

GEMD-Peritikonium 3

experimentelle Bestimmung von: Ladungsträger

- Polarität der Ladungsträger
- Vorgehensweise " "
- Beweglichkeiten " "

Hall-Effekt

Ladungsträger driften in x-Richtung

- $\rightarrow e^-$ in negative " }
 - $\rightarrow h^+$ in positive " }
- vgl. Handout

z.B.: n-dot. HL: Ladungsträger sind e^- v_D in negative x-Richtung $\rightarrow$ Auf bewegte Ladungsträger wirkt Lorentzkraft (wegen B-Feld)

$$\vec{F}_L = q \cdot \vec{v} \times \vec{B} \Rightarrow \text{hier: } \vec{F}_L \text{ in neg. y-Richtung}$$

$$\vec{F}_L = -e \cdot v_{Dx} \cdot B_z \cdot \vec{e}_y$$

Elektronen werden zum vorderen Rand des Präparats abgelenkt

 $\rightarrow$ es baut sich ein Gegenfeld auf ($\vec{F}_H$), das mit seitlichen Elektrodenals Hall-Spannung gemessen werden kann. Die Kraft $\vec{F}_H$ kompensiertdie Lorentzkraft $\Leftrightarrow \vec{F}_L + \vec{F}_H = 0$

$$\Leftrightarrow e \cdot v_D \cdot B = e \cdot E_H$$

$$\text{Mit } v_H = B \cdot E_H, \quad v_{Dx} = - \frac{j_x}{e \cdot n \cdot d \cdot b}$$

$$\Rightarrow \mu_H = - \frac{1}{n \cdot e} \cdot \frac{j_x \cdot B_z}{d}$$

 $\rightarrow R_H$, Hall-Koeffizient, für n-dot. HL

$$\vec{F}_L = q \cdot (\vec{v}_D \times \vec{B}) \quad \text{bei p-dot. HL:}$$

v_D : nach x-Richtung } Löcher werden in gleiche Richtung abgelenkt
 B_z : " z- " }

$$\mu_H = + \frac{1}{p \cdot e} \cdot \frac{j_x \cdot B_z}{d}$$

 $\rightarrow R_H$ für p-dot. HL

Hall-Koeffizient

→ Materialkonstante

→ Elektronenleiter: $R_H = -\frac{1}{en}$

→ Löcherleiter: $R_H = \frac{1}{ep}$

→ gemischt: $R_H = \frac{1}{e} \frac{n \cdot \mu_p^2 - p \cdot \mu_n^2}{(n \cdot \mu_p + p \cdot \mu_n)^2}$

} vgl. A23

Temperaturabhängigkeit von R_H

Eigekleitung: $n = p = n_i$, $R_H = \frac{1}{e \cdot n_i} \frac{\mu_p - \mu_n}{\mu_p + \mu_n}$

mit $\varrho := \frac{\mu_n}{\mu_p}$: $R_H = \frac{1}{e \cdot n_i} \frac{1 - \varrho}{1 + \varrho}$

i.d.R: $\mu_n > \mu_p \Rightarrow R_H < 0$ im eigekleitungsbereich

$n_i \sim T^{3/2} \exp\left\{-\frac{\Delta W_g}{2k_B T}\right\}$
 $\mu_n \sim \mu_p \sim T^{3/2}$ (Phononenstreuung) } $R_H \sim \exp\left\{\frac{\Delta W_g}{2k_B T}\right\} \cdot T^{-3/2} \sim \frac{1}{n_i}$

Störstelleneinkopplung, n-HL

$n = N_D \gg p$

$R_H = -\frac{1}{n_D \cdot e} < 0$

$f \ll 0$

p-HL

$p = N_A \gg n$

$R_H = \frac{1}{N_A \cdot e} > 0 \neq f(T)$

Störstelleneinkopplung:

$n \gg p$

$R_H = -\frac{1}{n \cdot e} < 0$

$\sim T^{-3/4} \cdot \exp\left\{\frac{\Delta W_0}{2k_B T}\right\}$

$p \gg n$

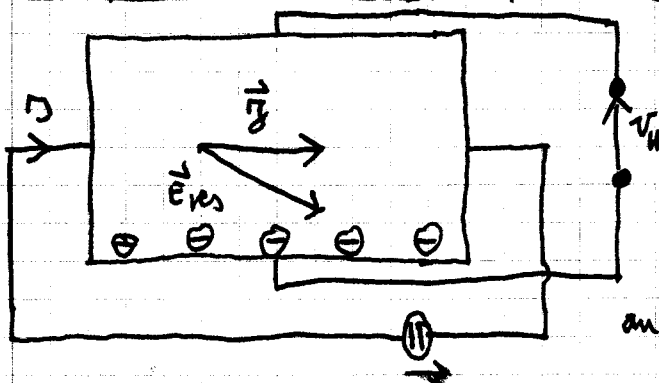
$R_H = \frac{1}{p \cdot e} > 0$

$\sim T^{-3/4} \cdot \exp\left\{\frac{\Delta W_0}{2k_B T}\right\}$

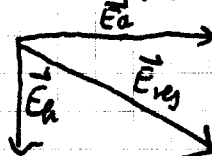
$\Rightarrow$ n-HL: "gerade" R_H -Kurve

$\Rightarrow$ p-HL: "geknübelte" R_H -Kurve

Verlauf der Stromlinien im Hallplättchen

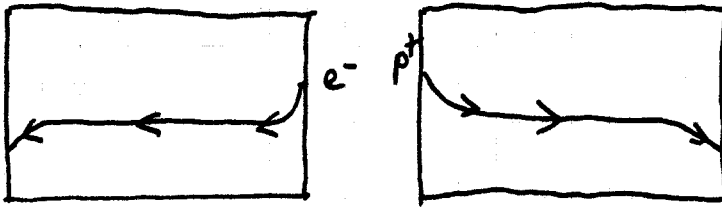


Hallfeldstärke E_H
 äußere Feldstärke E_A } Überlagerung



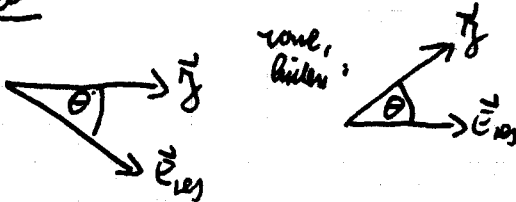
an seitlichen Elektroden: $J_x = 0$ da sich $\vec{F}_L$ / $\vec{F}_E$ kompensieren
 $E_y \neq 0$

rechte / linke Elektrode: Metall mit Kurzschluss. $E_H = 0, E_y = 0$
 Anteil γ , da die Ladungsträger von $\vec{F}_L$ abgelenkt werden (F_L wird nicht durch F_H kompensiert), da $F_H = 0$ (wegen $E_H = 0$)
 Verlauf:



Hall-Winkel

Mit:



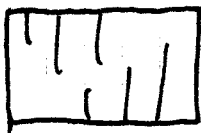
Maß für die Abweichung von $\vec{E}$ und $\vec{j}$

Hall-Winkel θ (überall gleich in der Halbleiterplatte)

$$\tan \theta = \frac{E_H}{E_x} = -\mu_n \cdot B_z \Rightarrow \theta_H \text{ (Skala): Beweglichkeit anlesen}$$

(Löcherleitung: $\tan \theta = \mu_p \cdot B_z$)

Kurzschließende Fäden in y-Richtung $\Rightarrow E_y = 0$ (überall)



(vgl. KGV A7
GV A11)

$\Rightarrow$ Widerstandsänderung durch Magnetfeld

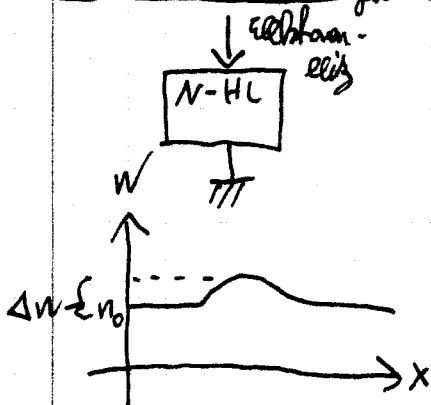
Nichtgleichgewicht (Ausgleichszug)

Ungleichgewicht durch Drift / Diffusion abgebaut

Störung des GG z.B. durch Lichtabsorbt., elektromag. Strahlung

$$n \cdot p > n_i^2$$

Ablau von Raumladungsinjektionsversuchen:



(1) Raumladung vom Majoritätsleiter

z.B.: Elektroneneinjektion in n-HL

Diffusionsströme vernachlässigbar

$$J_n = -e \cdot \Delta n \quad \text{Raumladung}$$

Mit der Raumladung geht ein E-Feld einher

$$\operatorname{div}(\vec{E}) = \frac{S_n}{\epsilon_0 \cdot \epsilon_r}$$

$$\text{Kontinuitätsgleichung: } \operatorname{div}(\vec{j}) = \operatorname{div}(\sigma \cdot \vec{E}) = \frac{\partial S_n}{\partial t}$$

$\Rightarrow$ DGL für den zeitlichen Verlauf der Raumladung

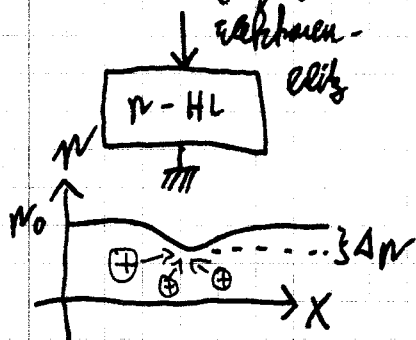
$$\dot{S}_n = - \frac{S_n}{\tau_r} \quad S_n \rightarrow \text{Lösung: } S_n \sim \exp\left(-\frac{t}{\tau_r}\right) \text{ mit } \tau_r = \frac{\epsilon_0 \epsilon_r}{\sigma}$$

Schlechte Relaxationszeit

Ablau der RL

Ablau durch Verschieben der e^- -Majorität

(2) RL von Minoritäten



$$\text{Ablau der RL wieder: } S_p \sim \exp\left[-\frac{t}{\tau_p}\right]$$

Ladungsträger durch Diff (Zulassung) von Majoritäten (hier: Löcher)

Generation und Rekombination von Elektronen/Lochpaaren

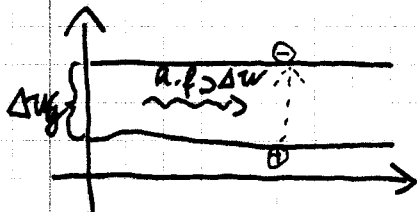
Exzitor: therm. Anregung (thermodyn. GG)

licht: optische Anregung (z.B.: Einstrahlung von Lichtstrahlung (licht))

$$\text{der Energie } W = h \cdot f > \Delta W_g$$

ständige Energiezufuhr, kein thermodyn. GG: $n \cdot p > n_i^2$

Photonen werden absorbiert $\rightarrow$ Elektron-Loch-Paare generiert



$\hookrightarrow$ keine Raumladung $\Rightarrow$ kein Diff

$\hookrightarrow$ Ablau durch Diffusion

$$\text{Diffusionsstromdichte: } e \cdot D_n \cdot \operatorname{grad}(n) = \vec{j}_n$$

$$-e \cdot D_p \cdot \operatorname{grad}(p) = \vec{j}_p$$

Antipolarer Transist

$$D_n > D_p, \text{ da } \mu_n > \mu_p$$

$\rightarrow$ Separation der Ladungsträger

$\rightarrow$ internes elektr. Feld (gerichtete Kraft)

Elektronen und Löcher diffundieren mit einem effektiven Diffusionskoeffizienten:

$$D_a = \frac{D_n \cdot D_p (n+p)}{D_n \cdot n + D_p \cdot p} \quad (\text{kombinierter Diff.-Koeff.})$$

(1) starke Injektion: $(\Delta n \gg n_0, \Delta p \gg p_0)$

$$n \approx p \Rightarrow D_a \approx \frac{D_n D_p}{D_n + D_p}$$

(2) schwache Injektion: $\neq$

$$\begin{array}{l} n\text{-HL: } \Delta p, \Delta n \ll n_0 \\ p_0 \ll n_0 \end{array} \quad \left. \vphantom{\begin{array}{l} n\text{-HL: } \Delta p, \Delta n \ll n_0 \\ p_0 \ll n_0 \end{array}} \right\} D_a \approx D_p$$

$$\begin{array}{l} p\text{-HL: } \Delta p, \Delta n \ll p_0 \\ n_0 \ll p_0 \end{array} \quad \left. \vphantom{\begin{array}{l} p\text{-HL: } \Delta p, \Delta n \ll p_0 \\ n_0 \ll p_0 \end{array}} \right\} D_a \approx D_n$$

Bei schwacher Injektion wird die Diffusion der e^-/h^+ -Paare von der Diff.-
koeffizienten der Minoritäten bestimmt.

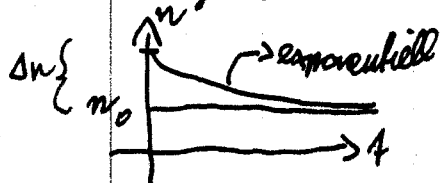
Rekombination

Bei starker Injektion: $R = f(\Delta n, \Delta p)$

Bei schwacher Injektion: $p\text{-HL: } R = f(\Delta n)$

$n\text{-HL: } R = f(\Delta p)$

Abhängigkeit der Überschussladungsträger mit der Zeitkonstanten τ_{rec} :



$$\tau_{rec} \approx 10^{-3} \dots 10^{-10}$$

Bei Rekombination wird Energie ΔW_g frei.

$\hookrightarrow$ als Gitter (Wärme) oder als photon } abhängig vom Material

Grundgleichungen der Prozesse in Halbleitern

zur Beschreibung von Generation, Drift, Diffusion, Rekombination

Partikelstromgleichungen: (1a) $\vec{j}_n = e \cdot n \cdot \mu_n \cdot \vec{E} + e \cdot D_n \cdot \text{grad}(n)$

(1b) $\vec{j}_p = \underbrace{e \cdot p \cdot \mu_p \cdot \vec{E}}_{\text{Driftanteil}} + \underbrace{e \cdot D_p \cdot \text{grad}(p)}_{\text{Diffusionsanteil}}$

Kontinuitätsgleichungen: (2a) $\dot{n} = \frac{1}{e} \cdot \text{div}(\vec{j}_n) + G_n - R_n$

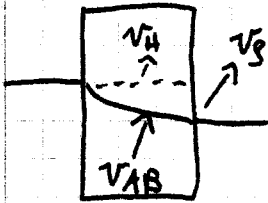
(2b) $\dot{p} = -\frac{1}{e} \cdot \text{div}(\vec{j}_p) + G_p - R_p$

Rekombinationsrate (3d) $R_{nr} = -\dot{\Delta n} = \frac{\Delta n}{\tau_{nr}} = \frac{n - n_0}{\tau_{nr}}$
 (3b) $R_{nr} = -\dot{\Delta n} = \frac{\Delta n}{\tau_{nr}}$ } bei schnelleren Trieb

Generationsrate: Durch Trieb oder Lichtbestrahlung generierte Δn bzw. Δp
 Aus diesen Gleichungen (1)-(3) können ΔL_n für die Minoritätenträger
 Träger berechnet werden (vgl.: A4)

Klausuraufgabe: Halbleiter

(a)



$$V_{AB} = V_H + V_S$$

Das V_S von V_H hängt vom Magnetfeld ab, V_H un-
 abh. vom Magnetfeld

$$\left. \begin{aligned} V_{AB}^+ &= V_H + V_S \\ V_{AB}^- &= -V_H + V_S \end{aligned} \right\} V_{Ht} = \frac{1}{2}(V_{AB}^+ - V_{AB}^-)$$

(b) $V_{AB}^+ = 3,0 \text{ mV}$

$V_{AB}^- = -0,8 \text{ mV}$

$\Rightarrow V_S = 3 \text{ mV}$ (aus (a))

gesucht: $n = N_a = ?$ (Störstellendotierung)

$$R_H = \frac{1}{e} \cdot \frac{p\mu_p^2 - n\mu_n^2}{(p\mu_p + n\mu_n)^2}$$

SE: $n_H = \frac{1}{e \cdot N_a}$

$$F_S = 0 \Rightarrow R_H = \frac{n_H \cdot d}{B_x \cdot B_y} \left. \begin{aligned} N_a = n = \frac{B_x \cdot B_y}{e \cdot d \cdot V_H} = 3,127 \cdot 10^{17} \text{ cm}^{-3} \end{aligned} \right\}$$

(c) $\mu_p = ?$

Leitfähigkeit in SE: $\sigma = e \cdot \mu_p \cdot N_a \Rightarrow \mu_p = \frac{\sigma}{e \cdot N_a}$

$\sim$ ohm'scher Spannungsfall (V_S)

$$\Rightarrow R = \frac{1}{\sigma} = \frac{\rho \cdot d}{L} = \frac{V_S}{I_x}$$

$$\Rightarrow \sigma = \frac{I_x}{L \cdot d} \cdot \frac{V_S}{I_x}$$

$$V_S = V_{AB}^+ - V_H = 0,8 \text{ mV}$$

$$\Rightarrow \mu_p = 6 \cdot 10^{-12} \frac{\text{m}^2}{\text{Vs}}$$

Ein ~~Ausgangspunkt~~

(d) Partikelstromdichte: $J_m = e \cdot n_p \cdot \mu_n \cdot E + e \cdot D_n \cdot \frac{d}{dx} n_p$

Kont.-gl.: $\dot{n}_p = \frac{1}{e} \cdot \frac{d}{dx} J_m + G_n - R_n$

$\Rightarrow \dot{n}_p = \frac{1}{e} \cdot \frac{d}{dx} [e \cdot n_p \cdot \mu_n \cdot E + e \cdot D_n \cdot \frac{d}{dx} n_p] + G_n - R_n$

Stab. Fall: $\dot{n}_p = 0$

$E=0$, da beide Ladungsträger gesättigt werden

$G_n = 0$ (Gegenström an OA-Platte) $\rightarrow$ großes α

$R_n = \frac{D_n}{L_n} = \frac{n_p - n_{p,0}}{L_n}$

Wkt

$\Leftrightarrow \frac{d^2}{dx^2} n_p = \frac{n_p - n_{p,0}}{L_n^2 \cdot D_n}$

(e) DGL: $\frac{d^2}{dx^2} n_p = \frac{n_p - n_{p,0}}{L_n^2 \cdot D_n}$

Homogene DGL: Terme ohne " n_p " zu 0 setzen

$\frac{d^2}{dx^2} n_p = \frac{n_p}{L_n^2 \cdot D_n}$

Char. Polynom: $\lambda^2 = \frac{1}{L_n^2 \cdot D_n}$

$\lambda_{1,2} = \pm \frac{1}{\sqrt{L_n^2 \cdot D_n}} = \pm \frac{1}{L_n}$

$\hookrightarrow$ Diffusionslänge der e^-

$n_{p,hom} = A \cdot \exp(-\frac{x}{L_n}) + B \cdot \exp(\frac{x}{L_n})$

eine partikuläre Lsg: "starrer Linsen": $n_{p,part} = n_{p,0}$

Randbedingungen: $x \rightarrow \infty$: $n_p(x \rightarrow \infty) = n_{p,0} \rightarrow B \text{ muss } 0 \text{ sein (vgl DGL)}$

$x=0$: $n_p(x=0) = n_{p,0} + \Delta n(0) \Rightarrow A = \Delta n(0)$

$\Rightarrow n_p = \Delta n(0) \cdot \exp\{-\frac{x}{L_n}\} + n_{p,0}$ Lsg der DGL

(f) $J_{n,diff} = e \cdot D_n \cdot \frac{d}{dx} n_p$

aus (e) $n_p = \Delta n(0) \cdot \exp(-\frac{x}{L_n}) + n_{p,0} = \frac{e \cdot D_n \cdot \cancel{n_{p,0}} \cdot \exp(-\frac{x}{L_n})}{-L_n}$
 $= e \cdot D_n \cdot \frac{d}{dx} [\dots] = \rightarrow$

(g) Berechnen Sie die Diff.-Länge l_n der Minoritätladungsträger

gegeben: μ_n, γ_{rec}, T

$$l_n = \sqrt{D_n \cdot \tau_{rec}} \quad \text{mit } D_n = \mu_n \cdot \frac{k_B T}{e} \quad (FS)$$

$$\Rightarrow l_n = 39,38 \cdot 10^{-6} \text{ m}$$