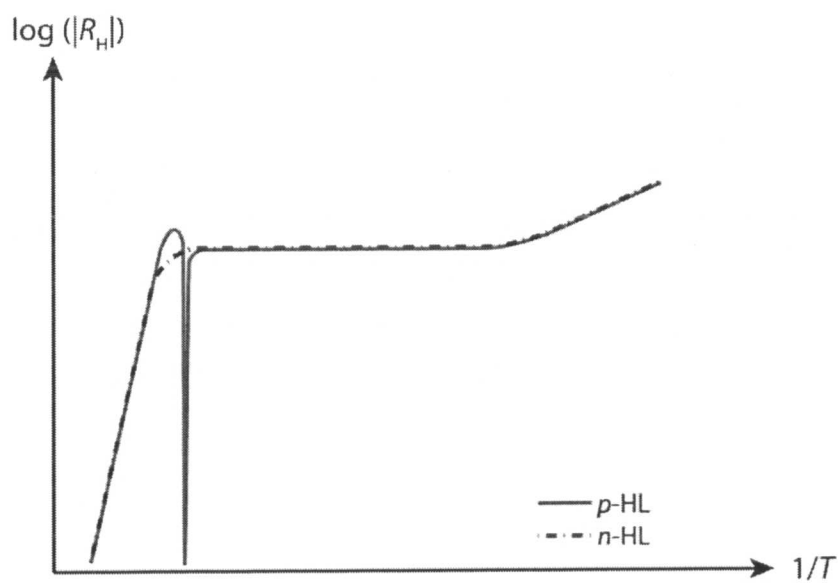
Repetitorium GEMB 1 - Halbleiter

6

Hallplättchen

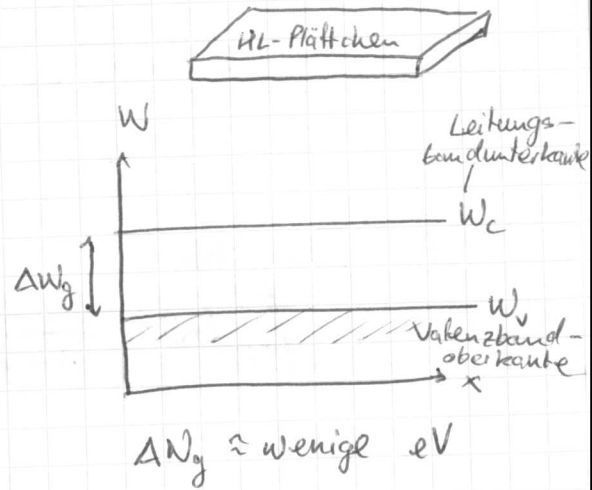
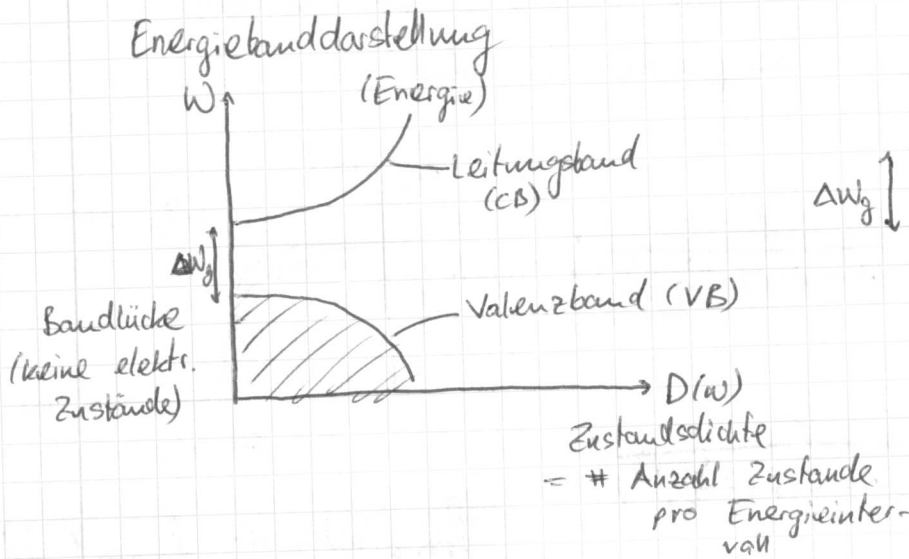


Temperaturabhängigkeit des Hallkoeffizienten



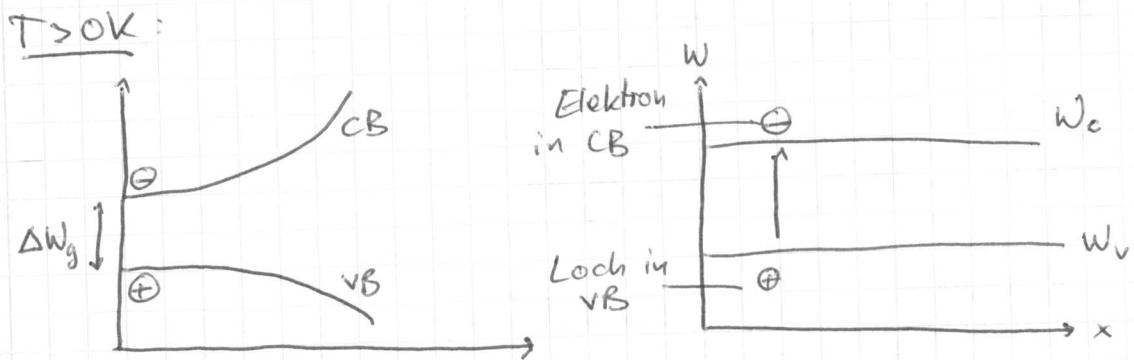
undotierte Halbleiter

auch intr. HL / Eigenhalbleiter



$T = 0K$: Alle Zustände im VB sind e^- besetzt
keine e^- im CB
→ keine elektrische Leitung möglich

Thermische Generation von
Elektronen-Loch-Paaren



Im intrins. HL gibt es gleich viele Elektronen und Löcher: $n = p = n_i = f(T)$
↳ Eigenleitungsdichte

e^- im CB & n^+ im VB können ihre Zustände ändern, dh. sie sind beweglich

→ el. Leitung möglich

el. Leitfähigkeit $\sigma = e(n\mu_n + p\mu_p)$

Zum Vergleich: $\sigma_{\text{Metall}} = e n \mu_n$

Fermi-Dirac-Verteilung

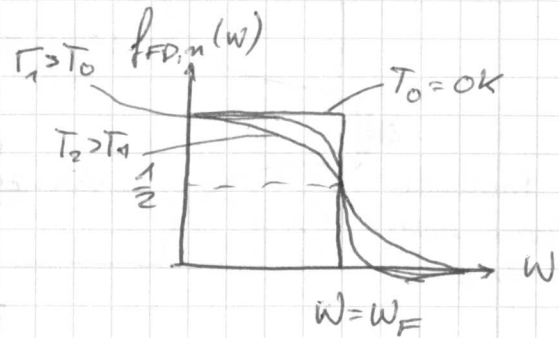
(gibt an mit welcher Wahrscheinlichkeit ein Elektron/Loch eine Energie W zu geg. Temperatur T hat)

Für Elektronen:

$$f_{FD,n}(W) = \frac{1}{1 + \exp\left(\frac{W - W_F}{k_B T}\right)}$$

Für Löcher

$$f_{FD,p}(W) = \frac{1}{1 + \exp\left(\frac{W_F - W}{k_B T}\right)}$$



$$f_{FD,p}(W) = 1 - f_{FD,n}(W)$$

W_F = Energie bei der $f_{FD,n}(W) = f_{FD,p}(W) = \frac{1}{2}$

Die Boltzmann-Verteilung

Für $|W - W_F| \gg 3 k_B T$

$$f_{FD,n} \approx f_{B,n} = \frac{1}{\exp\left(\frac{W - W_F}{k_B T}\right)}$$

$$f_{FD,p} \approx f_{B,p} = \frac{1}{\exp\left(\frac{W_F - W}{k_B T}\right)}$$

Boltzmann-Näherung

Boltzmannverteilung

Gleichgewicht zwischen Generation und Rekombination

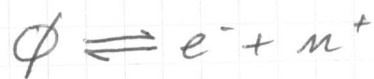
Rekombination der thermisch generierten Elektronen-Loch-Paare innerhalb von τ_{rec}

$\hookrightarrow$ Rekombinationszeit
oder Ladungsträgerlebensdauer

ständige therm. Generation & Rekombination

$\rightarrow$ thermodyn. Gleichgewicht

Gleichgewichtsreaktion:



Massenwirkungsgesetz:

$$n \cdot p = n_i^2 = K(T)$$

n_i = Eigenleitungsdichte $\hat{=}$ charakterist. Ladungsträgerdichte des reinen / intrins. HL in Abhängigkeit von T

Eigenleitungsdichte

$$n = p = n_i$$

immer: $n \cdot p = n_i^2$

$$\begin{array}{cc} N_c \exp(\dots) & N_v \exp(\dots) \end{array}$$

$$\Rightarrow n_i = \sqrt{N_c N_v} \cdot \exp\left(-\frac{\Delta W_g}{2k_B T}\right) = f(T)$$
$$\sim T^{3/2} \cdot \exp\left(-\frac{\Delta W_g}{2k_B T}\right)$$

n_i abh. von ΔW_g , T

Beispielrechnung

Wenn eine Größe bei einer Temperatur T_1 bekannt ist und auch die Temperaturabhängigkeit der Größe bekannt ist, so kann die Größe bei beliebigen anderen Temperaturen berechnet werden

Bsp: Si $\Delta W_g = 1,1 \text{ eV}$

geg. $n_i(T_1 = 500 \text{ K}) = 1 \cdot 10^{15} \text{ cm}^{-3}$

ges. $n_i(T_2 = 300 \text{ K}) = n_i \sim T^{3/2} \exp\left(-\frac{\Delta W_g}{2k_B T}\right)$

Bildung des Quotienten:

$$\frac{n_i(T_2)}{n_i(T_1)} = \left(\frac{T_2}{T_1}\right)^{3/2} \exp\left(-\frac{\Delta W_g}{2k_B T}\right) \left(\frac{1}{T_2} - \frac{1}{T_1}\right)$$

$$n_i(300 \text{ K}) = n_i(500 \text{ K}) \cdot 9,33 \cdot 10^{10} \text{ cm}^{-3}$$

Ladungsträgerkonzentration n und p

Wie viele e^-/n^+ tragen zur elektr. Leitung bei?

$$n = \int_{CB} \underbrace{D_c(\omega) \cdot f_n(\omega)}_{n(\omega)} d\omega \quad (*)$$

$D_c(\omega), D_v(\omega)$:
Zustandsdichten im

$$p = \int_{VB} \underbrace{D_v(\omega) \cdot f_p(\omega)}_{p(\omega)} d\omega \quad (**)$$

CB/VB

$f_n(\omega), f_p(\omega)$:
Verteilungsfunktion für
 n^+, e^-

$D_c(\omega), D_v(\omega) \Rightarrow FS$

(FD - oder Boltzmannverf.)

$$D_c(\omega) = \frac{4\pi (2m_n^*)^{3/2}}{h^3} (\omega - \omega_c)^{1/2}$$

$$D_v(\omega) = \frac{4\pi (2m_p^*)^{3/2}}{h^3} (\omega_v - \omega)^{1/2}$$

$$f_n(\omega) = f_{B,n}(\omega)$$

$$f_p(\omega) = f_{B,p}(\omega)$$

Lösen von (*) & (**)

$$n = N_c \cdot \exp\left(-\frac{\omega_c - \omega_{Fi}}{k_B T}\right)$$

$$\text{mit } N_c = 2 \left(\frac{2\pi m_n^* k_B T}{h^2} \right)^{3/2}$$

$$p = N_v \cdot \exp\left(-\frac{\omega_{Fi} - \omega_v}{k_B T}\right)$$

$$\text{mit } N_v = 2 \left(\frac{2\pi m_p^* k_B T}{h^2} \right)^{3/2}$$

$\left. \begin{matrix} N_c \\ N_v \end{matrix} \right\}$ effektive Zustandsdichte im $\left\{ \begin{matrix} CB \\ VB \end{matrix} \right.$

$$N_c, N_v \sim T^{3/2}$$

Temperaturabhängigkeit

Fermienergie im Eigenhalbleiter

Aus $n=p$ (Elektronenneutralität)

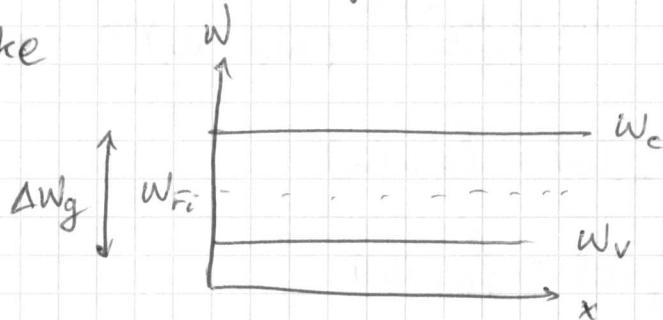
$$\Leftrightarrow N_c \exp\left(-\frac{W_c - W_{Fi}}{k_B T}\right) = N_v \cdot \exp\left(-\frac{W_{Fi} - W_v}{k_B T}\right)$$

... kann W_{Fi} berechnet werden

$$\Delta W_g = W_c - W_v$$

$$W_{Fi}(T) = \underbrace{W_v + \frac{1}{2} \Delta W_g}_{\text{Bandmitte}} + \underbrace{\frac{3}{4} k_B T \cdot \ln\left(\frac{m_p^*}{m_n^*}\right)}_{\substack{\text{keine Temperaturabhängige} \\ \text{Korrektur bei } m_p^* \neq m_n^* \\ \text{wird i.d.R. vernachlässigt}}}$$

$\Rightarrow W_{Fi}$ im Eigenhalbleiter liegt in der Mitte der Bandlücke



Miniaufgabe: Effektive Besetzung der Zustände
effektive Besetzung der Zustände $n(w)$, $p(w)$
einzeichnen und Bereiche markieren, die
von Elektronen besetzt sind (Folie 2)

Dotierte Halbleiter

→ Einbau von Fremdatomen
ins Kristallgitter

↪ Störstellendotierstoffe

→ gezielte Beeinflussung der
Ladungsträgerdichte und
Leitfähigkeit

Donatordotierung

z.B. 5-wertiges Element (P, As, Sb) auf Si-Gitter-
platz

Donatorkonzentration N_D

→ Folie 3 (links)

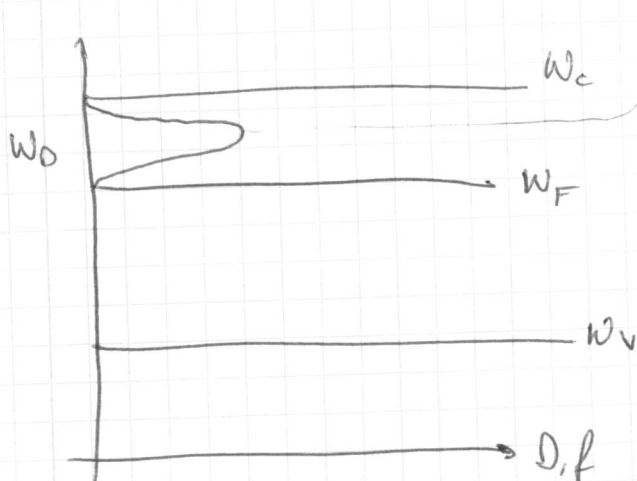
Akzeptordotierung

z.B. 3-wertiges Element (B, Al, Ga) auf Si-Gitterplatz
Akzeptorkonzentration N_A

→ Folie 3 (rechts)

Effektive Besetzung der Zustände
im dotierten HL

z.B. n-dotierter HL



Dotierniveau $\approx$

im Vergleich zum
Eigenhalbleiter zus. Zustand
bei $W = W_D$ durch
Donatoren

Zustandsdichte $D_D(W)$
bestimmt durch N_D

Charakteristische Temperaturbereiche

3 Bereiche mit unterschiedlichen Verhalten der Ladungsträgerkonzentration und Leitfähigkeit

- 1) Eigenleitung
- 2) Störstellenerschöpfung
- 3) Störstellreserve

Allgemein $n \cdot p = n_i^2$ (in allen 3 Bereichen)
MWG für e^- und h^+

Allg. Formel für Leitfähigkeit

$$\sigma = e(n\mu_n + p\mu_p) \quad \leftarrow \text{kann für einz. Temp. Bereiche vereinfacht werden}$$

1) Eigenleitung

T ausreichend, um thermische Werte n_i zu erzeugen:

$$N_D \ll 2n_i; \quad N_A \ll 2n_i$$

	für n- und p-dot. HL
Trägerdichten	$n = p = n_i \sim T^{3/2} \exp\left(-\frac{\Delta W_g}{2k_B T}\right)$
Leitfähigkeit	$\sigma = e(n\mu_n + p\mu_p)$ $= e n_i (\mu_n + \mu_p)$

$\Rightarrow$ vgl. Eigenhalbleiter

Störstellenerschöpfung („mittlere T“)

T nicht ausreichend, um nennenswerte n_i zu erzeugen, wohl aber, um alle Dotierstoffatome ionisieren

$$N_D \gg 2n_i; \quad N_A \gg 2n_i$$

$$N_D^+ = N_D \quad N_A^- = N_A$$

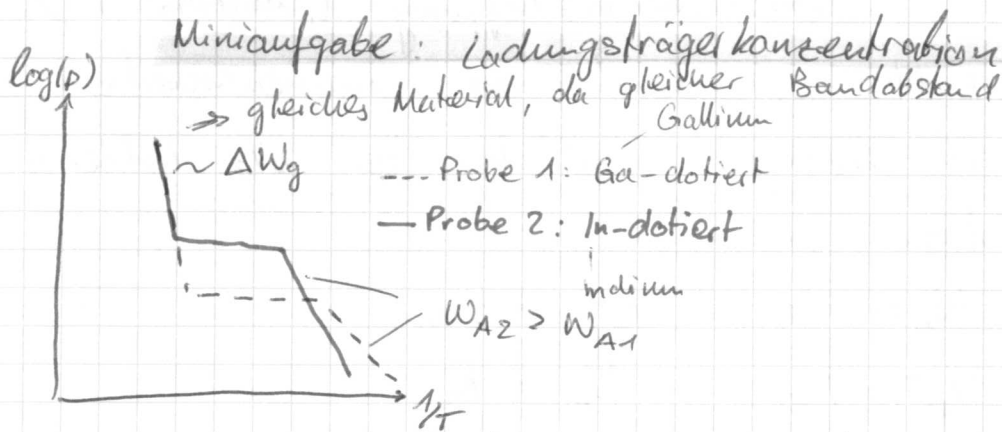
	n-HL	p-HL
Trägerdichten		
Majoritäten	$n = N_D \pm f(T)$	$p = N_A \pm f(T)$
Minoritäten	$p = \frac{n_i^2}{n} = f(T)$	aus $n \cdot p = n_i^2$ ($n_i = f(T)$) $n = \frac{n_i^2}{p} = f(T)$
Leitfähigkeit	$n \gg p$ $\sigma = e n \mu_n$ $= e N_D \mu_n$ ($\mu_n = f(T)$)	$p \gg n$ $\sigma = e p \mu_p$ $= e N_A \mu_p$ ($\mu_p = f(T)$)

Störstellenreserve (geringe T)

T so klein, dass nur ein Teil der Dotierstoffatome ionisiert ist: $N_D^+ < N_D$; $N_A^- < N_A$

	n-HL	p-HL
Trägerdichten		
Majoritäten	$n = \sqrt{\frac{N_D N_A}{2}} \exp\left(-\frac{\Delta W_D}{2k_B T}\right)$	$p = \sqrt{\frac{N_D N_A}{2}} \exp\left(-\frac{\Delta W_A}{2k_B T}\right)$
Minoritäten	$\sim T^{3/4} \exp\left(-\frac{\Delta W_D}{2k_B T}\right)$	$\sim T^{3/4} \exp\left(-\frac{\Delta W_A}{2k_B T}\right)$
	$n = N_D^+ = N_D \left(1 - f_{FD,A}(W_D)\right)$	$p = N_A^- = N_A \cdot f_{FD,A}(W_A)$
	$= N_D \cdot \frac{1}{1 + 2 \exp\left(-\frac{W_D - W_F}{k_B T}\right)}$	$= N_A \cdot \frac{1}{1 + 2 \exp\left(\frac{W_F - W_A}{k_B T}\right)}$
Minoritäten	$p = \frac{n_i^2}{n}$ aus: $n \cdot p = n_i^2$	$n = \frac{n_i^2}{p}$
Leitfähigkeit	es gilt $n \gg p$ $\sigma = e \cdot n \cdot \mu_n$ $= f(T)$, da $\mu_n = f(T)$	$p \gg n$ $\sigma = e p \mu_p = f(T)$ $\Rightarrow \dots$

→ Folie 4



Welcher Dotierstoff höhere Aktivierungsenergie W_A ?
Gleiches HL-Grundmaterial oder verschieden?

Berechnung der Fermi-Energie im dotierten HL

Ausgangspunkt: Elektronenneutralitätsbed.

$$p + N_D^+ = n + N_A^-$$

$$\text{mit } p = N_V \exp\left(-\frac{W_F - W_V}{k_B T}\right)$$

$$n = N_C \exp\left(-\frac{W_C - W_F}{k_B T}\right)$$

Formelsammlung

$$N_D^+ = N_D (1 - f_{B,D}(W_D)) = N_D (1 - 2 \exp(-\frac{W_D - W_F}{k_B T}))$$

$$N_A^- = N_A f_{B,A}(W_A) = N_A (1 - 2 \exp(-\frac{W_F - W_A}{k_B T}))$$

⇒ Gleichung mit W_F als Unbekannte

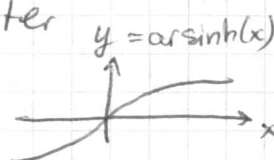
i.d.R. nur Donatoren ($N_A = 0$, n-HL)

oder Akzeptoren ($N_D = 0$, p-HL)

n-HL: $W_F = W_V + \frac{1}{2} \Delta W_g + \frac{3}{4} k_B T \ln\left(\frac{m_p^*}{m_n^*}\right) + k_B T \operatorname{arsinh}\left(\frac{N_D}{2n_i}\right)$

p-HL: $W_F = W_V + \frac{1}{2} \Delta W_g + \frac{3}{4} k_B T \ln\left(\frac{m_p^*}{m_n^*}\right) + k_B T \operatorname{arsinh}\left(-\frac{N_A}{2n_i}\right)$

Eigenleitungsbereich
vgl. Eigenhalbleiter



Beitrag durch
ionisierte Stör-
stellen
(raft Änderung im
Bereich der SE her-
vor)

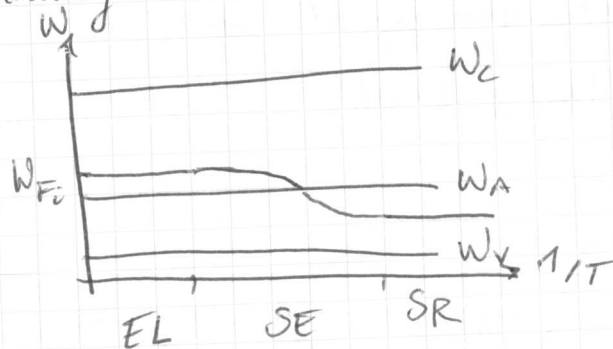
Temperaturabhängigkeit der Fermienergie im dotierten HL

Bereich	n-HL	p-HL
Eigenleitung	$W_F = W_{Fi} \neq f(T)$	$W_F = W_{Fi} \neq f(T)$ Die schwache Temperaturabhängigkeit aufgrund von $m_n^* \neq m_p^*$ wird i.d.R. vernachlässigt
Störstellenersch.	$W_F \uparrow$ mit $T \downarrow$	$W_F \downarrow$ mit $T \downarrow$
Störstellenreserve	$W_F > W_D$ $W_F \rightarrow \frac{1}{2}(W_C + W_D)$ mit $T \downarrow$	$W_F < W_A$ $W_F \rightarrow \frac{1}{2}(W_A + W_V)$ mit $T \downarrow$

Miniaufgabe: Temperaturabhängigkeit des Fermi-niveaus

Skizzieren Sie den temperaturabhängigen Verlauf der Fermienergie eines p-dotierten HL in

Abbildung



Ladungsträgerbeweglichkeit in Halbleitern

$$\mu_n = \frac{e \tau_n}{m_n^*}$$

$$\mu_p = \frac{e \tau_p}{m_p^*}$$

τ_n, τ_p : mittlere Stoßzeit

$$\mu_n = f(T)$$

2 unterschiedliche Streumechanismen mit unterschiedl. Abhängigkeiten von T

1) Streuung an Phononen (Gitterschwingung)

bei hohen T , niedrigen N_A, N_D

$$\tau = \frac{\lambda}{v_{th}} \leftarrow \begin{array}{l} \text{mittl. freie Weglänge} \sim T^{-1} \\ v_{th} \leftarrow \text{therm. Geschw.} \sim T^{1/2} \end{array}$$

$$\Rightarrow \mu_{n,th} \sim T^{-3/2}, \quad \mu_{p,th} \sim T^{-3/2}$$

2) Streuung an Störstellen / Ionen

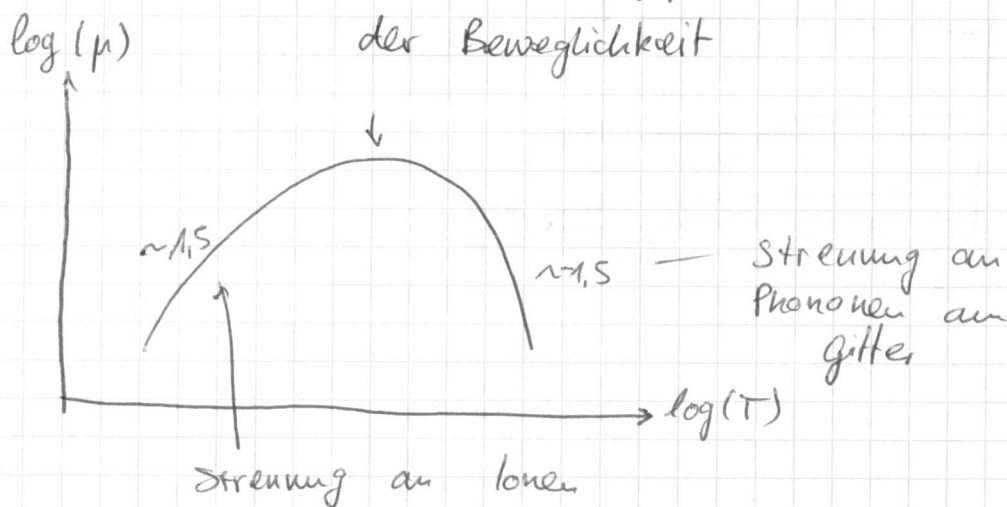
bei niedriger T & hohen N_A, N_D

$\Rightarrow$ Folie 5.5

$$\mu_{n,ion} \sim T^{3/2}$$

$$\mu_{p,ion} \sim T^{3/2}$$

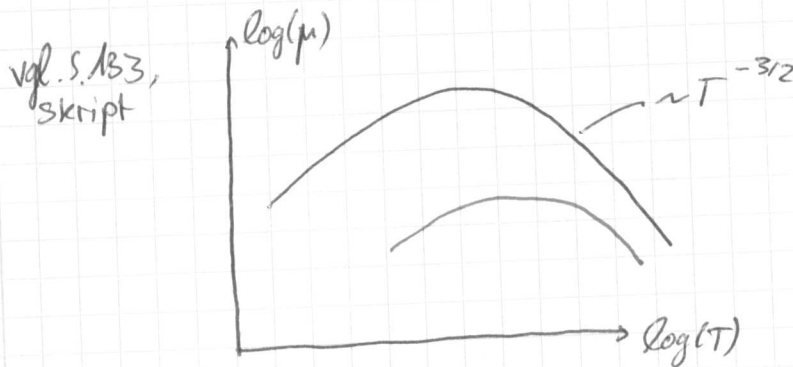
Temperaturabhängigkeit der Beweglichkeit



Allgemein: $\mu \sim T^{-\beta}$

Miniaufgabe: Ladungsträgerbeweglichkeit

HL dotiert mit Dotierstoff von Dichte N_{D1}
 $\Rightarrow$ Zeichne Verlauf der temperaturabhängigen
 Beweglichkeit für Fall, dass HL mit
 $N_{D2} > N_{D1}$ dotiert (für N_{D1} Ladungsträgerbeweg-
 lichkeit gegeben)



größere Dot.

$\Rightarrow$ insges. kleineres μ

$\Rightarrow$ Versch. in y -Richtung

ionischer Anteil domin.
 länger
 $\rightarrow$ Versch. des Maximums
 zu größeren Temp. T

- ionischer Ast knickt
 stärker ab: $\mu_m \rightarrow T^{3/2}$

Temperaturabhängigkeit der
 Leitfähigkeit (vgl. A2)

$$\sigma = e(n\mu_n + p\mu_p)$$

$$\mu_n \sim \mu_p \sim T^{-3/2}$$

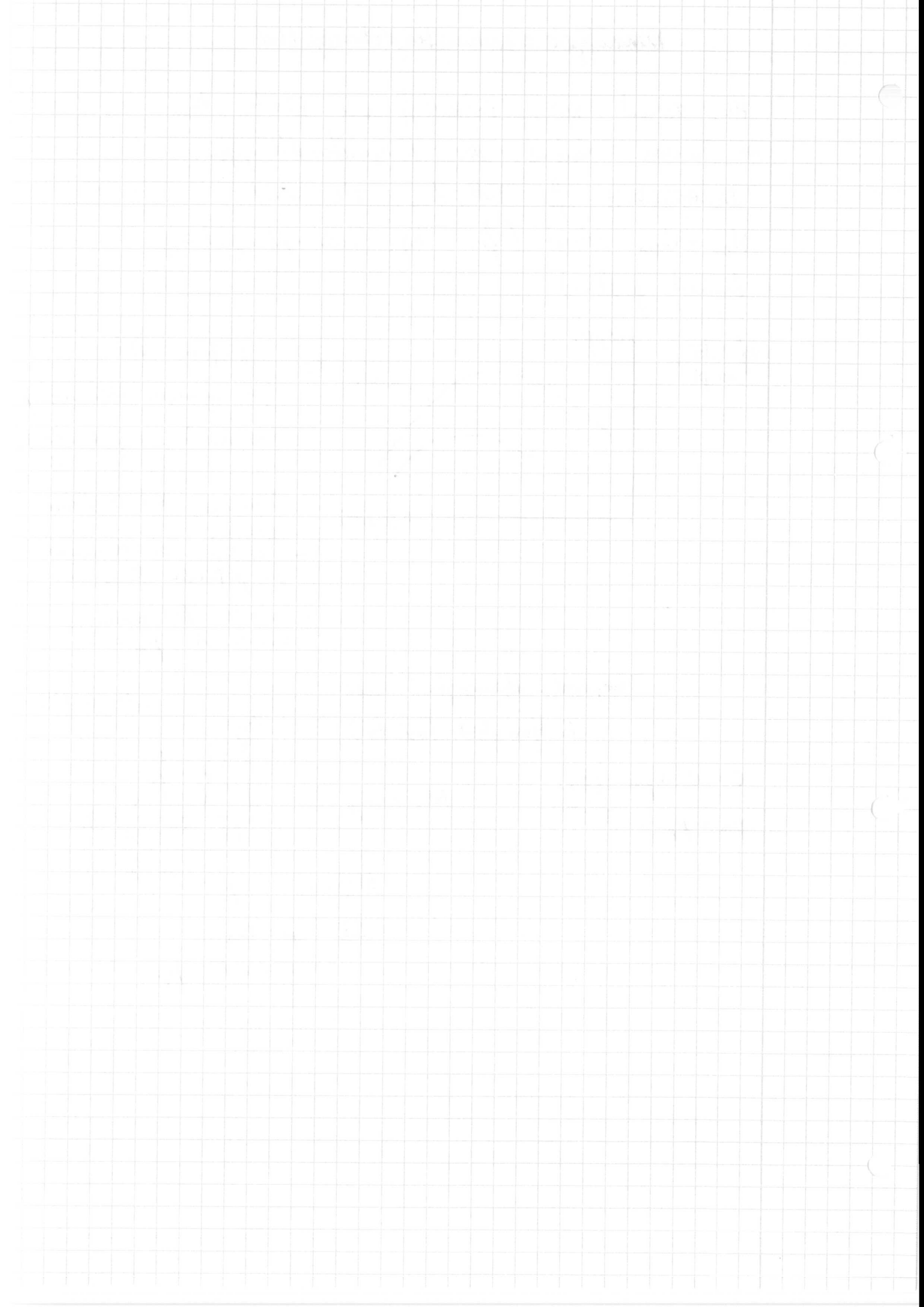
Abbildung



Allgemein: $\mu \sim T^{-\beta}$

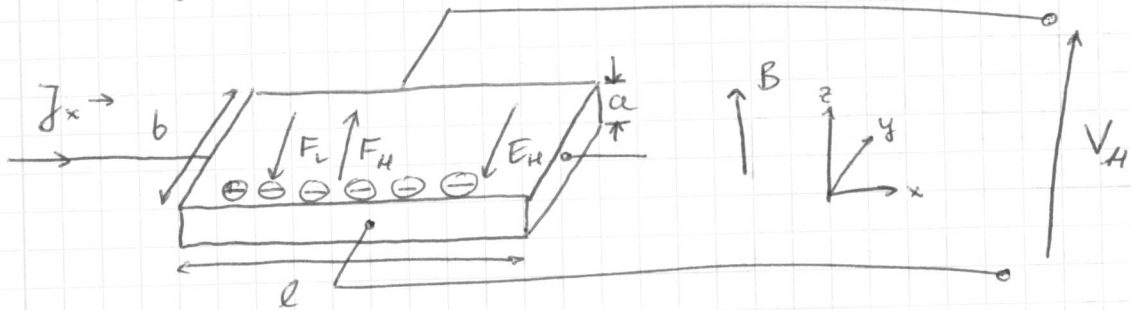
$$SE: p = N_A$$

$$\sigma = e N_A \mu_p$$



Der Halleffekt

(experimentelle Bestimmung von Ladungsträgerart, Polarität der Ladungsträger, Ladungsträgerkonzentration, Beweglichkeiten)



Ladungsträger driften in x-Richtung

e^- : in negative x-Richtung

n^+ : in positive x-Richtung

z.B. n-dot HL: Ladungsträger sind e^-

v_D in negative x-Richtung

Driftgeschw. der e^-

Auf bewegte Ladungsträger im Magnetfeld wirkt die Lorentzkraft: $\vec{F}_L = q(\vec{v}_D \times \vec{B})$ Vektor in pos. y-Richtung
 pos. z-Richtung
 neg. x-Richtung

Für Elektronen $q = -e$

$\Rightarrow \vec{F}_L$ in negative y-Richtung

$$\vec{F}_L = -e v_{Dx} \cdot B_z \cdot \vec{e}_y$$

Elektronen werden zum vorderen Rand des Plättchens abgelenkt

Gegenfeld E_H baut sich auf, das mit seitlichen Elektroden Elektroden als Hallspannung gemessen werden kann

Kraft des Gegenfeldes kompensiert die Lorentzkraft:

$$F_L + F_H = 0$$

$$\Leftrightarrow \underbrace{ev_d B_z}_{-F_L} = \underbrace{eE_H}_{F_H}$$

Mit $V_H = b \cdot E_H$ $v_{dmax} = - \frac{I_x}{e \cdot n \cdot ab}$

$$\Rightarrow V_H = - \frac{1}{ne} \frac{I_x B_z}{a}$$

R_H : Hallkoeffizient (hier für n-dot HL)

Halleffekt im p-dot HL

$$\vec{F}_L = q(\vec{v}_d \times \vec{B})$$

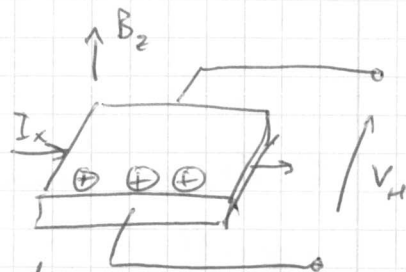
$\vec{v}_d$: in pos. x-Richtung

$\vec{B}_z$: in pos. z-Richtung

$$q = e$$

2 andere VZ

im Vergleich zum Halleffekt im n-dot HL



- Löcher werden in die gleiche Richtung abgelenkt (hier in neg. y-Richtung)

- V_H ändert das Vorzeichen im Vergleich zum n-HL

$$- R_H = \frac{1}{ep} \quad \text{Herleitung für Hallspannung /}$$

Herleitung für Hallkoeffizient: S.A3 A23

$$R_H \rightarrow$$

Hallkoeffizient (materialabhängig)

$$R_H = -\frac{1}{en}$$

(Elektronenleitung)

$$R_H = \frac{1}{ep}$$

(Löcherleitung)

$$R_H = \frac{1}{e} \frac{p\mu_p^2 - n\mu_n^2}{(p\mu_p + n\mu_n)^2}$$

(gemischte Leitung)

vgl. A23

Temperaturabhängigkeit von R_H

im HL

Eigenleitung $R_H, n = p = n_i$

$$R_H = \frac{1}{en_i} \frac{p\mu_p^2 - n\mu_n^2}{(\mu_p + \mu_n)^2} = \frac{1}{en_i} \frac{\mu_p - \mu_n}{\mu_p + \mu_n}$$

$$n_i \sim T^{3/2} \exp\left(-\frac{\Delta W_g}{2k_B T}\right)$$

$$= \frac{1}{en_i} \left(\frac{1-b}{1+b} \right) \text{ mit } b = \frac{\mu_n}{\mu_p}$$

$$\mu_n \sim \mu_p T^{-3/2}$$

(Phononenstreuung)

i.d.R. $\mu_n > \mu_p$, d.h. $R_H < 0$ im Eigenleitungsbereich

$$\Rightarrow R_H \sim \exp\left(\frac{\Delta W_g}{2k_B T}\right) \cdot T^{3/2} \sim \frac{1}{n_i}$$

n-HL

p-HL

Störstellenersch.:

$$n = N_D \gg p$$

$$R_H = -\frac{1}{N_D e} < 0$$

$$\neq f(T)$$

$$p = N_A \gg n$$

$$R_H = \frac{1}{N_A e} > 0$$

$$+ f(T)$$

Störstellenreserve:

$$n \gg p$$

$$p \gg n$$

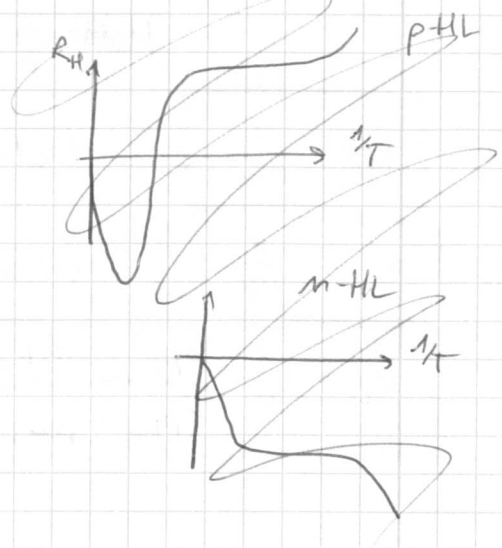
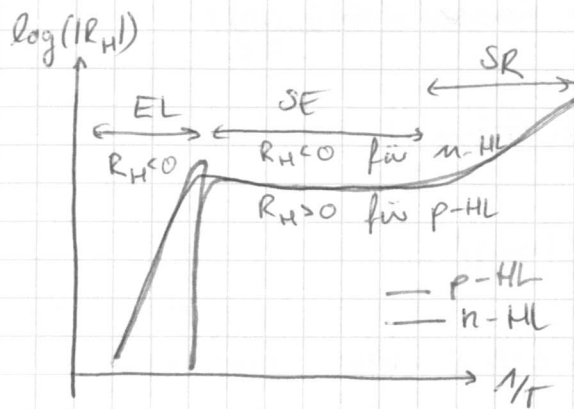
$$R_H = -\frac{1}{ne}$$

$$\sim T^{-3/4} \exp\left(\frac{\Delta W_D}{2k_B T}\right)$$

$$R = \frac{1}{pe} > 0$$

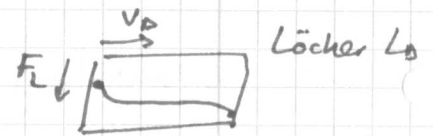
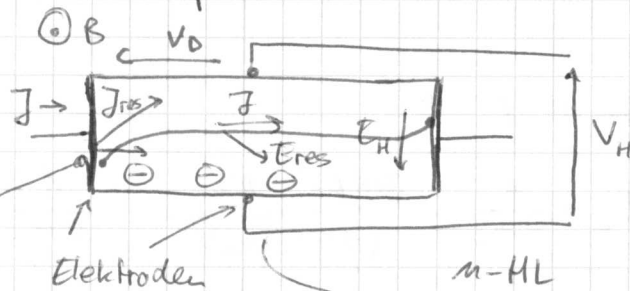
$$\sim T^{-3/4} \exp\left(\frac{\Delta W_A}{2k_B T}\right)$$



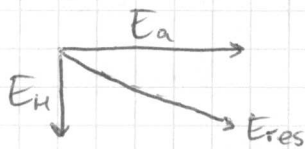


Verlauf der Strombahnen im

Hallplättchen



Hallfeldstärke E_H } überlagern
äußer Feldstärke E_a } sich



an den seitlichen

Elektroden:

$J_y = 0$, da sich

F_L und F_H kompensieren

$E_y \neq 0$

an vorderen und hinter
Elektrode Hallfeld wird
kurzgeschlossen

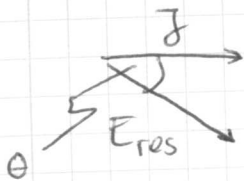
$\begin{matrix} E_a \\ \rightleftharpoons \\ E_{res} \end{matrix}$

$E_H = 0$, $E_y = 0$, $E_y \neq 0$

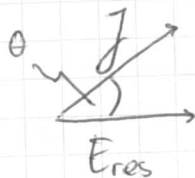
(Ans E_{tan} stetig)

Anteil J_y , da die Ladungsträger von F_L abge-
lenkt werden (F_L wird nicht durch F_H kompensiert)
da $F_H = 0$ (wg. $E_H = 0$)

Hallwinkel



Mitte



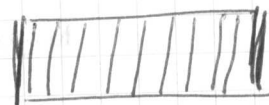
(Elektroden vorne und hinten)

Maß für Abweichung zwischen $\vec{E}$ und $\vec{J}$
Hallwinkel Θ_H (überall gleich in der Halbleiterplatte)

$$\tan \Theta_H = \frac{E_H}{E_a} = - \frac{\frac{1}{ne} J_x B_z}{\frac{1}{n\mu_n e} J_x} = -\mu_n B_z$$

Wenn Θ_H bekannt ist, kann die Beweglichkeit bestimmt werden
bei Löcherleitung $\tan \Theta_H = \mu_p B_z$

Kurzschließende Fäden

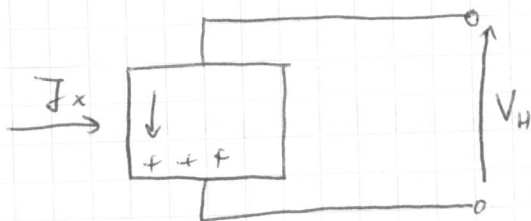


in y-Richtung

→ überall in der Platte

$$E_y = 0$$

→ Widerstandserhöhung durch Magnetfeld
steuerbar



KGÜ A3
Übung A11

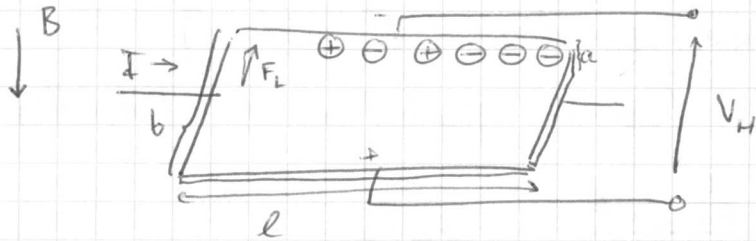
Miniaufgabe: Halleffekt

an Halbleiter-Plättchen Hallmessung

→ in welche Richtung e^- -Ablenkung

in welche Richtung Löcher

Vorzeichen gemessener Hallspannung



e^- : in $+y$ -Richtung

h^+ : in $+y$ -Richtung

$$V_H > 0$$

B_z negativ

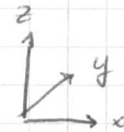
R_H negativ

⇒ V_H pos.

$$V_H = R_H \cdot \frac{I_x \cdot B_z}{a}$$

allgem.
Formel für
 R_H

$$R_H = \frac{1}{e} \left(\frac{p\mu_p^2 - n\mu_n^2}{(p\mu_p + n\mu_n)^2} \right)$$



Nichtgleichgewichte

(Ausgleichsvorgänge, Ungleichgewicht durch Drift/
Diffusion abgebaut)

Störung des Gleichgewichts, z.B. Elektronenblitz, elektro-
magn. Strahlung

$$n \cdot p > n_i^2$$

Abbau von Raumladungsinhomogenitäten

1) Raumladung von Majoritäten

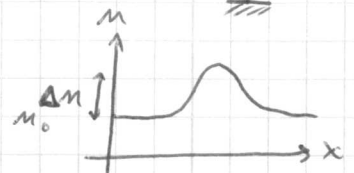
z.B. Elektroneninjektion in n-HL

Diffusionsströme vernachlässigbar

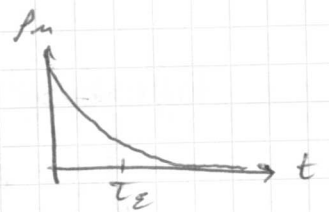
$$J_n = -e \Delta n \quad \text{Raumladung}$$

Mit der Raumladung geht ein E-Feld einher:

$$\text{div } \vec{E} = \frac{\rho_0}{\epsilon_0 \cdot \epsilon_r}$$



Kontinuitätsgleichung: $\text{div } \vec{j} = - \frac{\partial \rho_m}{\partial t}$
 $= \text{div}(\sigma \vec{E})$



→ DGL für zeitlichen Verlauf der Raumladung

$\frac{\partial \rho_m}{\partial t} = - \frac{\sigma}{\epsilon_0 \epsilon_r} \cdot \rho_m$ Lsg: $\rho_m \sim \exp\left(-\frac{t}{\tau_E}\right)$ mit $\tau_E = \frac{\epsilon_0 \cdot \epsilon_r}{\sigma}$
 ↓
 dielektrische Relaxation

Abbau der RL durch Wegdriften der e^- / Majoritäten

Abbau von Raumladungsinhomogenitäten

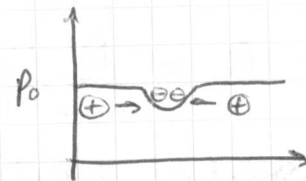
2) Raumladung von Minoritäten

z.B. Elektroneninjektion in p-HL

Abbau der RL wieder:

$\rho_p \sim \exp\left(-\frac{t}{\tau_E}\right)$

Ladungsabbau durch Drift/Zyfluss von Majoritäten (hier: Löcher)



Generation und Rekombination von Elektron-Loch-Paaren

bisher: therm. Anregung (thermodyn.)

jetzt: optische Anregung

z.B. Einstrahlung von elektromagn. Wellen Strahlung (Licht)

der Energie $W = h \cdot f > \Delta W_g$

ständige Energiezufuhr, kein thermodyn. GG: $n \cdot p > n_i^2$

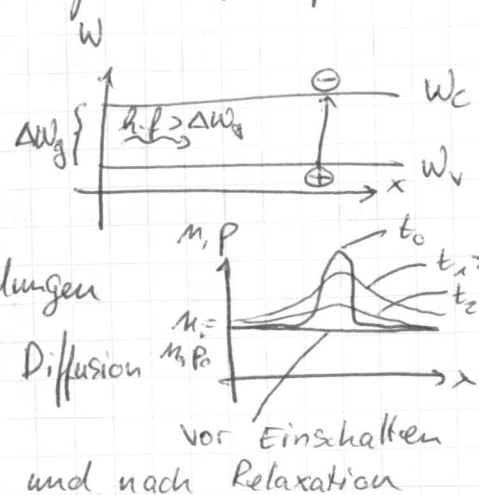
Photonen werden absorbiert

$e^- / h^+ -$ Paare generiert

↳ keine Raumladung generiert

kein Abbau der Überschussladungen

durch Drift, sondern durch Diffusion



Diffusionsstromdichten:

$$\vec{j}_n = e \cdot D_n \cdot \text{grad} n$$

$$\text{mit } D_n = \frac{k_B T}{e} \mu_n$$

$$\vec{j}_p = -e \cdot D_p \cdot \text{grad} p$$

$$D_p = \frac{k_B T}{e} \mu_p$$

↙
Einstein-Beziehung

Ambipolarer Transport

$$D_n > D_p, \text{ da } \mu_n > \mu_p$$

→ Separation der Ladungsträger

→ internes el. Feld (anziehende Kraft)

Elektronen und Löcher diffundieren mit einem effektiven Diffusionskoeffizienten:

$$D_a = \frac{D_n \cdot D_p (n+p)}{D_n \cdot n + D_p \cdot p}$$

ambipolarer D_a

1) starke Injektion ($\Delta n \gg n_0, \Delta p \gg p_0$) $n \approx p \Rightarrow D_a = \frac{2D_n D_p}{D_n + D_p}$

2) schwache Injektion

→ Bei schwacher

n-HL: $\Delta p, \Delta n \ll n_0$
 $n_i \ll n_0$

$$\Rightarrow D_a \approx D_p$$

Injektion wird

p-HL: $\Delta p, \Delta n \ll p_0$
 $n_i \ll p_0$

$$\Rightarrow D_a \approx D_n$$

die Diffusion der

e^-/n^+ -Paare von der

Diffusionskonstante n

der Minoritäten bestimmt

Rekombination

bei starker Injektion:

$$R = f(\Delta n, \Delta p)$$

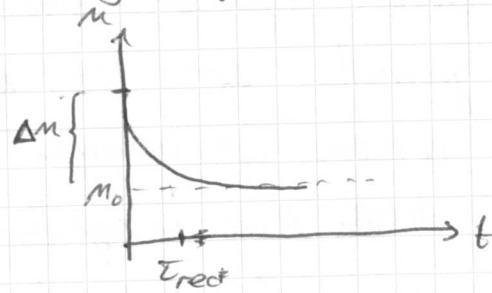
bei schwacher Injektion:

p-HL: $R = f(\Delta n)$

n-HL: $R = f(\Delta p)$

Ableiten der Überschussladungsträger mit der Zeitkonstanten τ_{rec}

$$\tau_{rec} \approx 10^{-3} \text{ s}, \dots, 10^{-10} \text{ s}$$



Bei Rekombination wird

Energie $w = \Delta W_g$ frei

→ als Wärme aus Gitter

→ oder Photon der Energie $w = h \cdot f = \Delta W_g$ ausgesendet

Grundgleichung der Prozesse in HL

zu Beschreibung von Generation, Drift, Diffusion, Rekombination

Partikelstromgleichungen

$$(1a) \quad \vec{J}_n = e n \mu_n \vec{E} + e D_n \cdot \text{grad } n$$

$$(1b) \quad \vec{J}_p = \underbrace{e p \mu_p \vec{E}}_{\text{Drift-anteil}} - \underbrace{e D_p \cdot \text{grad } p}_{\text{Diffusions-anteil}}$$

Kontinuitätsgleichungen

$$(2a) \quad \frac{\partial n}{\partial t} = \frac{1}{e} \text{div } \vec{J}_n + G_n - R_n$$

$$(2b) \quad \frac{\partial p}{\partial t} = -\frac{1}{e} \text{div } \vec{J}_p + \underbrace{G_p}_{\text{Generationsrate}} - \underbrace{R_p}_{\text{Rekombinationsrate}}$$

Rekombinationsrate:

$$(3a) \quad R_n = - \frac{\partial \Delta n}{\partial t} = \frac{\Delta n}{\tau_{rec}}$$

$$(3b) \quad R_p = - \frac{\partial \Delta p}{\partial t} = \frac{\Delta p}{\tau_{rec}}$$

(bei schwacher Injektion)

Generationsrate:

Generationsrate

Durch Injektion oder Lichteinstrahlung
generierte Δn bzw. Δp

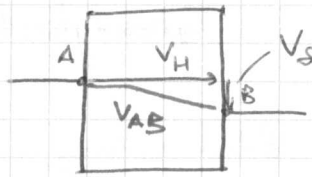
Aus diesen Gleichungen ((1) - (3)) können DGLn
für diese Minoritätsgladungsträger hergeleitet werden
s. i. B. Aufgabe 4, Übung (dort für n-HL)

Klausuraufgabe

(a)

$$V_{AB} = V_H + V_S$$

Das V_S von V_H hängt vom
Magnetfeld ab, V_S unabhängig
vom Magnetfeld B-Feld



$$\left. \begin{aligned} V_{AB}^+ &= V_H + V_S \\ V_{AB}^- &= -V_H + V_S \end{aligned} \right\}$$

$$\Rightarrow V_H = \frac{V_{AB}^+ - V_{AB}^-}{2}$$

$$(b) \quad \begin{aligned} V_{AB}^+ &= 3,2 \text{ mV} \\ V_{AB}^- &= -2,8 \text{ mV} \end{aligned} \Rightarrow V_H \stackrel{\text{aus (a)}}{=} 3 \text{ mV}$$

ges. $p = N_A$ (Storstellensersch. laut Aufgabe)

$$R_H = \frac{1}{e} \frac{p p_p^2 - n n_n^2}{(p p_p + n n_n)^2} \quad \text{allgemein}$$

$$\begin{aligned} \text{SE: } R_H &= \frac{1}{e N_A} \\ \text{FS } \Rightarrow R_H &= \frac{V_H \cdot d}{j \times B_z} \end{aligned} \quad \left. \begin{array}{l} \text{Gleichsetzen und nach} \\ N_A \text{ auflösen} \end{array} \right\}$$

$$N_A = p = \frac{j \times B_z}{e \cdot d \cdot V_H} = 3,121 \cdot 10^{17} \text{ cm}^{-3}$$

(c) ges: μ_p ?

Leitfähigkeit in SE: $\sigma = e \mu_p N_A \Rightarrow \mu_p = \frac{\sigma}{e N_A}$

ohmscher Spannungsabfall (V_s)

$$R = \frac{1}{\sigma} \frac{\delta}{L \cdot d} = \frac{V_s}{I_x}$$

$$\Rightarrow \sigma = \frac{\delta}{L d} \cdot \frac{I_x}{V_s}$$

$$V_s = V_{AB}^+ - V_H = 0,2 \text{ mV}$$

$$\mu_p = \frac{1}{e N_A} \frac{\delta}{L d} \cdot \frac{I_x}{V_s} = 600 \frac{\text{cm}^2}{\text{Vs}}$$

(d) 1D

Partikelstromdichte $\vec{J}$:

$$J_n = e n_p \mu_n E + e D_n \frac{d}{dx} n_p$$

Kontinuitätsgl.

$$\frac{\partial n_p}{\partial t} = \frac{1}{e} \frac{\partial J_n}{\partial x} + G_n - R_n$$

$$\Rightarrow \frac{\partial n_p}{\partial t} = \frac{1}{e} \frac{\partial}{\partial x} \left(e n_p \mu_n \cdot E + e D_n \frac{d}{dx} n_p \right) + G_n - R_n$$

stationärer Fall: $\frac{\partial n_p}{\partial t} = 0$

$E = 0$, da beide Ladungsträger generiert werden

$G_n = 0$ (Generation an Oberfläche, großes α)

$$R_n = \frac{\Delta n}{\tau_{\text{rec}}} = \frac{n_p - n_0}{\tau_{\text{rec}}}$$

Absorptions-
koeffizient

$$\Rightarrow \frac{d^2 n_p}{dx^2} = \frac{n_p - n_0}{\tau_{\text{rec}} \cdot D_n}$$

$$(e) \quad \frac{d^2 n_p}{dx^2} = \frac{n_p - n_{p0}}{\tau_{rec} D_n}$$

homogene DGL: Terme ohne " n_p " zu 0 setzen

$$\frac{d^2 n_p}{dx^2} = \frac{n_p}{\tau_{rec} D_n}$$

charakterist. Polynom $\lambda^2 = \frac{1}{\tau_{rec} D_n}$

$$\Rightarrow \lambda = \pm \frac{1}{\sqrt{\tau_{rec} D_n}} = \pm \frac{1}{L_n}$$

$\Rightarrow$ allgemeine homogene Lsg:

$$n_{p, \text{hom}} = A \exp\left(-\frac{x}{L_n}\right) + B \exp\left(\frac{x}{L_n}\right)$$

eine partikuläre Lsg „scharfes Hinsehen“

$$\Rightarrow n_{p, \text{part.}} = n_{p0}$$

$$\text{Randbedingungen} \Rightarrow n_p = A \exp\left(-\frac{x}{L_n}\right) + B \exp\left(\frac{x}{L_n}\right) + n_{p0}$$

$$x \rightarrow \infty: n_p(x \rightarrow \infty) = n_{p0} \rightarrow B = 0$$

$$x = 0: n_p(x = 0) = n_{p0} + \Delta n(0)$$

$$\Rightarrow A = \Delta n(0)$$

$$\Rightarrow n_p = \Delta n(0) \cdot \exp\left(-\frac{x}{L_n}\right) + n_{p0}$$

$$(f) \quad J_{n, \text{diff}} = e \cdot D_n \cdot \frac{dn_p}{dx}$$

$$\text{aus e)} \quad n_p = \Delta n(0) \cdot \exp\left(-\frac{x}{L_n}\right) + n_{p0}$$

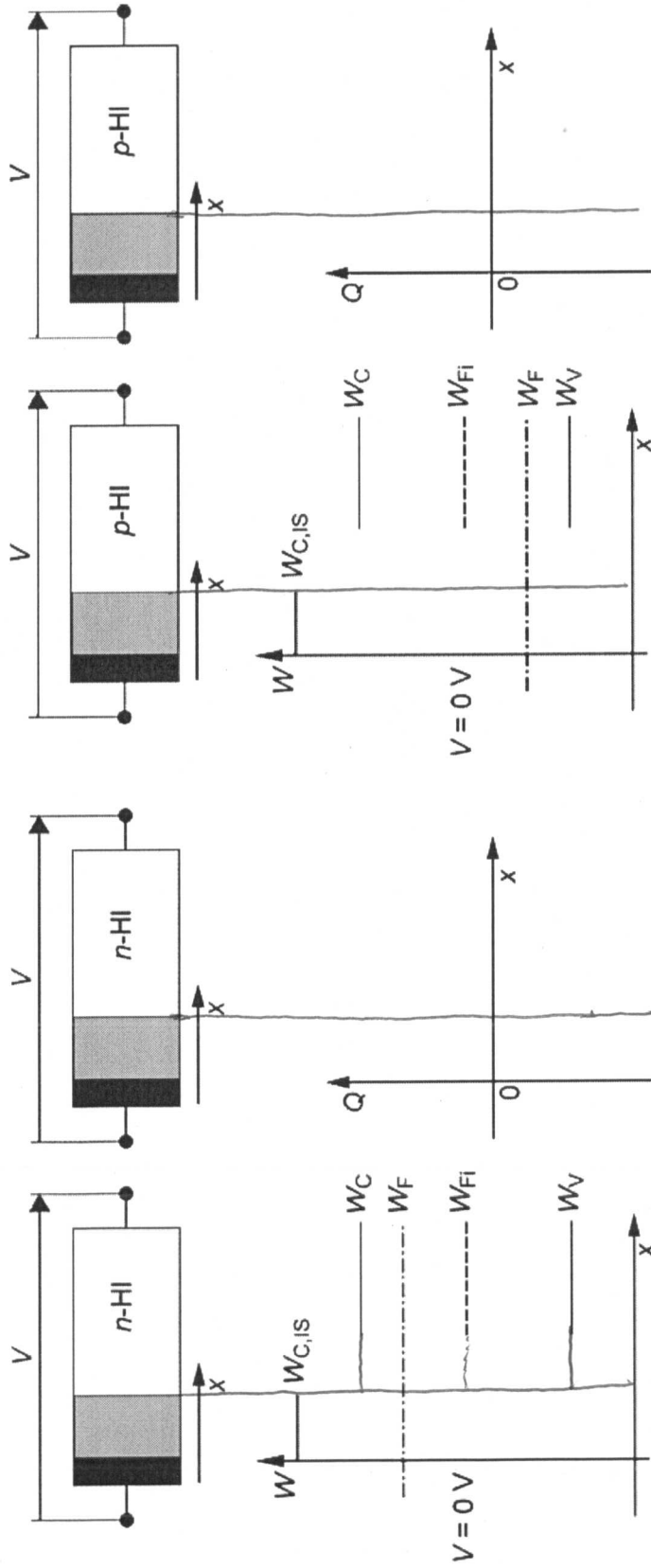
$$\begin{aligned} \Rightarrow J_{n, \text{diff}} &= e \cdot D_n \frac{d}{dx} \left(\Delta n(0) \cdot \exp\left(-\frac{x}{L_n}\right) + n_{p0} \right) \\ &= \frac{e D_n \cdot \Delta n(0) \cdot \exp\left(-\frac{x}{L_n}\right)}{-L_n} \end{aligned}$$

$$(g) \quad \text{geg. } \mu_n, \tau_{rec}, T$$

$$L_n = \sqrt{D_n \tau_{rec}} \quad \text{und} \quad D_n = \mu_n \frac{k_B T}{e} \quad (\text{FS})$$

$$\begin{aligned} L_n &= \sqrt{\mu_n \frac{k_B T}{e} \tau_{rec}} \\ &= 39,383 \mu\text{m} \end{aligned}$$

Energiebanddiagramme: Der spannungslose Fall



$$W_{F,SC} - W_{F,M} = -eV$$

Die angelegte Spannung fällt dann über die gesamte MIS-Struktur ab.

Wir haben: V_{IS} : Spannung, die über dem Isolator abfällt und $\Delta\varphi$

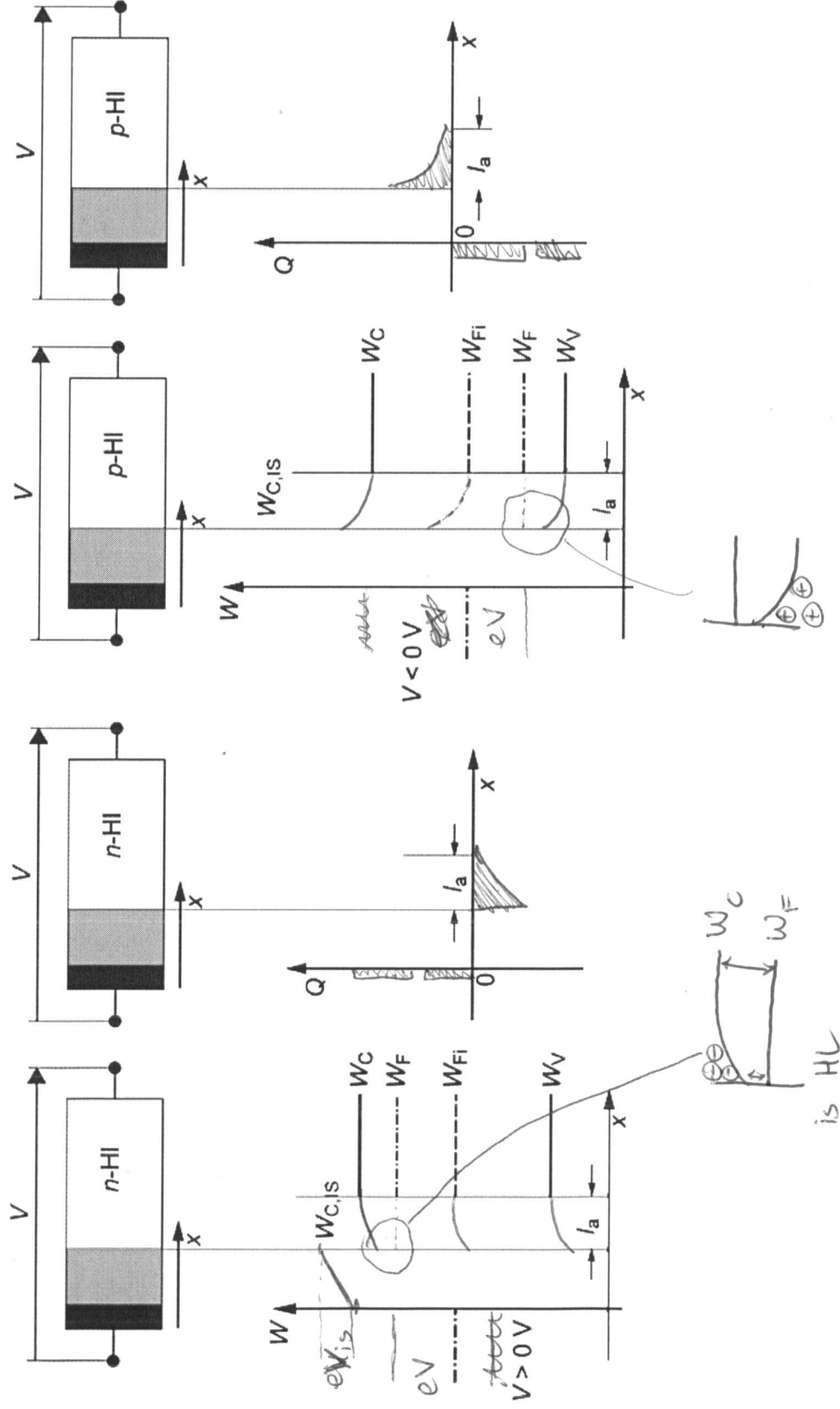
$\Delta\varphi$: Spannung, die über HL abfällt

$$\Delta\varphi = \varphi(x=0) - \varphi(x \rightarrow \infty)$$

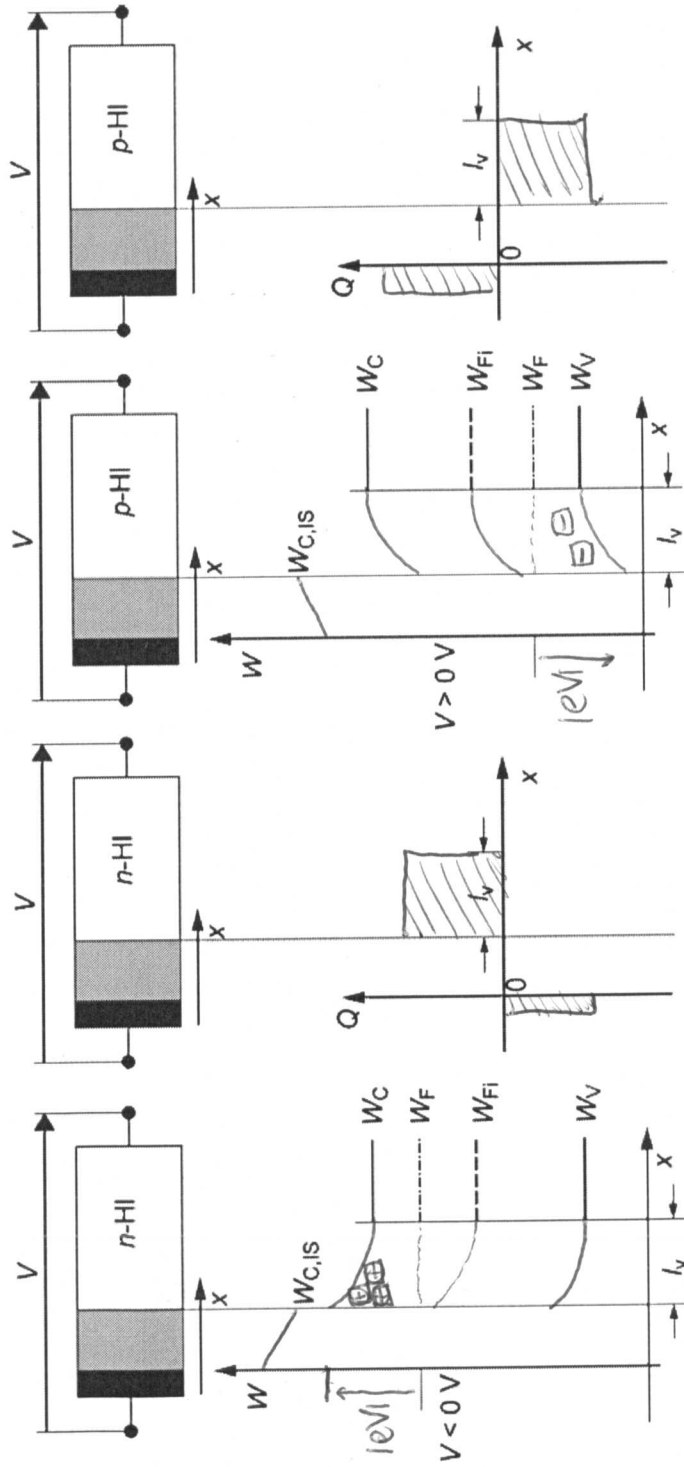
$$\Rightarrow \varphi_S = \varphi(x=0)$$

$$\varphi(x \rightarrow \infty) = 0$$

Energiebanddiagramme: Anreicherung



Energiebanddiagramme: Verarmung

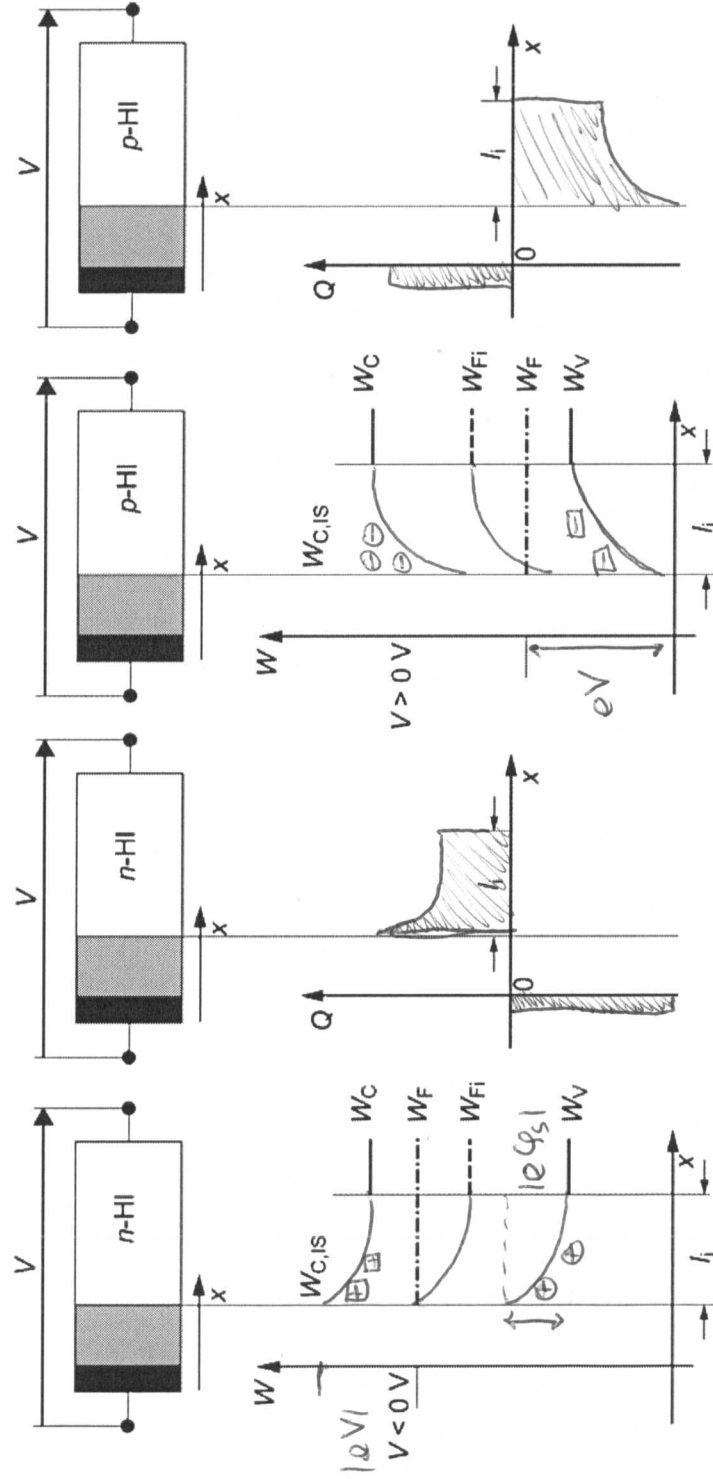


Einschub: MIS-Kondensator verhält sich in erster Näherung wie Plattenkond., ist die Bandverbiegung in Anreicherung rel. klein (ohne Beweis)

$$V = -\frac{Q_{sc}}{C'_{is}} + \phi_s$$

$$\Rightarrow V \approx -\frac{Q_{sc}}{C'_{is}}$$

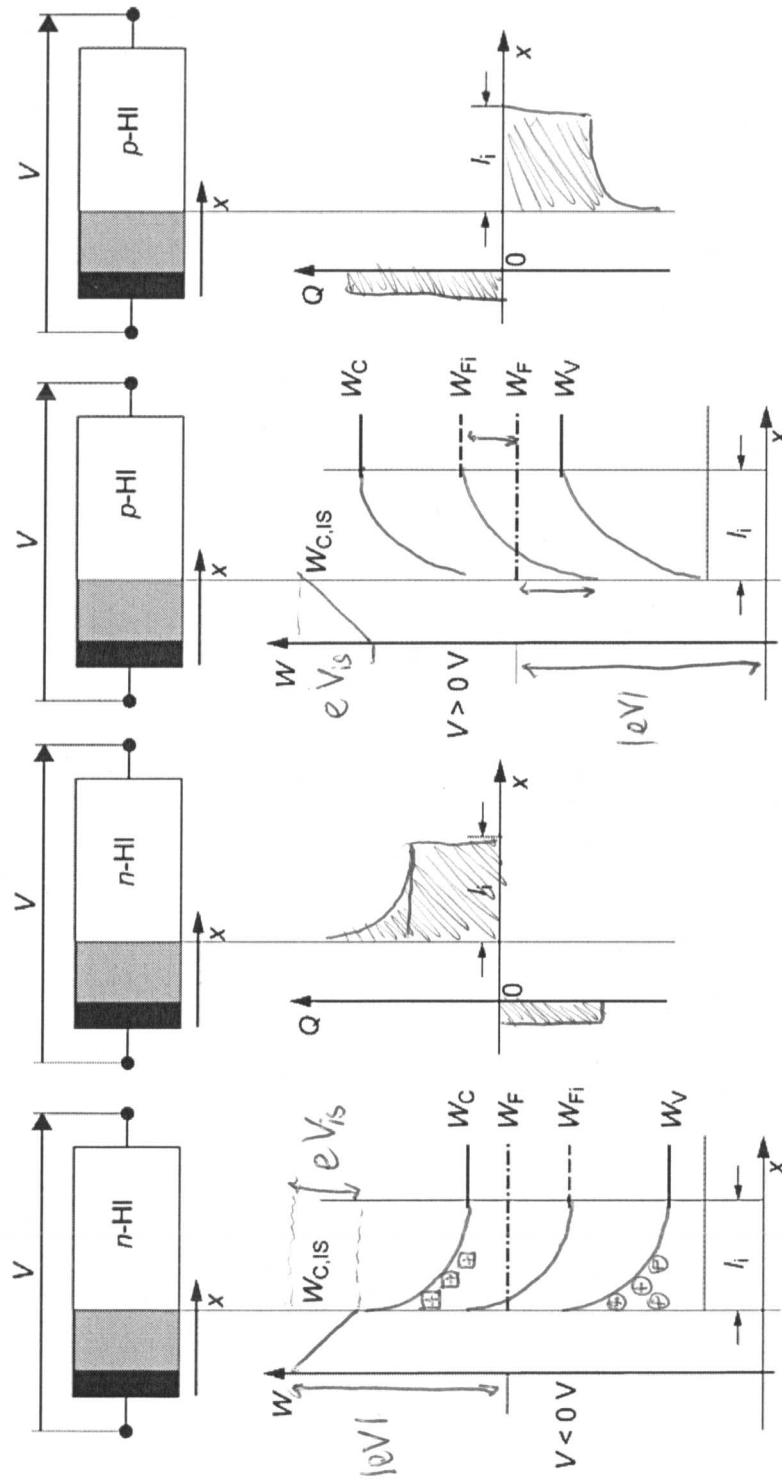
Energiebanddiagramme: Schwache Inversion



Anmerkung: Die Flächenladungsdichte Q_{sc} ist noch klein und kann vernachlässigt werden. Beim Übergang von Verarmung zur schwachen Inversion ist W_F genau in der Bandmitte.

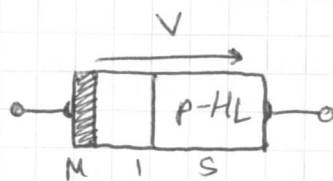
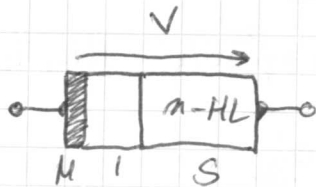
Energiebanddiagramme: Starke Inversion

$$\frac{F_2}{F_1} \sqrt{1 - \frac{pV}{Nk}}$$



Handwritten signature

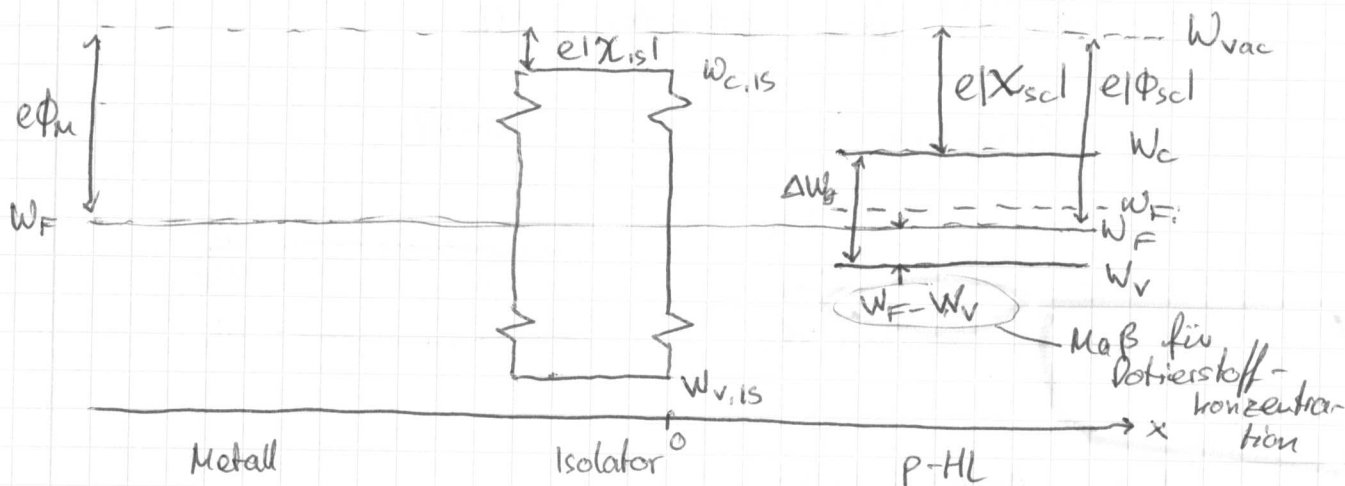
Der ideale MIS-Kondensator



Metall, Isolator, Semi-Conductor

- Es liegen keine Isolatorladungen Q_{is} vor
- Es liegen keine Grenzflächenladungen Q_{ss} vor
- kein Stromfluss durch Isolator
- Austrittsarbeit $e\phi_m$, sowie $e\phi_{sc}$ sind gleich
 $\Rightarrow e\phi_m = e\phi_{sc}$

Energiebanddiagramme



$$e\phi_m = e\phi_{sc} = e\chi_{sc} + \frac{\Delta W_g}{2} + (W_{Fi,\infty} - W_F)$$

gilt auch für n-HL

W_{vac} ist Bezugspotential

siehe Energiebanddiagramm: Der spannungslose Fall (Folie)

φ_s = Bandverbiegung an der Grenzfläche HL, Is

$$V_{MIS} = V_{IS} + \varphi_s \quad \text{mit} \quad V_{IS} = \frac{-Q'_{sc}}{C'_{is}}$$

$$Q'_{sc} = \frac{Q_{sc}}{A}$$

$$C'_{is} = \frac{C_{is}}{A}$$

A = Gatefläche

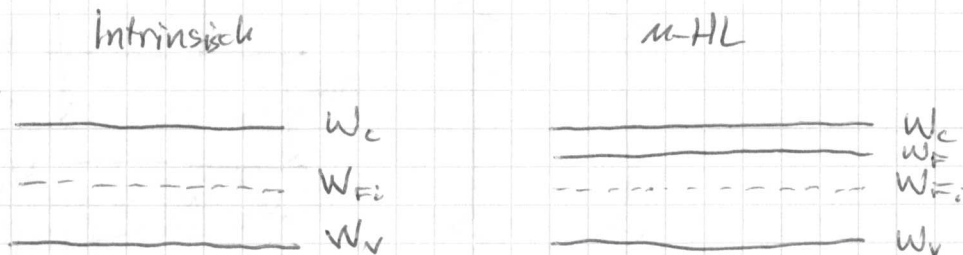
$\varphi_s < 0 \Rightarrow$ Bandverbiegung nach oben

$\varphi_s > 0 \Rightarrow$ Bandverbiegung nach unten

Unterschied W_{Fi} , W_F

$W_{Fi} \Rightarrow W_F$ für intrinsischen HL (in der Mitte von C und V)

$W_F \Rightarrow W_{Fi}$ für dotierten HL



Für Anreicherung:

Wie groß ist die Konzentration der Ladungsträger (Elektronen + Löcher) an der Grenzfläche?

$$\text{Für n-HL: } n_n(x=0) = n_{no} \cdot \exp\left(\frac{\varphi_s}{V_T}\right)$$

$$p_n(x=0) = p_{no} \cdot \exp\left(-\frac{\varphi_s}{V_T}\right)$$

Thermospannung $V_T = \frac{k_B T}{e}$

$$\text{p-HL: } n_p(x=0) = n_{po} \cdot \exp\left(\frac{\varphi_s}{V_T}\right)$$

$$p_p(x=0) = p_{po} \cdot \exp\left(-\frac{\varphi_s}{V_T}\right)$$

p_{po} : Gleichgewichtskonz. der Löcher im p-HL

§

Schwache Inversion (Folie 4)

$$n_n(x=0) = N_D \cdot \exp\left(\frac{\varphi_{s, \text{winv}}}{V_T}\right) = n_i \quad \text{für } n\text{-HL}$$

$$p_p(x=0) = N_A \cdot \exp\left(-\frac{\varphi_{s, \text{winv}}}{V_T}\right) = n_i \quad \text{für } p\text{-HL}$$

Umformung nach $\varphi_{s, \text{winv}}$

$$\varphi_{s, \text{winv}} = -V_T \cdot \ln\left(\frac{N_D}{n_i}\right) \quad \text{für } n\text{-HL}$$

$$\varphi_{s, \text{winv}} = V_T \cdot \ln\left(\frac{N_A}{n_i}\right) \quad \text{für } p\text{-HL}$$

Direkte Bestimmung aus der Differenz zwischen $W_{Fi, \infty}$ und W_F

$$2\varphi_{s, \text{winv}} = W_{Fi}(x \rightarrow \infty) - W_F = W_{Fi, \infty} - W_F$$

Starke Inversion (Folie 5)

$$p_n(x=0) = p_{n0} \cdot \exp\left(-\frac{\varphi_{s, \text{st. inv}}}{V_T}\right) = N_D \quad \text{für } n\text{-HL}$$

$$n_p(x=0) = n_{p0} \cdot \exp\left(\frac{\varphi_{s, \text{st. inv}}}{V_T}\right) = N_A \quad \text{für } p\text{-HL}$$

In starker Inversion treten große Grenzflächenladungen Q_{sc}' auf

⇒ Spannungsabfall über Isolator und HL muss berücksichtigt werden bzw

$$V = -\frac{Q_{sc}'}{C_{is}} + \varphi_s$$

$$\varphi_s < \varphi_{s, \text{st. inv}} \quad \text{für } n\text{-HL}$$

$$\varphi_s > \varphi_{s, \text{st. inv}} \quad \text{für } p\text{-HL}$$

$$p(x=0) > N_D$$

$$n(x=0) > N_A$$

Der reale MIS-Kondensator

- Es können Grenzflächenladungen auftreten
- Es können Isolatorladungen auftreten
- Die Austrittsarbeiten $e\phi_m$, $e\phi_{sc}$ können verschieden sein

Energiebanddiagramm:

Austrittsarbeitendifferenz

→ s. Seite 166

$$\begin{aligned} e\phi_{msc} &= e\phi_m - e\phi_{sc} \\ &= e\phi_m - (e\chi_{sc} + \frac{\Delta W}{2} + (W_{FL,\infty} - W_F)) \\ &= e(V_{iso,msc} + \phi_{so,msc}) \end{aligned}$$

Energiebanddiagramm, Ladungsdiagramm

wenn bei $V=0$ Anreicherung vorliegt	n-HL	p-HL
	$V_{FB} < 0V$	$V_{FB} > 0V$
wenn bei $V=0$ Inversion vorliegt	$V_{FB} > 0V$	$V_{FB} < 0V$

Flachbandspannung

Treten Grenzflächenladungen Q'_{ss} sowie Isolatorladungen Q'_{is} und $\phi_{msc} \neq 0$ auf, so gilt für die erforderliche Flachbandspannung (Spannung, um Bänder flach zu machen)

$$V_{FB} = \phi_{msc} - \frac{Q'_{is}}{C'_{is}} - \frac{Q'_{ss}}{C'_{ss}}$$

Alle Spannungen * über der Flachbandspannung hinaus führen zu einer weiteren Bandverbiegung sowie einer Raumladung Q'_{sc} im HL

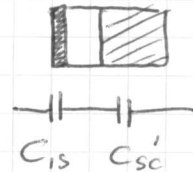
$$\begin{aligned} V_{mis} &= V_{FB} + \phi_s - \frac{Q'_{sc}}{C'_{is}} \\ &= \phi_{msc} - \frac{Q'_{is}}{C'_{is}} - \frac{Q'_{ss}}{C'_{is}} - \frac{Q'_{sc}}{C'_{is}} + \phi_s \end{aligned}$$

Befindet sich der NL in Verarmung bzw. schwacher Inversion kann der Beitrag der Inversionsladungsträger Q_{sc}' vernachlässigt werden. Da nur wenige Ladungsträger an der Grenzfläche sind.

$$V_{mis} = V_{FB} + \varphi_s$$

$$\frac{1}{C_{ges}} = \frac{1}{C_{is}'} + \frac{1}{C_{sc}'(\varphi_s)}$$

$$C_{is}' = \frac{\epsilon_0 \epsilon_{ris}}{d}$$



In starker Anreicherung sind die Anzahl an Ladungsträgern an der NL/IS Grenzfläche so groß, dass sie metallisch wirken $\Rightarrow C_{ges} = C_{is}$

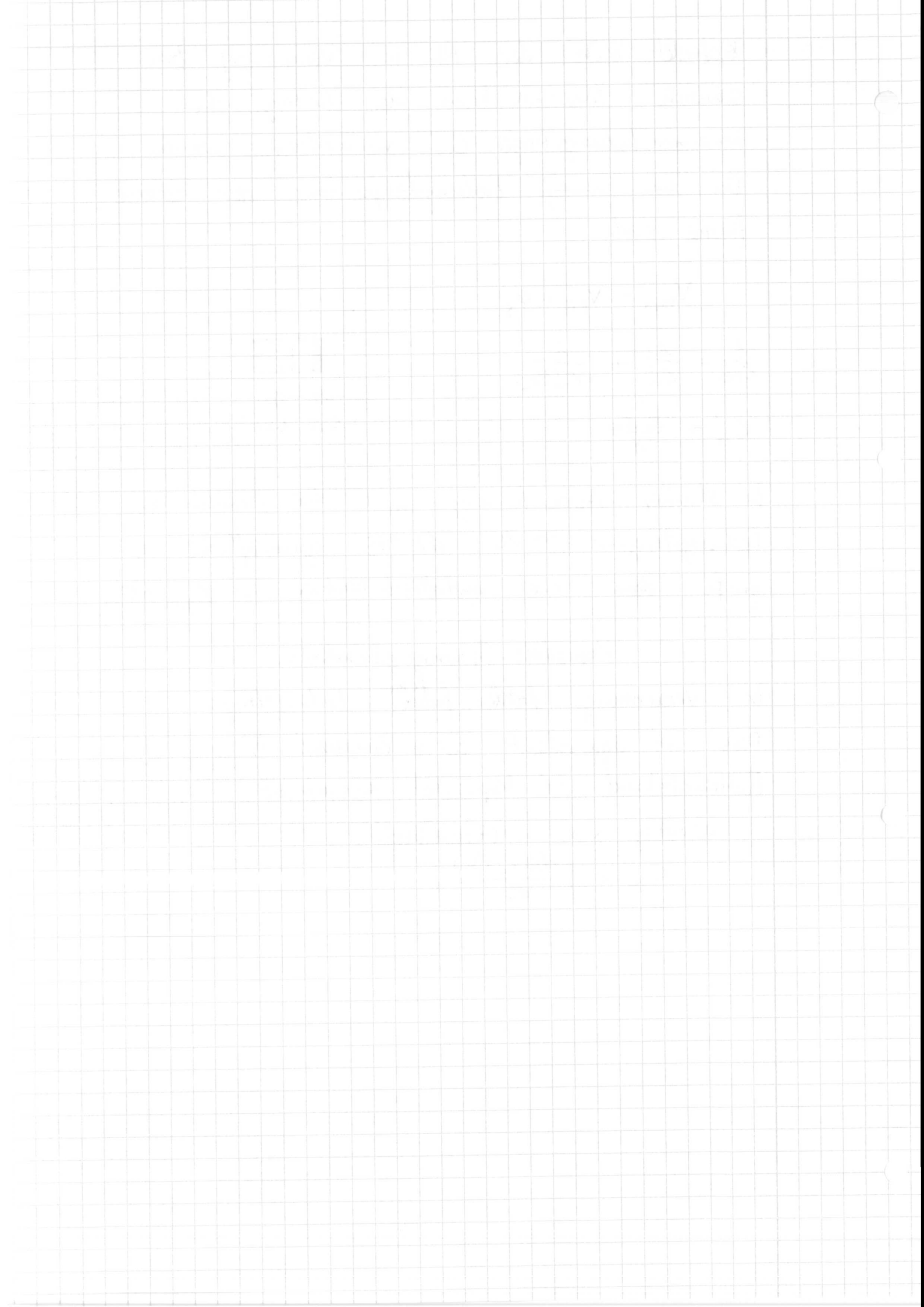
Kapazitäts-Spannungskennlinie

In Verarmung ~~fürher~~ ^{fehlen} ~~fürher~~ Ladungsträger

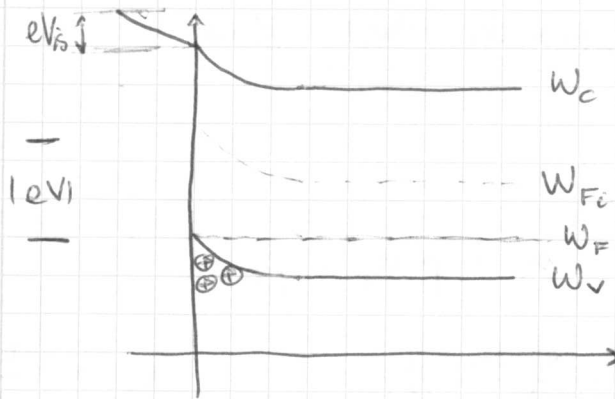
Dies ist äquivalent zur Zunahme des Plattenabstands $\Rightarrow$ Kapazität nimmt ab

Wichtig vom Formelblatt

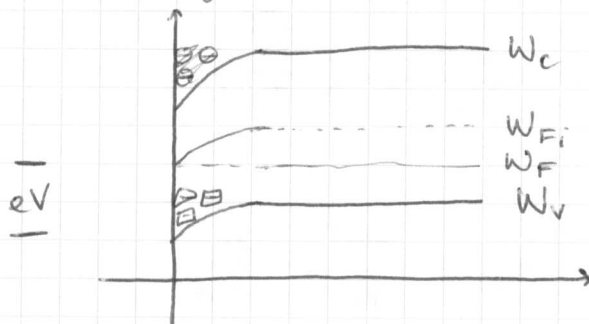
$$C_{sc}' = \left| \frac{dQ_{sc}(\varphi_s)}{d\varphi_s} \right|$$



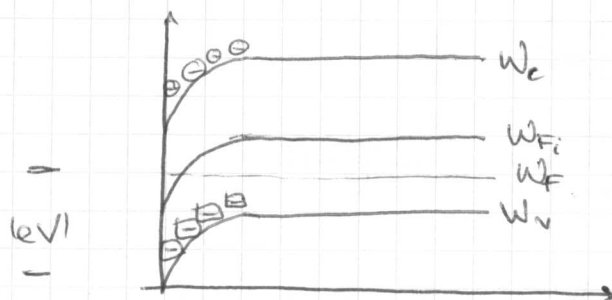
(a)(i) Anreicherung $\rightarrow V < 0$



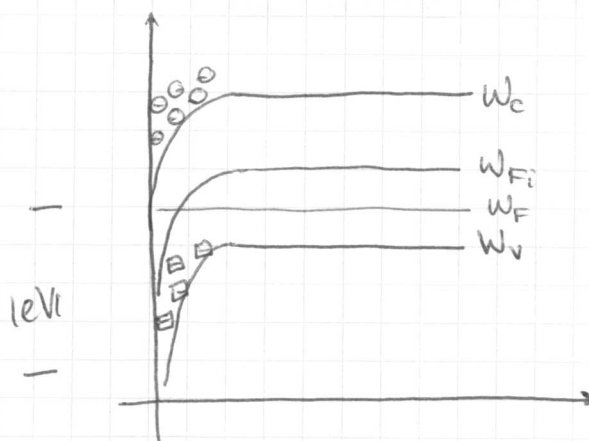
(ii) Verarmung $\rightarrow V > 0$



(iii) schwache Invers. $\rightarrow V > 0$



(iv) starke Invers. $V > 0$



(b)

wenn ~~$\phi_s \neq 0$~~ $\phi_s = W_{Fi} - W_F$
 $\Rightarrow$ Schwache Inv.

(1) $n_p(x=0) = p_p(x=0)$ Verarmung nach schwach Inv.

(2) $n_p(x=0) = p_{p0}$ schwach nach stark

(i) $\phi_{s, w.inv} = W_{Fi} - W_F$

$\Rightarrow$ (1) $\Rightarrow$ intrinsisch $\Rightarrow n_i = p n_p = p_p$

$$n_i = p_p(x=0) = p_{p0} \cdot \exp\left(-\frac{\phi_{s, inv}}{V_T}\right)$$

$$V_T = \frac{k_B T}{e}$$

$$\ln(n_i) = \ln(p_{p0}) - \frac{\phi_{s, inv}}{V_T}$$

$$\phi_{s, inv} = V_T \ln\left(\frac{p_{p0}}{n_i}\right) = \frac{k_B T}{e} \ln\left(\frac{\overbrace{p_{p0}}^{N_A}}{n_i}\right)$$

(ii) ~~$\phi_{s, st.inv} = 2 \phi_{s, w.inv}$~~

$$n_{p0} \cdot p_{p0} = n_i^2$$

$$n_{p0} = \frac{n_i^2}{p_{p0}} = \frac{n_i^2}{N_A}$$

$$n_p(x=0) = n_{p0} \cdot \exp\left(\frac{\phi_{s, w.inv}}{V_T}\right)$$

$$= \frac{n_i^2}{N_A} \cdot \exp\left(\frac{\phi_{s, w.inv}}{V_T}\right) = p_{p0}$$

$$\ln(\underbrace{p_{p0}}_{=N_A}) = \ln\left(\frac{n_i^2}{N_A}\right) + \frac{\phi_{s, w.inv}}{V_T}$$

$$\phi_{s, w.inv} = V_T \ln\left(\frac{N_A^2}{n_i^2}\right) = 2 V_T \ln\left(\frac{N_A}{n_i}\right) \rightarrow x$$

$$\phi_{s, st.inv} = 2 \phi_{s, w.inv} = 4 \frac{k_B T}{e} \ln\left(\frac{N_A}{n_i}\right)$$

$$(c) \quad C'_{is} = \frac{\epsilon_r \cdot \epsilon_0}{d_{is}} = 7,08 \frac{F}{m^2} \cdot 10^{-4} \frac{F}{m^2}$$

$$(d) \quad Q_{sc}' = -\epsilon_0 \epsilon_{r,sc} \sqrt{\frac{2e}{\epsilon_0 \epsilon_{r,sc}} \left(n_{p0} V_T \left(\exp\left(\frac{\varphi_s}{V_T}\right) - 1 \right) + \varphi_s N_A \right)}$$

$$\frac{Q_{sc}'}{C'_{is}} = - \frac{\epsilon_{r,sc} \cdot d_{is}}{\epsilon_{r,is}} \sqrt{\frac{2e}{\epsilon_0 \epsilon_{r,sc}} \left(\frac{n_i^2}{N_A} \frac{V_T}{e} \left(\exp\left(\frac{\varphi_s}{V_T}\right) - 1 \right) + \varphi_s N_A \right)}$$

$\varphi_s \rightarrow x$
 $V_T \rightarrow D$



$$= - \frac{\epsilon_{r,sc} \cdot d_{is}}{\epsilon_{r,is}} \sqrt{\frac{2e}{\epsilon_0 \epsilon_{r,sc}} \left(\frac{n_i^2}{N_A} V_T \left(\frac{N_A^2}{n_i^2} - 1 \right) + \varphi_s N_A \right)}$$

$$= - \frac{\epsilon_{r,sc} \cdot d_{is}}{\epsilon_{r,is}} \sqrt{\frac{2e V_T}{\epsilon_0 \epsilon_{r,sc}} \left(N_A - \frac{n_i^2}{N_A} + 2 N_A \ln\left(\frac{N_A}{n_i}\right) \right)}$$

$$= -0,2 V$$

$$Q_{sc} = -1,43 \cdot 10^{-4} \frac{C}{m^2}$$

Austrittsarbeit aus jeweiligen Met. $\phi_{vac} - \phi_F$

$$(e) \quad V_{FB} \phi_{mise} = \phi_m - \phi_{sc} = 0,2 V$$

für ~~starke~~ ^{Schwache} Inversion:

$$\begin{aligned} V &= V_{FB} + \varphi_{s, \text{st. inv}} \\ &= V_{FB} + V_T \ln\left(\frac{p_{p0}}{n_i}\right) \\ &= 0,2 V + 0,288 V \\ &= 0,488 V \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{für starke Inversion: } V &= V_{FB} + \varphi_{s, \text{st. inv}} = \frac{Q_{sc}'}{C'_{is}} \\ &= 0,976 V \end{aligned}$$

$$(f) \quad C'_{FB}(\varphi_s = 0) = \sqrt{\frac{2 \epsilon_0 \epsilon_{r,sc} N_A}{V_T}} = 8,115 \cdot 10^{-4} \frac{F}{m^2}$$

$$\begin{aligned} (g) \quad C'_{sc} &= \left| \frac{dQ'_{sc}(\varphi_s)}{d\varphi_s} \right| = \left| \frac{d}{d\varphi_s} \left(- \sqrt{2 \epsilon_0 \epsilon_{r,sc} e N_A \varphi_s} \right) \right| \\ &= \left| - \sqrt{2 \epsilon_0 \epsilon_{r,sc} e N_A} \frac{1}{2 \sqrt{\varphi_s}} \right| \\ &= \sqrt{\frac{\epsilon_0 \epsilon_{r,sc} N_A e}{2 \varphi_s}} \end{aligned}$$

φ_s
 C'_{sc}
 C'_{ges}

ϕ_s

0

0,05

0,1

0,2

0,4

0,6

0,7

0,8

 $C'_{sc} [10^{-4}]$ ~~8,15~~ 10^{-4} ~~4,13~~ 10^{-4} ~~2,92~~ 10^{-4}

2,06

1,46

1,19

1,1

1,03

 ~~$C'_{ges} = C'_{sc} + C'_{is}$~~

3,78

2,61

2,07

1,5

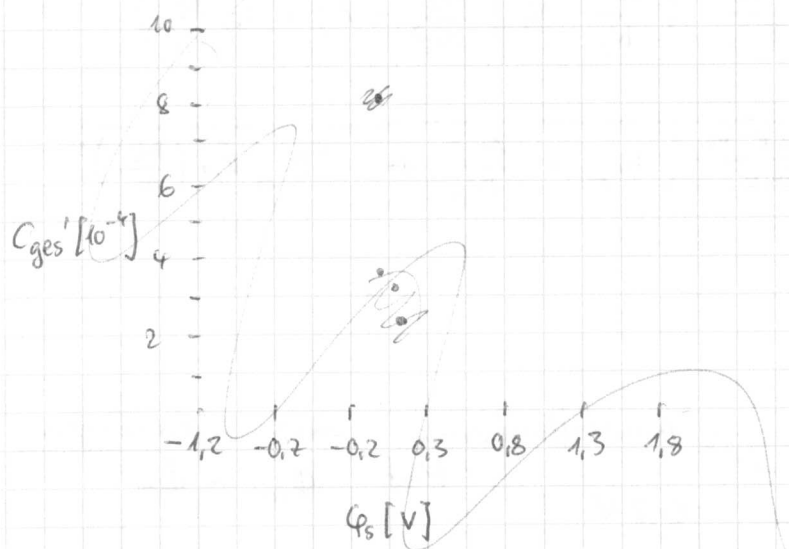
1,21

1,02

 $9,5 \cdot 10^{-1}$ $9 \cdot 10^{-1}$

$$\frac{1}{C'_{ges}} = \frac{1}{C'_{is}} + \frac{1}{C'_{sc}}$$

$$C'_{ges} = \frac{C'_{is} \cdot C'_{sc}}{C'_{is} + C'_{sc}}$$



AS)

da $V=0$
↓ und kein Spannungsabfall
über Dielektrikum

(a) Keine Bandverbiegung, da $\phi_{sc} = 0$ um $\phi_B = 0$
trifft Bandverbiegung auf, das $e\phi_{sc} \neq e\phi_B$

(b) $V_{FB} = \phi_{msc} = \phi_m - \phi_{sc} = 4,25V - 3,8V = 0,45V$

(c) da keine Q'_{is} und Q_{ss}

(c) $d_{sc} = \sqrt{\frac{2\epsilon_0\epsilon_{r,sc}}{eN_D} |\phi_s|}$

$V = V_{FB} + \phi_s - \frac{Q'_{sc}}{C'_{is}} \approx V_{FB} + \phi_s$

$\phi_s = V - V_{FB} = -0,45V$

$\Rightarrow d_{sc} = 2,44 \cdot 10^{-7} m = 0,24 \mu m$

(d) $C_{mos} = \left(\frac{1}{C_{is}} + \frac{1}{C_{sc}(\phi_s)} \right)$

$C_{is} = \epsilon_0\epsilon_{r,is} \frac{A}{d_{is}} = 2,66 \cdot 10^{-1} \mu F$

Stordellenerschöpfung $\Rightarrow n \gg p$

$\Rightarrow C_{sc,FB}(\phi_s = 0) = \sqrt{\frac{e\epsilon_0\epsilon_{r,sc} N_D}{V_T}} \cdot A$

$V_T = \frac{k_B T}{e}$

$= 2,57 \mu F$

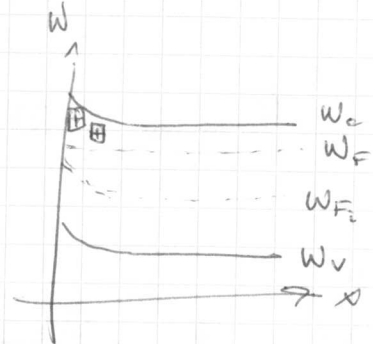
Verarmung / schwache Inversion

$\phi_{s, \text{st. inv}} \leq \phi_s < \phi_{s, FB}$

$\Rightarrow Q'_{sc} = \sqrt{2\epsilon_0\epsilon_{r,sc} e N_D - \phi_s}$

$C'_{sc} = \left| \frac{dQ'_{sc}(\phi_s)}{d\phi_s} \right|$

$C'_{sc} = \sqrt{2\epsilon_0\epsilon_{r,sc} e N_D} \cdot \frac{1}{2} \frac{1}{\sqrt{\phi_s}} = \sqrt{\frac{\epsilon_0\epsilon_{r,sc} e N_D}{2\phi_s}}$



$\varphi_s [V]$	-1,1	-0,9	-0,7	-0,5	-0,3	-0,1	0,1	0
10^{-10} $C_{sc}(\varphi_s)$	2,78	3,08	3,49	4,13	5,33	9,23		
10^{-10} $C_{mos}(\varphi_s)$	1,36	1,43	1,51	1,62	1,77	2,07		2,41

$$\varphi_{s, \text{st. inv}} = -2V_T \cdot \ln\left(\frac{N_D}{n_i}\right) = -1,04 \text{ V}$$

A6)

$$(a) \quad V_{FB} = \phi_{msc} - \frac{Q_{is}' + Q_{ss}'}{C_{is}'} \quad C_{is}' = \frac{\epsilon_0 \cdot \epsilon_{r, is}}{d_{is}}$$

$$\phi_{msc} = \phi_m - \phi_{sc} = 0$$

$$V_{FB} = \phi_m - \frac{d_{is}(Q_{is}' + Q_{ss}')}{\epsilon_0 \cdot \epsilon_{r, is}} = -0,22 \text{ V}$$

$$(b) \quad d_{sc} = \sqrt{\frac{2\epsilon_0 \epsilon_{r, sc}}{e N_A} \varphi_s}$$

$$= 0,229 \mu\text{m}$$

$$= 170,1 \mu\text{m}$$

$$V = V_{FB} + \varphi_s - \frac{Q_{sc}'}{C_{is}'} = 0$$

$$\varphi_s = \frac{Q_{sc}'}{C_{is}'} - V_{FB}$$

$$= \frac{Q_{sc} \cdot d_{is}}{\epsilon_0 \cdot \epsilon_{r, is}} - V_{FB}$$

$$= 0,22 \text{ V}$$

$$|W_{F_{i, \infty}} - W_F| = e \varphi_{F_{i, \infty}, \text{winw}} = e V_T \cdot \ln\left(\frac{N_A}{n_i}\right)$$

$$= k_B T \ln\left(\frac{N_A}{n_i}\right)$$

$$= 0,37 \text{ eV}$$

$$(c) \quad V_{w, \text{inv}} = V_{FB} + \varphi_{s, \text{winw}} = 0,149 \text{ V}$$

$$(d) \quad \varphi_{s, \text{st. inv}} = \frac{2(W_{F_{i, \infty}} - W_F)}{e} = \frac{2k_B T}{e} \ln\left(\frac{N_A}{n_i}\right) = 1,18 \cdot 10^{-19} \text{ V}$$

$$= 0,739 \text{ V}$$

$$Q_{sc}' = \sqrt{2\epsilon_0 \epsilon_{r, sc} e N_A \varphi_s}$$

$$\frac{Q_{sc}'}{C_{is}'} = \frac{\sqrt{2\epsilon_0 \epsilon_{r, sc} e N_A \varphi_{s, \text{st. inv}}}}{\epsilon_0 \epsilon_{r, is}} \cdot d_{is} = 0,199 \text{ V}$$

$$V_{th, \text{st. inv}} = V_{FB} + \varphi_{s, \text{st. inv}} - \frac{Q_{sc}'}{C_{is}'} = -50,1 \text{ mV}$$

Einschub: Inversionsspannung und Schwellenspannung

$$V_{w.inv} = V_{FB} + \phi_{s,winv}$$

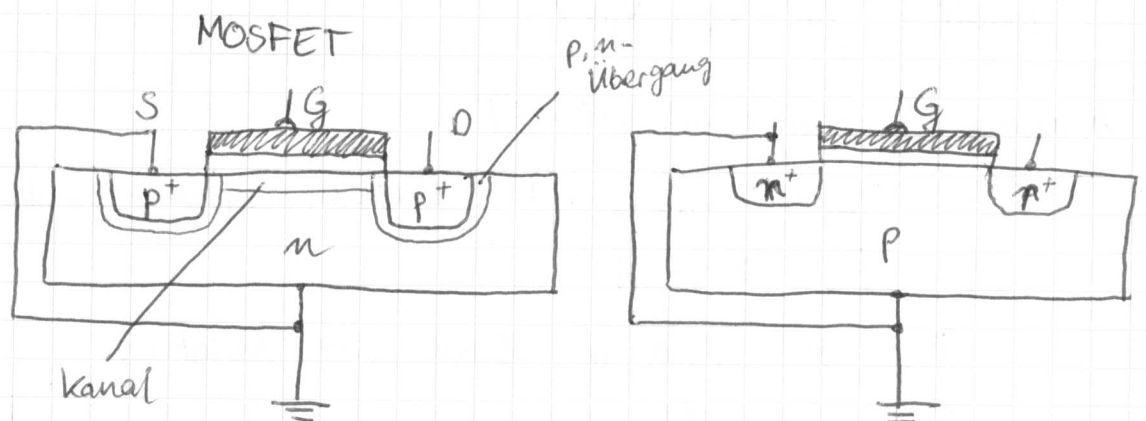
$e\phi_{s,winv} = W_{Fi,\infty} - W_F$ ist das Oberflächenpotential beim Einsetzen der schwachen Inversion

$$e\phi_{s,st.inv} = 2(W_{Fi,\infty} - W_F)$$

$$V_{th,st.inv} = V_{FB} + \phi_{s,st.inv} - \frac{Q_{sc}(\phi_{s,st.inv})}{C_{is}}$$

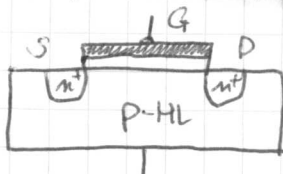
$$\gamma \sqrt{\phi_{s,st.inv}}$$

γ : Substratsteuerungsfaktor



MOSFET-Typen:

n-Kanal - Anreicherungs-MOSFET



normally off

n-Kanal - Verarmungs-MOSFET

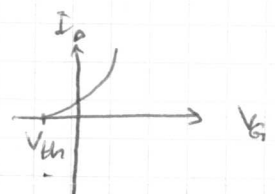
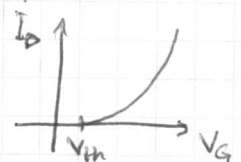


normally on

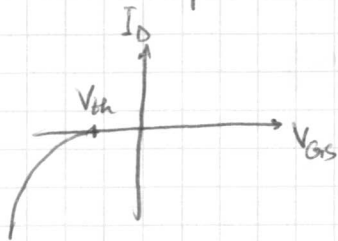
Anreicherung bezieht sich auf Kanal, welcher gewünscht

Bei $V_G = 0V$

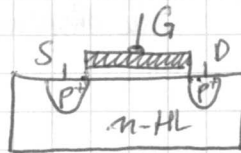
$V_G = 0V$



p-Kanal - Anreicherungs-MOSFET



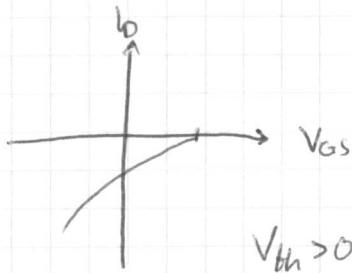
normally off



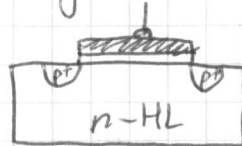
Hier erzeugt eine negative Spannung $V_G < 0$ einen Inversionskanal

$$V_{th} < 0$$

p-Kanal - Verarmungs-MOSFET



$$V_{th} > 0$$



Hier liegt bei $V_G = 0$ ein p-Kanal vor

Kennlinien des MOSFET

gesucht: $I_D(V_{GS}, V_{DS})$

Annahmen: Langkanal MOSFET

1) $V_{DS} \ll V_{GS}$, d.h. linearer Spannungsabfall

2) $|E_{\perp}| \gg |E_{\parallel}|$

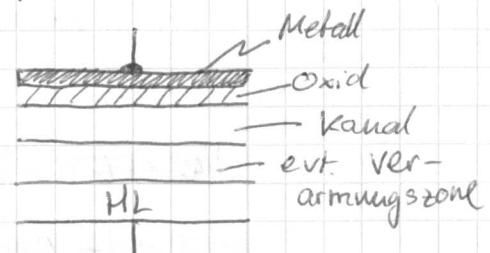
$E_{\perp}$ ist Feld im Oxid (im Isolator)

$E_{\parallel}$ ist Feld im Kanal

$$\frac{\text{Oxiddicke } d_{ox}}{\text{Kanallänge } L} \ll 1$$

$E_{\perp}$ ist hauptsächlich im Oxid, denn es kann aufgrund der hohen Ladungsträgerdichte im Kanal den Kanal nicht durchdringen

3) $\mu = \text{const}$



Herleitung:

Für den Strom brauchen wir die Kenntnis über die bewegliche Ladung pro Volumeneinheit Δp und Geschwindigkeit v

Es gilt $v = \mu |E_{||}|$

der Anteil der Gesamtkapazität an der Stelle Δx im Kanal der Länge L

$$\Delta C_G = C_G \cdot \frac{\Delta x}{L}$$
$$\Rightarrow \Delta p^* = \frac{\Delta C_G \cdot V(x)}{\Delta x \cdot d \cdot w}$$

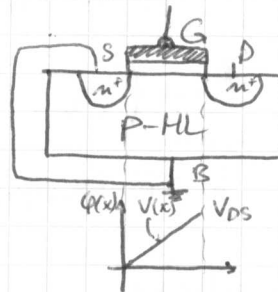
d : Kanaldicke

w : Kanalweite

und $V(x) = V_{GS} - \varphi(x)$

$$V(x=0) = 0V$$

$$V(x=L) = V_{DS}$$



Δp^* besteht aus Fixladungen sowie bewegl.

$$\Delta p^* = \Delta p + \Delta p_{fix}$$
$$= \Delta C_G \frac{V(x) - V_{th}}{\Delta x \cdot d \cdot w} + \frac{\Delta C_G \cdot V_{th}}{\Delta x \cdot d \cdot w}$$

nur der bewegliche Anteil ist für Strom in Kanal relevant

$$\Delta p = \frac{\Delta C_G [V(x) - V_{th}]}{\Delta x \cdot \underbrace{d \cdot w}_{=A}} = \frac{C_G}{L \cdot A} [V_{GS} - V_{th} - \varphi(x)]$$
$$V(x) = V_{GS} - \varphi(x)$$

Für den Strom I_D gilt:

$$I_D = \frac{dQ}{dt} = \frac{d}{dt} (\Delta p A \cdot x) = \Delta p A \cdot v$$
$$= \Delta p A \mu \cdot E_{||} = \Delta p A \mu \frac{d\varphi}{dx}$$

$$I_D = \frac{\mu C_G}{L} \cdot \frac{A}{A} \left[V_{GS} - V_{th} - \varphi(x) \right] \frac{d\varphi}{dx}$$

$$I_D = \frac{\mu C_G}{L} \left[V_{GS} - V_{th} - \varphi(x) \right] \frac{d\varphi}{dx} \quad 6.66$$

Trennung der Variablen:

$$\int_0^L I_D dx = \int_0^{V_{DS}} \frac{\mu C_G}{L} \left[V_{GS} - V_{th} - \varphi(x) \right] d\varphi$$

$$\Rightarrow I_D \cdot L = \frac{\mu C_G}{L} \int_0^{V_{DS}} \left[V_{GS} - V_{th} - \varphi(x) \right] d\varphi$$

$$= \frac{\mu C_G}{L} \left[(V_{GS} - V_{th}) V_{DS} - \frac{1}{2} V_{DS}^2 \right]$$

$$\Rightarrow I_D = \underbrace{\frac{\mu C_G}{L^2}}_{K_n \text{ Entwurfsparameter}} \left[(V_{GS} - V_{th}) V_{DS} - \frac{1}{2} V_{DS}^2 \right]$$

Miniaufgabe:

Formel für Drainstrom I_D allgemein

$$I_D = \mu \frac{C_G}{L^2} \left[(V_{GS} - V_{th}) V_{DS} - \frac{1}{2} V_{DS}^2 \right]$$

Ohmscher Bereich $V_{DS} \ll V_{GS} - V_{th}$

$$I_D = \mu \frac{C_G}{L^2} (V_{GS} - V_{th}) V_{DS}$$

Ungesättigter Bereich $V_{DS} \leq V_{GS} - V_{th}$

allgemeine Formel

Sättigungsbereich $\frac{dI_D}{dV_{DS}} = 0$

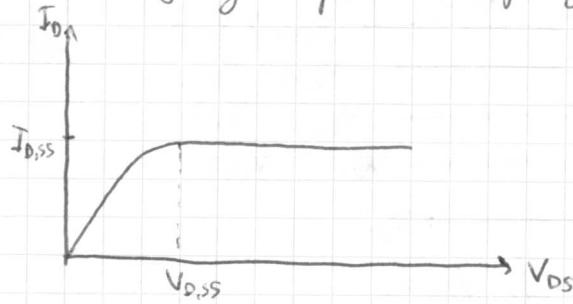
$$\frac{dI_D}{dV_{DS}} = \mu \frac{C_G}{L^2} (V_{GS} - V_{th} - V_{DS}) = 0$$

$$\Rightarrow V_{GS} - V_{th} = V_{DS}$$

$$\Rightarrow I_D = \frac{31}{2} \mu \frac{C_G}{L^2} \cancel{V_{DS}^2} (V_{GS} - V_{th})^2$$

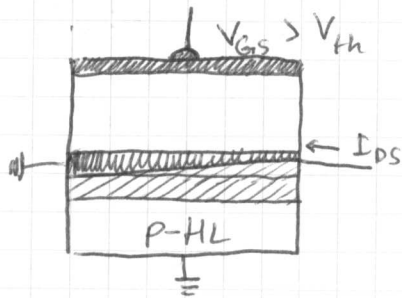
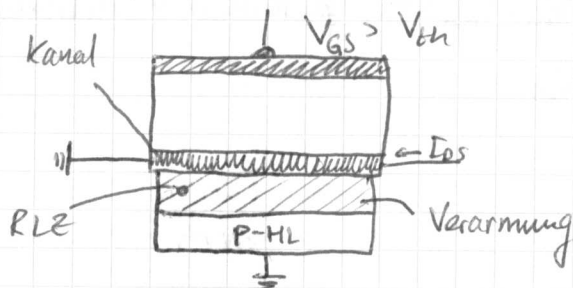
$$\frac{dI_D}{dV_{DS}} = 0$$

Bedingung für Sättigung

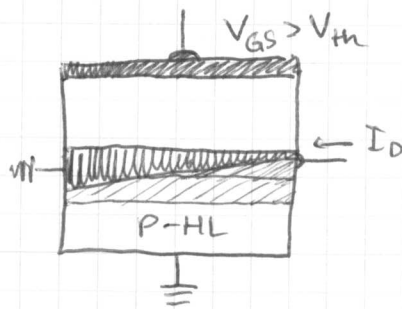
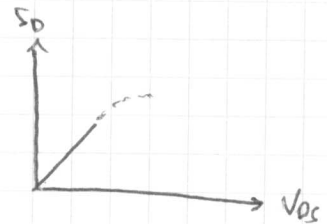


$$I_D = I_{DSS}$$

$$V_{DSS} = V_{GS} - V_{th}$$



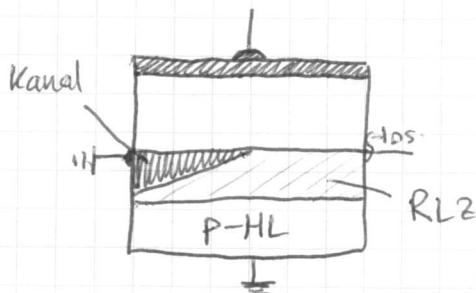
$$|V_{DS}| \leq |V_{GS} - V_{th}|$$



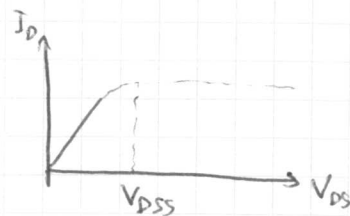
$$|V_{DS}| = |V_{GS} - V_{th}|$$

$$\parallel$$

$$|V_{DSS}|$$

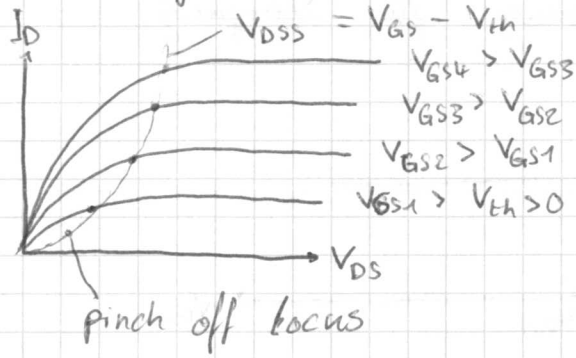


$$V_{DS,1} > V_{DSS} > V_{GS} - V_{th}$$

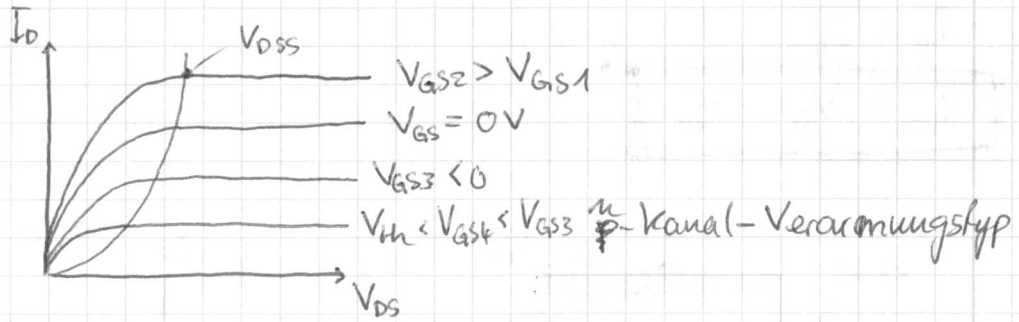


Veränderung von V_{GS} mit

$$V_{DS} = V_{GS} - V_{th}$$



n-Kanal-Anreicherungs-
typ

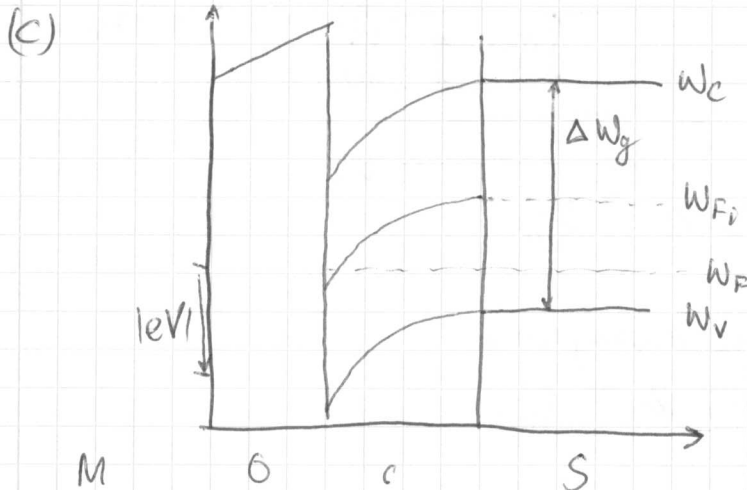


Musterklausur

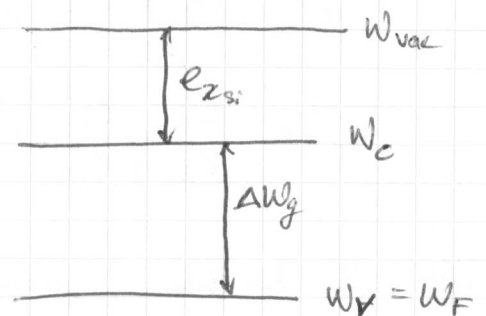
Klausuraufgabe „MOSFET“

- (a) p-HL, da negativ Inversionsladungsträger
an Iso/HL-Grenzfläche
pos. Ladung am Metall, $V > 0$

(b) $n(x=0) \approx N_A$



(d) $e\phi_{\text{Poly-Si}} = e\chi_{\text{Si}} + \Delta W_g$
 $= 5,17 \text{ eV}$



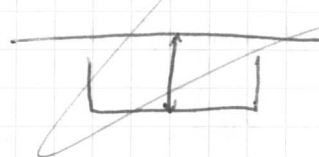
Da sich der Halbleiter in Storstellenerschöpfung befindet, gilt: $N_D = n$

$$= N_c \cdot \exp\left(-\frac{W_c - W_F}{k_B T}\right)$$



$$\Leftrightarrow k_B T \ln\left(\frac{N_D}{N_c}\right) = -(W_c - W_F)$$

$$W_c - W_F = 0,1744 \text{ eV}$$



$$e\phi_{\text{sc}} = e\chi_{\text{sc}} + (W_c - W_F)$$

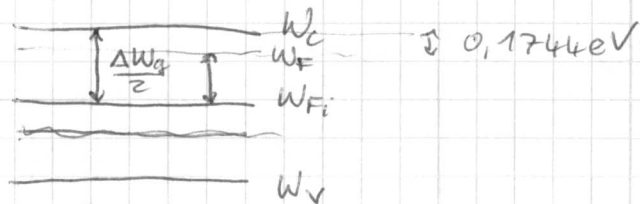
$$= 4,225 \text{ eV}$$

(e) Die Bandverbiegung entspricht Potential an Oxid-Substrat-Grenzfläche.

Bei Anlegen der Schwellspannung beträgt dieses:

$$(W_F - W_{Fi}) = 0,3856 \text{ eV} = \left(\frac{\Delta W_g}{2} - (W_c - W_F) \right)$$

$$d_{sc} = \sqrt{\frac{2 \epsilon_0 \epsilon_{r,sc} (W_F - W_{Fi})}{e^2 N_D}} = 180 \text{ nm}$$



$$(f) C'_{ox} = \frac{\epsilon_0 \epsilon_{r,ox}}{d_{ox}} = 1,15 \cdot 10^{-7} \frac{\text{F}}{\text{cm}^2}$$

Kapazität der Verarmungszone

$$C'_{sc} = \frac{\epsilon_0 \epsilon_{r,sc}}{d_{sc}} = 8,105 \cdot 10^{-8} \frac{\text{F}}{\text{cm}^2}$$

$$C' = \frac{C'_{sc} \cdot C'_{ox}}{C'_{sc} + C'_{ox}} = 4,754 \cdot 10^{-8} \frac{\text{F}}{\text{cm}^2}$$

(g) Zu beachten jeweils in welchem Bereich die Drainspannung V_{DS} liegt, d.h. ~~nicht~~ ob im Sättigungsbereich oder im Nichtsättigungsbereich

$$V_{DS} = V_{GS} - V_{th} \quad \text{pinch off locus}$$

$$V_{DS} \leq V_{GS} - V_{th} \quad \text{außerhalb der Sättigung ist}$$

folgende Formel zu verwenden

$$I_D = \mu_n \frac{W}{L} C'_{ox} \left[(V_{GS} - V_{th}) V_{DS} - \frac{V_{DS}^2}{2} \right]$$

Andernfalls liegt $I_{D,sat}$ als Sättigungsstrom vor

$$I_{D,sat} = \frac{1}{2} \mu_n \frac{W}{L} C'_{ox} (V_{GS} - V_{th})^2$$

	$V_{DS} = 0,5 V$	$V_{DS} = 1 V$	$V_{DS} = 2 V$
$V_{GS} = 1,5 V$	$I_D = 8,64 \mu A$ Abschnürung	$I_D = 8,64 \mu A$ Sättigung	$I_D = 8,64 \mu A$ Sättigung
$V_{GS} = 2,5 V$	$I_D = 43,2 \mu A$ keine Sättigung	$I_D = 69,1 \mu A$ keine Sättigung	$I_D = 77,7 \mu A$ Sättigung

