

Zusammenfassung für  
Grundgebiete der Elektrotechnik 1

Marco Lierfeld <marco.lierfeld@rwth-aachen.de>

10. Februar 2004

# Inhaltsverzeichnis

<b>1</b>	<b>Einheiten, Konstanten, Formeln</b>	<b>1</b>
1.1	Einheitensammlung . . . . .	1
1.2	Konstanten . . . . .	1
1.3	Formelsammlung . . . . .	1
1.3.1	Atomar . . . . .	1
1.3.2	Felder . . . . .	2
1.3.3	Netzwerke . . . . .	2
<b>2</b>	<b>Netzwerkanalyse</b>	<b>3</b>
2.1	Kirchhoff'sche Knoten- und Maschenregel . . . . .	3
2.1.1	Knotenregel . . . . .	3
2.1.2	Maschenregel . . . . .	3
2.2	Zusammenschaltung von Widerständen . . . . .	3
2.2.1	Reihenschaltung . . . . .	3
	Spannungsteiler . . . . .	4
2.2.2	Parallelschaltung . . . . .	4
2.3	Strom- und Spannungsmessung . . . . .	5
2.3.1	Strommessung . . . . .	5
2.3.2	Spannungsmessung . . . . .	5
2.3.3	Simultane Messungen von Strom und Spannung . . . . .	5
2.3.4	Wheatston'sche Messbrücke . . . . .	6
2.3.5	Stern-Dreieck-Transformation . . . . .	6
2.4	Ersatzstrom- und -spannungsquelle . . . . .	6
2.4.1	Ersatzspannungsquelle . . . . .	6
2.4.2	Ersatzstromquelle . . . . .	6
2.5	Superpositionsverfahren . . . . .	7
2.5.1	Vorgehensweise . . . . .	7
2.6	Leistungsanpassung und Wirkungsgrad . . . . .	7
2.6.1	Leistungsanpassung . . . . .	7
2.6.2	Leistungswirkungsgrad . . . . .	7
<b>3</b>	<b>Kondensatoren</b>	<b>9</b>
3.1	Der Kondensator . . . . .	9
3.1.1	Parallelschaltung von n Kapazitäten . . . . .	9
3.1.2	Reihenschaltung von n Kapazitäten . . . . .	9
3.2	Kondensator im Gleichstromkreis . . . . .	10
3.2.1	Aufladevorgang . . . . .	10
3.2.2	Entladevorgang . . . . .	10
3.2.3	Lade- und Entladezeit . . . . .	10

<b>4 Halbleiterbauelemente</b>	<b>11</b>
4.1 Dioden . . . . .	11
4.1.1 Zenerdiode . . . . .	11
4.1.2 Analyse von Diodenschaltungen . . . . .	11
Bestimmung des APs eines Widerstandes . . . . .	11
Lineare Ersatzschaltung für die Diode . . . . .	12
4.2 Bipolartransistoren . . . . .	12
4.2.1 Ersatzschaltung für den aktiven Bereich . . . . .	13
4.2.2 Ersatzschaltung für den Sättigungsbereich . . . . .	13
4.2.3 Ersatzschaltung für den Sperrbereich . . . . .	13
4.2.4 Arbeitspunkteinstellung und -bestimmung . . . . .	13
Grafische Ermittlung des Arbeitspunktes . . . . .	13
Rechnerische Ermittlung des Arbeitspunktes . . . . .	14
4.2.5 Arbeitspunktstabilisierung . . . . .	14
Stromgegenkopplung . . . . .	15
Spannungsgegenkopplung . . . . .	15
Randbedingungen bei der Arbeitspunkteinstellung . . . . .	15
<b>5 Operationsverstärker</b>	<b>17</b>
5.1 Grundlagen . . . . .	17
5.1.1 Invertierender Verstärker . . . . .	18
5.1.2 Nichtinvertierender Verstärker . . . . .	18
5.1.3 Komparator . . . . .	18
5.1.4 Schmitt-Trigger . . . . .	18
5.1.5 Der nicht-ideale OP . . . . .	19
5.2 Ersatzschaltungen . . . . .	19
5.2.1 Nicht-invertierender Verstärker . . . . .	19
Superposition . . . . .	19
5.2.2 Hintereinanderschaltung von OP-Schaltungen . . . . .	20

# Kapitel 1

## Einheiten, Konstanten, Formeln

### 1.1 Einheitensammlung

Größe	Formelzeichen	Einheit (SI)	Abk.	Def. und Umrechnung
Kraft	F	Newton	N	$1 \text{ N} = 1 \text{ kg} \frac{\text{m}}{\text{s}^2}$
Energie/Arbeit	W	Joule	J	$1 \text{ J} = 1 \text{ N} * \text{m}$
el. Energie/Arbeit	W	Joule	J	$1 \text{ J} = \text{V} * \text{A} * \text{s} = \text{W} * \text{s}$
Leistung	P	Watt	W	$1 \text{ W} = 1 \frac{\text{N} * \text{m}}{\text{s}} = 1 \frac{\text{J}}{\text{s}} = \text{V} * \text{A}$
Druck	p	Pascal	Pa	$1 \text{ Pa} = 1 \frac{\text{N}}{\text{m}^2}$
Ladung	Q	Coulomb	C	$1 \text{ C} = 1 \text{ A} * \text{s}$
Spannung	U	Volt	V	$1 \text{ V} = 1 \Omega \text{ A}$
Widerstand	R	Ohm	$\Omega$	$1 \Omega = 1 \frac{\text{V}}{\text{A}}$
Kapazität	C	Farad	F	$1 \text{ F} = 1 \frac{\text{A} * \text{s}}{\text{V}} = 1 \frac{\text{C}}{\text{V}}$
Induktivität	L	Henry	H	$1 \text{ H} = 1 \frac{\text{V} * \text{s}}{\text{A}}$
magnet. Fluss	$\Phi$	Weber	Wb	$1 \text{ Wb} = 1 \text{ V} * \text{s}$
magnet. Induktion	B	Tesla	T	$1 \text{ T} = 1 \frac{\text{V} * \text{s}}{\text{m}^2}$
el. Feldstärke	E	Volt pro Meter	$\text{V} * \text{m}^{-1}$	$1 \text{ V} * \text{m}^{-1} = \frac{\text{m} * \text{kg}}{\text{A} * \text{s}^3}$
el. Stromstärke	I	Ampere	A	$1 \text{ A} = \frac{\text{C}}{\text{s}}$
el. Leitwert	G	Siemens	S	$1 \text{ S} = \frac{1}{\Omega}$

### 1.2 Konstanten

Bezeichnung	Symbol	Wert
Elementarladung	e	$1,602 * 10^{-19} \text{ C}$
Ladungsträgerdichte	n	$10^{23} \frac{1}{\text{cm}^3}$

### 1.3 Formelsammlung

#### 1.3.1 Atomar

Bezeichnung	Symbol	Formel
el. Leitfähigkeit	$\sigma$	$\sigma = n * e * \mu$

### 1.3.2 Felder

Bezeichnung	Symbol	Formel
Kraft im el. Feld	$\vec{F}$	$\vec{F} = Q * \vec{E}$
Bewegung im el. Feld	$\Delta W$	$\Delta W = F * \Delta s$

### 1.3.3 Netzwerke

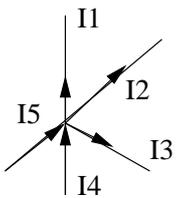
Bezeichnung	Symbol	Formel
el. Spannung = Potenzialdifferenz	$U_{1,2}$	$U_{1,2} = \Phi(P_1) - \Phi(P_2)$
el. Spannung	U	$U = R * I$
Widerstand	R	$R = \frac{1}{\sigma * A} = RO * \frac{1}{A}$
spez. Leitfähigkeit	$\sigma$	$\sigma = -\mu_e * e * n_e$
spez. Widerstand	RO	$RO = \frac{1}{\sigma}$
el. Arbeit	W	$W = U * I * t$
el. Leistung	P	$P = \frac{W}{t} = U * I$

# Kapitel 2

## Netzwerkanalyse

### 2.1 Kirchhoff'sche Knoten- und Maschenregel

#### 2.1.1 Knotenregel



Die Summe aller auf einen Knoten zufließenden Ströme ist gleich der Summe aller von diesem Knoten abfließenden Ströme.

Konvention:

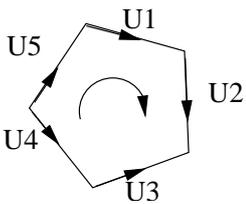
zufließender Strom : positives Vorzeichen

abfließender Strom: negatives Vorzeichen

$$\text{also: } I_4 + I_5 - I_1 - I_2 - I_3 = 0 \Leftrightarrow I_4 + I_5 = I_1 + I_2 + I_3$$

$$\text{allgemein: } \sum_{i=1}^n I_i = 0 \text{ Kirchhoff'sche Knotenregel}$$

#### 2.1.2 Maschenregel



Konvention:

Zählpfeil in Umlaufrichtung: Spannung hat positives Vorzeichen

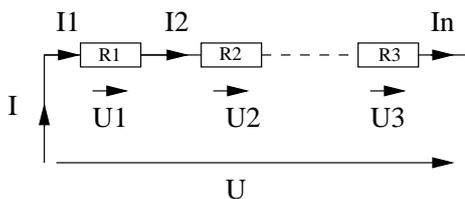
Zählpfeil entgegen Umlaufrichtung: Spannung hat negatives Vorzeichen

$$\text{also: } U_1 + U_2 - U_3 - U_4 + U_5 = 0$$

$$\text{allgemein: } \sum_{i=1}^n U_i = 0 \text{ Kirchhoff'sche Maschenregel}$$

### 2.2 Zusammenschaltung von Widerständen

#### 2.2.1 Reihenschaltung



Anwendung des ohmschen Gesetzes:

$$U_1 = R_1 * I_1$$

$$U_2 = R_2 * I_2$$

...

$$U_n = R_n * I_n$$

$$\text{Summe: } U_1 + U_2 + \dots + U_n = R_1 * I_1 + R_2 * I_2 + \dots + R_n * I_n$$

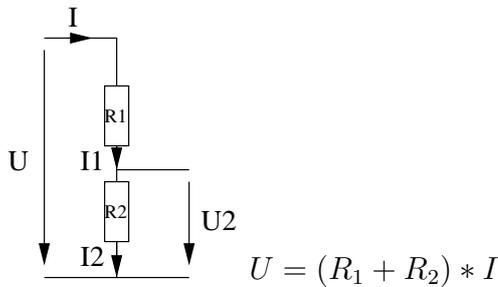
$$\text{Nach Knotenregel: } I_1 = I_2 = \dots = I_n$$

$$\text{Nach Maschenregel: } U_1 + U_2 + \dots + U_n = U$$

$$\rightarrow U = (R_1 + R_2 + \dots + R_n) * I$$

$$R = \sum_{i=1}^n R_i$$

## Spannungsteiler



$$U_2 = R_2 * I_2 = R_2 * I$$

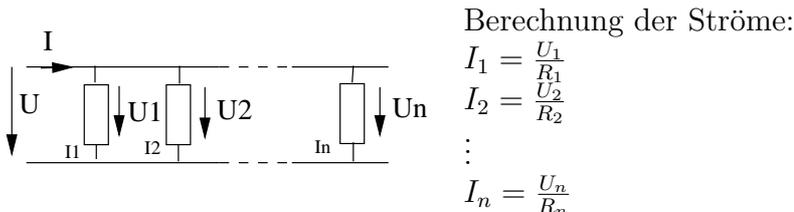
$$\frac{U_2}{U} = \frac{R_2 * I}{(R_1 + R_2) * I} = \frac{R_2}{R_1 + R_2}$$

Verhältnis der Teilerspannungen:

$$\frac{U_1}{U_2} = \frac{R_1}{R_2}$$

$$\text{allgemein: } \frac{U_x}{U} = \frac{R_x}{\sum_{i=1}^n R_i}$$

## 2.2.2 Parallelschaltung



$$I_1 = \frac{U_1}{R_1}$$

$$I_2 = \frac{U_2}{R_2}$$

⋮

$$I_n = \frac{U_n}{R_n}$$

Aus der Maschenregel folgt:  $U_1 = U_2 = \dots = U_n$

Die Knotenregel ergibt:  $I = I_1 + I_2 + \dots + I_n$

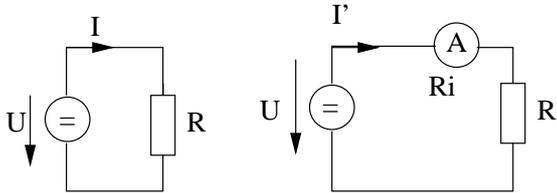
$$\frac{1}{R} = \frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} + \dots + \frac{1}{R_n}$$

$$\text{allgemein: } G = \frac{1}{R} \Rightarrow G = \sum_{i=1}^n G_i$$

für zwei parallele Widerstände  $R_1$  und  $R_2$  gilt:  $R = \frac{R_1 * R_2}{R_1 + R_2}$

## 2.3 Strom- und Spannungsmessung

### 2.3.1 Strommessung



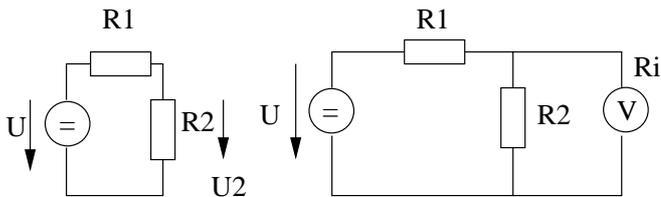
ohne das in Serie geschaltete Amperemeter gilt:  $I = \frac{U}{R}$

mit dem Amperemeter in Serie gilt:  $I' = \frac{U}{R+R_i}$

$$\frac{I}{I'} = \frac{\frac{U}{R}}{\frac{U}{R+R_i}} = \frac{R+R_i}{R} = 1 + \frac{R_i}{R}$$

Forderung für einen kleinen Messfehler:  $R_i \ll R$

### 2.3.2 Spannungsmessung



ohne paralleles Voltmeter:  $U_2 = U * \frac{R_2}{R_1+R_2}$

mit parallel geschaltetem Voltmeter:  $U'_2 = U * \frac{R_2}{R_1+R_2+\frac{R_1*R_2}{R_i}}$

$$\frac{U_2}{U'_2} = \frac{U * \frac{R_2}{R_1+R_2}}{U * \frac{R_2}{R_1+R_2+\frac{R_1*R_2}{R_i}}} = 1 + \frac{1}{\frac{R_2}{R_1}+1} * \frac{R_2}{R_i}$$

Forderung für kleinen Messfehler:  $R_i \gg R_2$

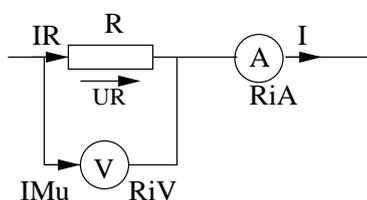
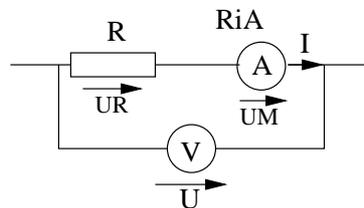
### 2.3.3 Simultane Messungen von Strom und Spannung

Strommessung mit minimalem Fehler: Voltmeter parallel zu R und Amperemeter

$$R = \frac{U_R}{I} = \frac{U-U_M}{I} = \frac{U-I*R_i}{I}$$

Nur Strom durch R wird gemessen, ABER: Fehler durch Spannungsabfall an  $R_i$  des Strommessgerätes bei Spannungsmessung

→ der aus den gemessenen Werten U und I berechnete Widerstand R ist größer als der reale Widerstand



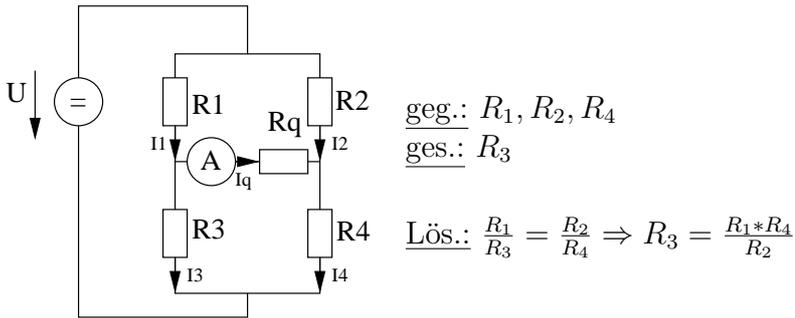
Um Spannungsabfall richtig zu bestimmen: Voltmeter parallel zu Widerstand

$$R = \frac{U_R}{I_R} = \frac{U_R}{I-I_M} = \frac{U_R}{I-\frac{U_R}{R_iV}}$$

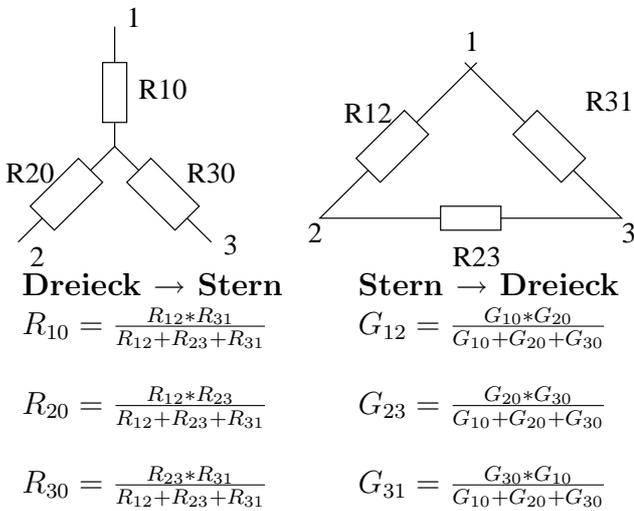
Gemessen wird nur der Spannungsabfall an R. Strommessung wird durch den zusätzlichen Strom durch das Spannungsmessgerät verfälscht.

Der aus den gemessenen Werten U und I berechnete Widerstand R ist kleiner als der reale Widerstand.

### 2.3.4 Wheatston'sche Messbrücke

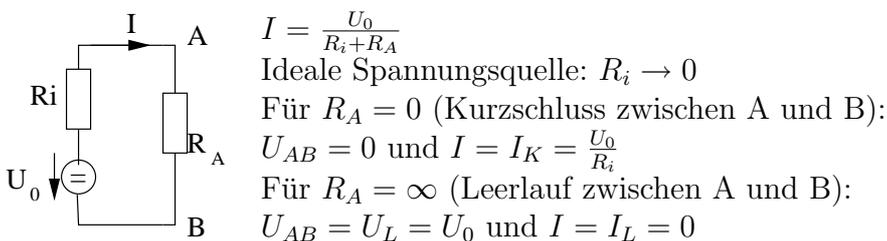


### 2.3.5 Stern-Dreieck-Transformation

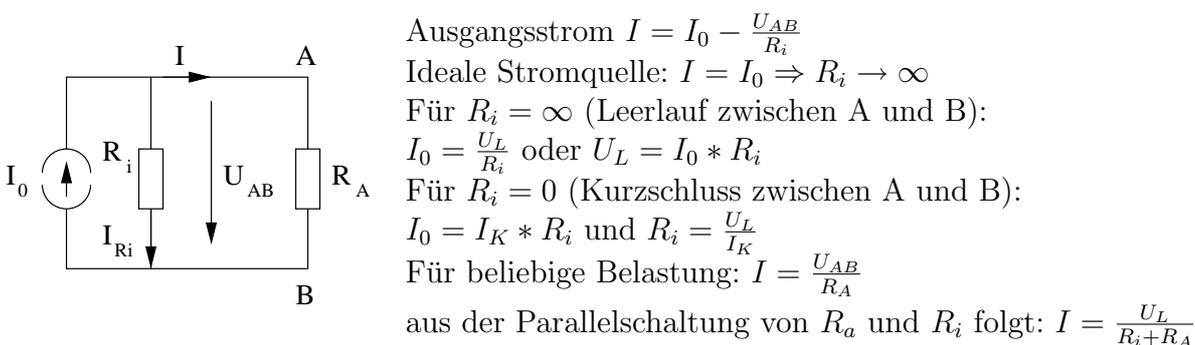


## 2.4 Ersatzstrom- und -spannungsquelle

### 2.4.1 Ersatzspannungsquelle



### 2.4.2 Ersatzstromquelle



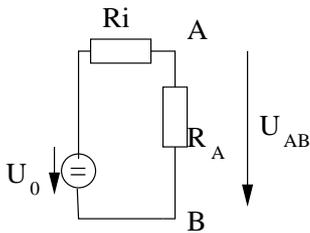
## 2.5 Superpositionsverfahren

### 2.5.1 Vorgehensweise

- zuerst Wirkung eines Generators berechnen  
→ dabei Spannungen und Ströme aller übrigen Generatoren zu Null setzen
- dann mit übrigen Generatoren in gleicher Weise fortfahren
- Gesamtwirkung ist Summe der errechneten Teilwirkungen  
→  $U_{Gesamt} = \sum_{i=1}^n U_i$   
→  $I_{Gesamt} = \sum_{j=1}^m I_j$
- Spannungsquellen durch Innenwiderstand 0 ersetzen (Kurzschluß)
- Stromquellen durch Innenwiderstand  $\infty$  ersetzen (offene Klemmen)

## 2.6 Leistungsanpassung und Wirkungsgrad

### 2.6.1 Leistungsanpassung



$$\text{Klemmenspannung } U_{AB} = R_A * I = \frac{R_A}{R_i + R_A} * U_0 = \frac{\frac{R_A}{R_i}}{1 + \frac{R_A}{R_i}} * U_0$$

$$\text{Leistung am Verbraucher: } P = U_{AB} * I = \frac{U_{AB}^2}{R_A} = \frac{\left(\frac{R_A}{R_i}\right)^2}{\left(1 + \frac{R_A}{R_i}\right)^2} * U_0^2 * \frac{1}{R_A}$$

bei Überbrückung von A und B (Kurzschluß)

ist die Leistung der Quelle maximal:  $P_K = \frac{U_0^2}{R_i}$

$$\frac{P}{P_K} = \frac{\frac{R_A}{R_i}}{\left(1 + \frac{R_A}{R_i}\right)^2} \Rightarrow \text{durch Ableitung: für } \underline{R_A = R_i} \text{ wird die Leistung maximal}$$

Bei  $R_A < R_i$  wird von Unteranpassung gesprochen

Bei  $R_A > R_i$  liegt eine Überanpassung vor

### 2.6.2 Leistungswirkungsgrad

$$\eta_P = \frac{\text{genutzte Leistung}}{\text{gesamte aufgewendete Leistung der Quelle}}$$

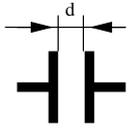
$$\eta_P = \frac{P_N}{P_Q}$$



# Kapitel 3

## Kondensatoren

### 3.1 Der Kondensator



Im einfachsten Fall bilden zwei Metallplatten im Abstand  $d$  einen Plattenkondensator. Zwischen den Platten befindet sich ein Dielektrikum, das als Isolator dient.

Durch eine angelegte Spannung entsteht zwischen den Platten ein elektrisches Feld und die beiden Platten laden sich auf. Nachdem die Spannung wieder entfernt wird, bleibt das elektrische Feld erhalten und die Spannung  $U$  kann abgegriffen werden.

Energie  $W$  und Ladung  $Q$  sind abhängig von der Kapazität  $C$  des Kondensators und der anliegenden Spannung  $U$ :

$$\Delta W = F * \Delta s$$

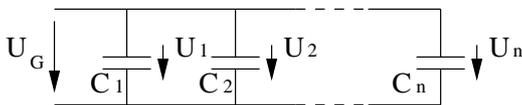
$$F = \Delta Q * E$$

$$E = \frac{U}{\Delta s}$$

$$W = \frac{1}{2} * C * U^2$$

$$C = \frac{\epsilon_0 * \epsilon * A}{d}$$

#### 3.1.1 Parallelschaltung von $n$ Kapazitäten



Gesamtladung:  $Q_G = Q_1 + Q_2 + \dots + Q_n = \sum_{i=1}^n Q_i$

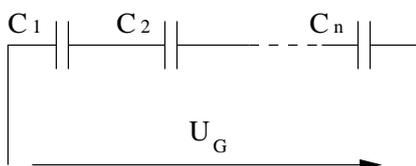
Gesamtspannung:  $U_G = U_1 = U_2 = \dots = U_n$

Kapazität der Einzelkondensatoren:  $C_i = \frac{Q_i}{U_i}$

Gesamtladung:  $Q_G = \sum_{i=1}^n Q_i = \sum_{i=1}^n U_i * C_i = U_G * \sum_{i=1}^n C_i$

Gesamtkapazität:  $C_G = \frac{Q_G}{U_G} = \sum_{i=1}^n C_i$

#### 3.1.2 Reihenschaltung von $n$ Kapazitäten



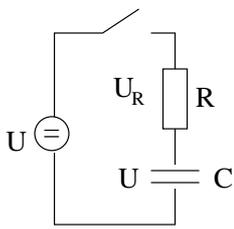
Gesamtladung:  $Q_G = Q_1 = Q_2 = \dots = Q_n$

Gesamtspannung:  $U_G = U_1 + U_2 + \dots + U_n = \sum_{i=1}^n U_i = Q_G * \sum_{i=1}^n \frac{1}{C_i}$

Kapazität der Einzelkondensatoren:  $C_i = \frac{Q_G}{U_i}$

Gesamtkapazität:  $C_G = \frac{Q_G}{U_G} \Rightarrow \frac{1}{C_G} = \sum_{i=1}^n \frac{1}{C_i}$

## 3.2 Kondensator im Gleichstromkreis



Der Kondensator

- wirkt im Einschalt Augenblick wie ein Kurzschluss
- kann elektrische Ladung speichern
- sperrt den Gleichstrom
- lädt und entlädt sich in einer Exponentialfunktion

$$I(t) = \frac{U_0}{R} * e^{-\frac{t}{R*C}}$$

### 3.2.1 Aufladevorgang

$$U_C(t) = U_0 - U_R(t) = U_0 * \left(1 - e^{-\frac{t}{R*C}}\right)$$

### 3.2.2 Entladevorgang

$$U(t) = -U_R(t) = U_0 * e^{-\frac{t}{R*C}}$$

### 3.2.3 Lade- und Entladezeit

Die Spannung hat keinen Einfluss auf die Ladezeit:  $\tau = R * C$

Während des Ladevorgangs lädt sich der Kondensator innerhalb jeder Zeitkonstante  $\tau$  auf 63% der Differenz zwischen aktuellem Spannungswert und dem theoretischen Endwert der Spannung auf.

Beim Entladevorgang entlädt sich der Kondensator innerhalb jeder Zeitkonstante  $\tau$  auf 63% der ursprünglichen Spannung.

Nach nur  $0,69\tau$  hat der Kondensator 50% seiner endgültigen bzw. ursprünglichen Spannung erreicht.

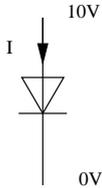
Nach 5 Zeitkonstanten ist ein Kondensator fast aufgeladen bzw. fast entladen (99%).

Dieser Zeitwert wird als Ladezeit eines Kondensators definiert:  $t_L = 5\tau = 5 * R * C$

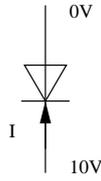
# Kapitel 4

## Halbleiterbauelemente

### 4.1 Dioden

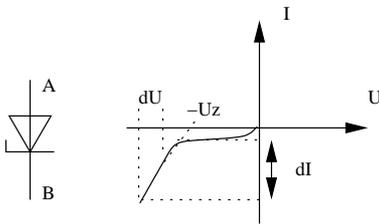


Diode im Durchlassbetrieb



Diode im Sperrbetrieb

#### 4.1.1 Zenerdiode

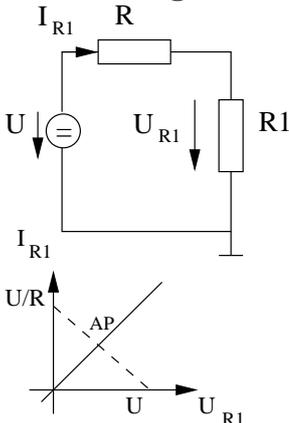


Für  $U_{AB} < U_{Sperr,max} = -U_Z$  steigt der Sperrstrom negativ steil an.

Zenerdioden werden z.B. bei der Stabilisierung von Gleichspannungen eingesetzt. Hierbei wird ausgenutzt, dass der differentielle Innenwiderstand  $r_Z = \frac{\Delta U}{\Delta I}$  klein ist.

#### 4.1.2 Analyse von Diodenschaltungen

##### Bestimmung des APs eines Widerstandes



Die Kennlinie des Widerstandes  $R_1$  ist abhängig von seiner Kennlinie  $I_{R1}(U_{R1})$  und von seiner äußeren Beschaltung. Es gilt:  $U = I_{R1} * R + U_{R1}$

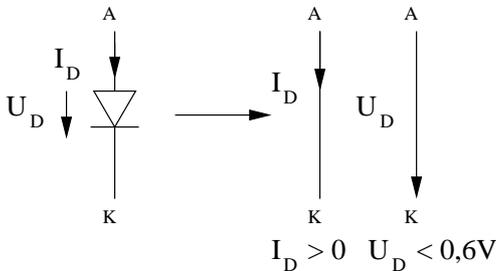
Für die Arbeitsgerade gilt:  $I_{R1} = \frac{U_{R1} - U}{-R}$

Am einfachsten erhält man zwei Punkte, indem man erst  $U_{R1}$  und dann  $I_{R1}$  gleich Null setzt. Für  $U_{R1} = 0$  erhält man also den Punkt  $(0 | \frac{U}{R})$  und für  $I_{R1}$  erhält man also den Punkt  $(U | 0)$ .

Der Arbeitspunkt ist der Schnittpunkt der beiden Geraden.

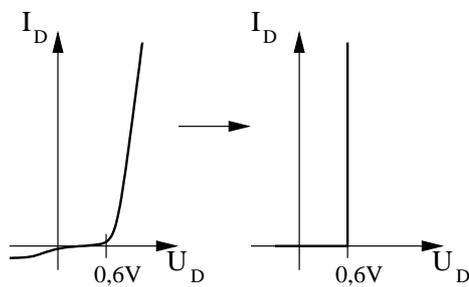
Völlig analog geht man bei der Reihenschaltung einer Diode  $D_1$  mit einem ohmschen Widerstand R vor.

**Lineare Ersatzschaltung für die Diode**



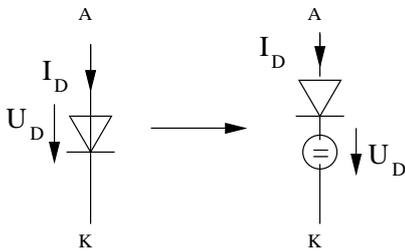
Zur Unterscheidung von der realen Diode wird für die ideale Diode ein anderes Symbol verwendet.

Für die ideale Diode gilt:  $U_D = 0,6V$  für  $I_D > 0$  (Durchlassbetrieb) und  $I_D = 0$  für  $U_D \leq 0,6V$



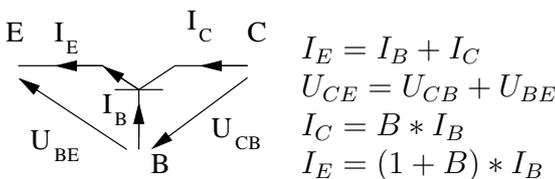
Durch Berücksichtigung, dass die Durchlassspannung etwa 0,6V beträgt, kann man für kleine Ströme  $I_D$  erheblich genauere Rechenergebnisse erzielen.

Im Allgemeinen geht man bei der Berechnung von Diodeschaltungen wie folgt vor:



- Je nach Anforderungen entscheidet man sich für eine geeignete Ersatzschaltung
- Dann folgen möglichst plausible Annahmen, welche Dioden sperren und welche leiten
- Die Dioden werden daraufhin durch ihre Ersatzschaltungen ersetzt und die Arbeitspunkte werden berechnet
- Die Annahmen werden anhand der Rechenergebnisse überprüft und ggf. korrigiert

**4.2 Bipolartransistoren**

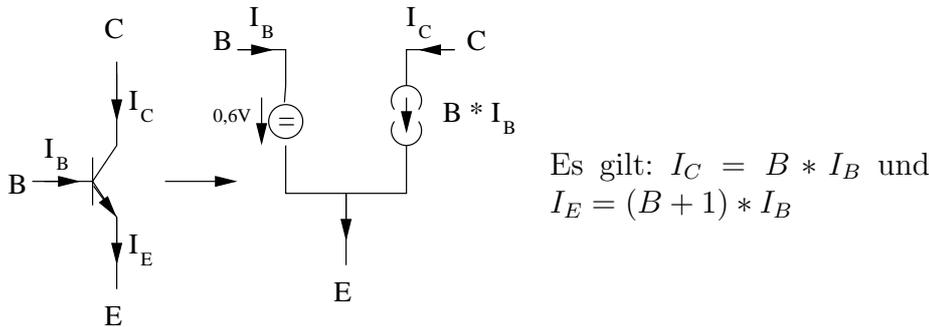


$$\begin{aligned}
 I_E &= I_B + I_C \\
 U_{CE} &= U_{CB} + U_{BE} \\
 I_C &= B * I_B \\
 I_E &= (1 + B) * I_B
 \end{aligned}$$

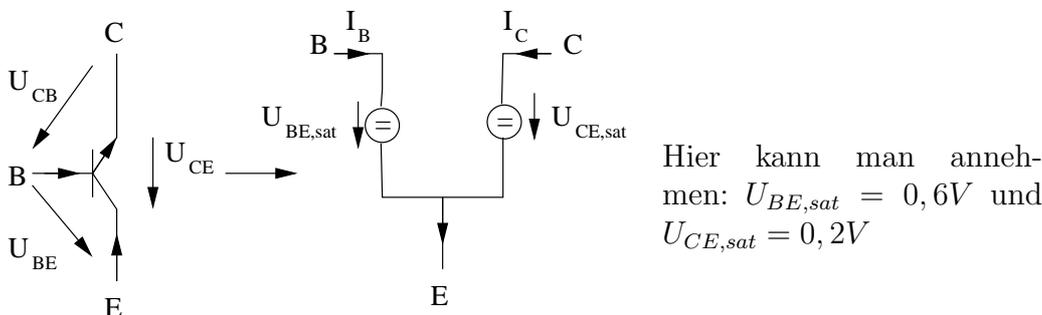
Der Transistor geht in Sättigung, sobald  $U_{CE}$  kleiner wird als  $U_{BE}$ . Dadurch wird  $U_{CB} = U_{CE} - U_{BE}$  negativ, d.h. der Basis-Kollektor-Übergang wird in Durchlassrichtung betrieben.

	Basis-Kollektor-Übergang	
Basis-Emitter-Übergang	In Durchlassbetrieb	In Sperrbetrieb
In Durchlassbetrieb	Sättigungsbereich (Transistor entspricht geschl. Schalter)	Normaler aktiver Bereich ( $B = 10..1000$ )
In Sperrbetrieb	Inverser aktiver Bereich ( $B$ relativ klein)	Sperrbereich (Transistor entspricht offenem Schalter)

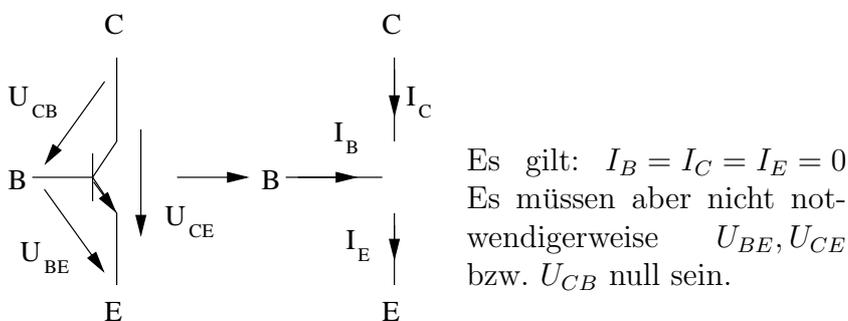
### 4.2.1 Ersatzschaltung für den aktiven Bereich



### 4.2.2 Ersatzschaltung für den Sättigungsbereich



### 4.2.3 Ersatzschaltung für den Sperrbereich



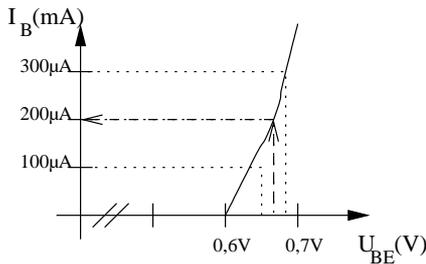
### 4.2.4 Arbeitspunkteinstellung und -bestimmung

Soll ein Transistor zur Signalverstärkung dienen, muss der Arbeitspunkt des Transistors im aktiven Bereich liegen.

Soll hingegen der Transistor als Schalter fungieren, ist nicht erwünscht, dass der Arbeitspunkt im aktiven Bereich liegt. Als geschlossener Schalter soll der Arbeitspunkt des Transistors im Sättigungsbereich liegen und als offener Schalter im Sperrbereich.

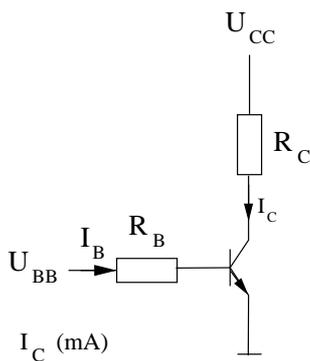
#### Grafische Ermittlung des Arbeitspunktes

Es werden drei Werte für die Betriebsspannung  $U_{BB}$  eingestellt, so dass wir für  $U_{BE}$  die Werte 0,65V, 0,68V und 0,695V messen. Gesucht sind die zugehörigen  $I_B$ -Werte. Wir ermitteln diese mit Hilfe der Eingangskennlinie:



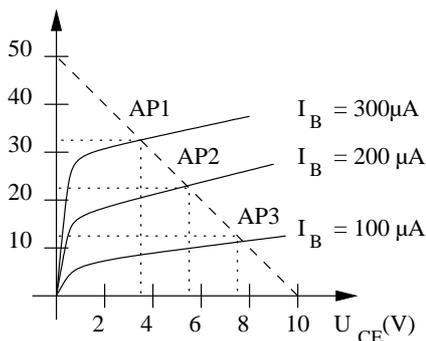
Man geht von der Spannung aus nach oben zur Kennlinie und von dort zur Stromstärke.

Wir erhalten somit für  $I_{B1} = 100\mu A$ ,  $I_{B2} = 200\mu A$ ,  $I_{B3} = 300\mu A$



Die  $I_B$ -Werte benötigen wir zur Bestimmung der zugehörigen Arbeitspunkte  $AP = (U_{CE} | I_C)$  im Ausgangskennlinienfeld. Jedem  $I_B$ -Wert ist eine Ausgangskennlinie jeweils eindeutig zugeordnet. Nun müssen wir zuerst die Randbedingungen auf Grund der äußeren Beschaltung des Transistors betrachten:  $I_C = \frac{U_{CC} - U_{CE}}{R_C}$ . Dies ist nichts anderes als die Arbeitsgerade bzw. Lastkennlinie der Last  $R_C$ .

Diese Arbeitsgerade zeichnen wir in das Ausgangskennlinienfeld und erhalten die Arbeitspunkte als Schnittpunkte.



Wir erhalten schließlich:  $AP_1 = (7,6V | 12mA)$ ,  $AP_2 = (5,5V | 23mA)$ ,  $AP_3 = (3,8V | 31mA)$

## Rechnerische Ermittlung des Arbeitspunktes

Gegeben sei dasselbe Schaltbild wie oben. Weiterhin seien  $U_{CC} = 10V$ ,  $U_{BB} = 0.5V$ ,  $R_C = 200\Omega$ ,  $R_B = 10k\Omega$ ,  $B = 100$

Für folgende Werte von  $U_{BB}$  sind die Arbeitspunkte zu ermitteln:  $U_{BB1} = 1,6V$ ,  $U_{BB2} = 2,6V$ ,  $U_{BB3} = 3,6V$   
Am Eingang wirkt der Transistor wie eine Spannungsquelle von  $0,6V$ . Also können wir schreiben:  $I_B = \frac{U_{BB} - 0,6V}{19k\Omega}$

Damit folgt für  $I_B$ :  $I_{B1} = 100\mu A$ ,  $I_{B2} = 200\mu A$ ,  $I_{B3} = 300\mu A$

Es ist plausibel anzunehmen, dass der Transistor im aktiven Bereich arbeitet, er verstärkt  $I_B$  dann um den Faktor  $B$ .

Damit folgt für  $I_C$ :  $I_{C1} = 10mA$ ,  $I_{C2} = 20mA$ ,  $I_{C3} = 30mA$

Am Ausgang wirkt der Transistor wie eine Stromquelle  $I_C$ . Dieser Strom betreibt den Widerstand  $R_C$ . Der Spannungsabfall über  $R_C$  beeinflusst  $U_{CE}$ . Die Änderung von  $U_{CE}$  hat aber keine Rückwirkung auf  $I_C$ , da  $I_C$  nahezu unabhängig von  $U_{CE}$  ist. Wir erhalten für die Arbeitspunkte mit  $U_{CE} = U_{CC} - R_C * I_C$  folgendes Ergebnis:  $AP_1 = (8V | 10mA)$ ,  $AP_2 = (6V | 20mA)$ ,  $AP_3 = (4V | 30mA)$

Ein Vergleich mit den Ergebnissen des graphischen Ansatzes zeigt, dass der rechnerische Ansatz für prinzipielle Betrachtungen ausreicht.

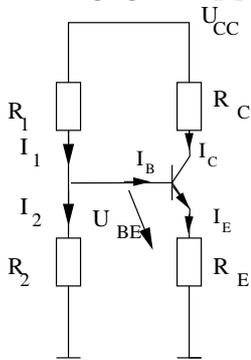
## 4.2.5 Arbeitspunktstabilisierung

- $I_C$  ist stark von  $I_B$  abhängig, da  $U_{BE} = f(T) \rightarrow I_C = f(T)$

- Produktbedingte Exemplarstreuung von B

⇒  $I_C$  sollte nur durch die äußere Beschaltung festgelegt werden und unabhängig von T oder B sein!

### Stromgegenkopplung



$$I_C = \frac{U_{CC} * \frac{R_2}{R_1+R_2} - U_{BE}}{R_E + \frac{1}{\beta} * \frac{R_1 * R_2}{R_1+R_2}}$$

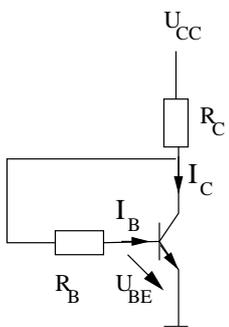
Wahl:  $R_E \gg \frac{1}{\beta} * \frac{R_1 * R_2}{R_1+R_2}$

$$I_C = \frac{U_{CC} * \frac{R_2}{R_1+R_2} - U_{BE}}{R_E} \quad \text{keine Abhängigkeit von B!}$$

$$U_{CC} * \frac{R_2}{R_1+R_2} \gg U_{BE}$$

$$\Rightarrow I_C = \frac{U_{CC} * \frac{R_2}{R_1+R_2}}{R_E}$$

### Spannungsgegenkopplung



$$I_C = \frac{U_{CC} - U_{BE}}{R_C + \frac{1}{\beta} * R_B}$$

$$U_{CE} = U_{CC} - I_C * R_C$$

Wahl:  $R_C \gg \frac{R_B}{\beta}$  und  $U_{CC} \gg U_{BE}$

$$I_C = \frac{U_{CC}}{R_C}$$

### Randbedingungen bei der Arbeitspunkteinstellung

Es müssen die Grenzen der Betriebsfähigkeit des Transistors beachtet werden:

- Die Durchbruchspannung  $U_{CE,max}$  darf nicht überschritten werden
- Der maximal erlaubte Kollektorstrom  $I_{C,max}$  darf nicht überschritten werden
- Die maximal zulässige Verlustleistung darf nicht überschritten werden:

$P_{Transistor} = I_B * U_{BE} + I_C * U_{CE}$  wobei die Steuerleistung  $I_B * U_{BE}$  meist vernachlässigbar ist

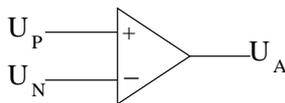
$$\Rightarrow P_{tot} = I_C * U_{CE}$$



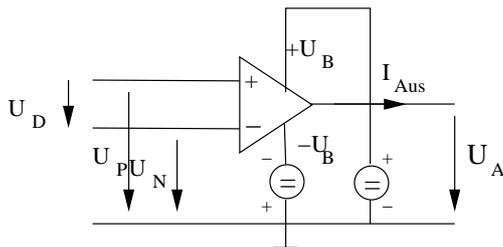
# Kapitel 5

## Operationsverstärker

### 5.1 Grundlagen



$U_P = \Phi_P$  und  $U_N = \Phi_N$   
+ nicht invertierender Eingang  
- invertierender Eingang



$U_B \hat{=}$  Betriebsspannung  
 $U_D \hat{=}$  Differenzspannung  
 $v_d \hat{=}$  Verstärkung

Für den idealen OP gilt:

- die Differenzverstärkung ist unendlich hoch
- der Differenz-Eingangswiderstand ist unendlich hoch
- die Gleichtaktverstärkung ist null
- die Gegentaktverstärkung ist frequenzunabhängig
- die Eingangsgleichströme sind null
- die Offset-Gleichspannung ist null
- der Ausgangswiderstand ist null

Die wichtigsten Regeln zum Berechnen von OP-Verstärkern lauten:

- Die Ausgangsspannung eines OPs stellt sich so ein, dass die Eingangsspannungsdifferenz null wird
- Wegen der hohen Verstärkung liegt bei invertierenden OP-Verstärkerschaltungen der - - Eingang auf der „virtuellen“ Masse
- Es fließt kein Strom in die Eingänge

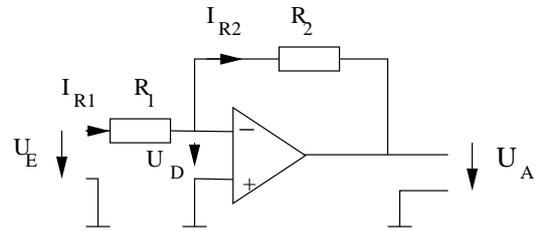
### 5.1.1 Invertierender Verstärker

Beim invertierenden Verstärker wird das anliegende Eingangssignal  $U_E$  um den Verstärkungsfaktor  $v$  (negativ) verstärkt und liegt als Ausgangssignal  $U_A$  vor.

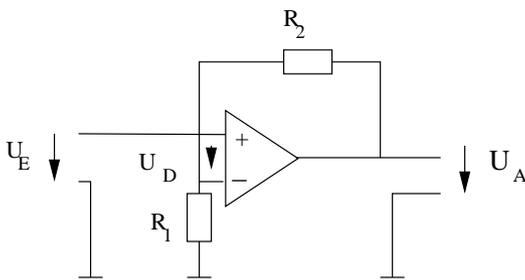
Der Eingangswiderstand der Schaltung wird i. A. durch den Widerstand  $R_1$  bestimmt.

$$U_D = 0V; I_{R1} = I_{R2}; \frac{U_E}{R_1} = -\frac{U_A}{R_2}$$

$$U_A = -\frac{R_2}{R_1} * U_E; v = -\frac{R_2}{R_1}$$



### 5.1.2 Nichtinvertierender Verstärker



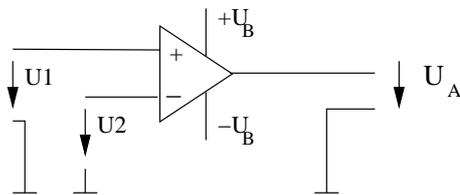
$$U_D = 0V$$

$$U_E = -U_D - \frac{R_1}{R_1+R_2} * U_A = 0$$

$$U_A = U_E * \left(1 + \frac{R_2}{R_1}\right)$$

$$v = \left(1 + \frac{R_2}{R_1}\right)$$

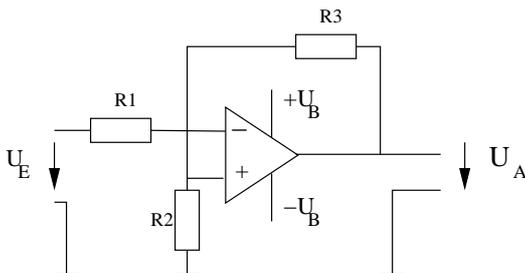
### 5.1.3 Komparator



Die Schaltung des Komparators entspricht einem analogen Vergleicher. Die Eingangsspannung  $U_1$  wird mit einer Referenzspannung  $U_2$  „verglichen“. Die Ausgangsspannung  $U_A$  nimmt ungefähr den Wert der Betriebsspannung  $U_B$  an und symbolisiert damit größer oder kleiner. Typischerweise:  $|-U_B| = |+U_B|$

$$U_A = \begin{cases} +U_B & \text{für } U_1 < U_2 \\ -U_B & \text{für } U_1 > U_2 \end{cases}$$

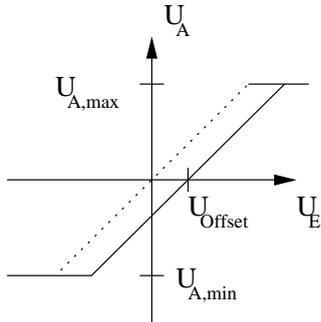
### 5.1.4 Schmitt-Trigger



Der Schmitt-Trigger ist ein analoger Vergleicher mit zwei möglichen Ausgangszuständen. Die Referenz- oder Vergleichsspannung kann zwei verschiedene Werte annehmen, abhängig vom aktuellen Zustand der Ausgangsspannung ( $U_A = U_{A,max}$  oder  $U_A = U_{A,min}$ ). Die beiden möglichen Werte der Vergleichsspannung  $U_{R2}$  werden außer von  $U_A$  auch noch durch die Spannungsteiler  $U_{R2}, U_{R3}$  definiert:  $U_{R2} = U_A * \frac{R_2}{R_2+R_3}$ . Wegen der unterschiedlichen Vergleichsspannungen erfolgt die Umschaltung von  $U_{A,max}$  nach  $U_{A,min}$  bei einer anderen Eingangsspannung  $U_E$  als die Umschaltung von  $U_{A,min}$  nach  $U_{A,max}$ .

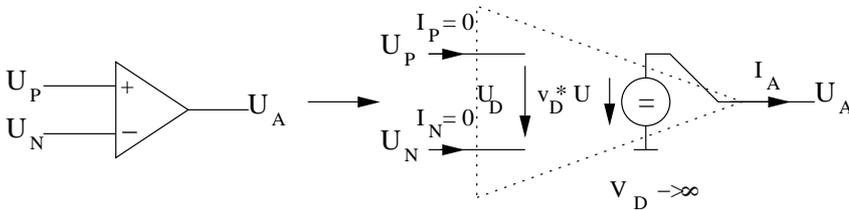
$$U_A = \begin{cases} U_{A,max} & \text{für } U_E < -U_{R2} \\ U_{A,min} & \text{für } U_E > U_{R2} \end{cases}$$

### 5.1.5 Der nicht-ideale OP



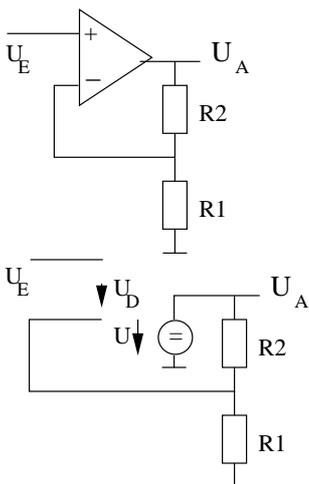
- Verstärkungsfaktor  $v_{real} \approx 10^5 \dots 10^6$
- Bei  $U_D = 0$  wird die Spannung  $U_A$  nicht null, sondern gleich  $U_{Offset}$

## 5.2 Ersatzschaltungen



$U_A = v_D * U_D = v_D * (U_P - U_N) = v_D * (\Phi_P - \Phi_N)$ ;  $v_D \rightarrow \infty$ ;  $U_D \rightarrow 0$ ;  $U_N \rightarrow U_P$   
 $U_A$  bleibt aber endlich! (i.A.  $0 * \infty \neq 0$ ).  $I_P + I_N \neq I_A$

### 5.2.1 Nicht-invertierender Verstärker

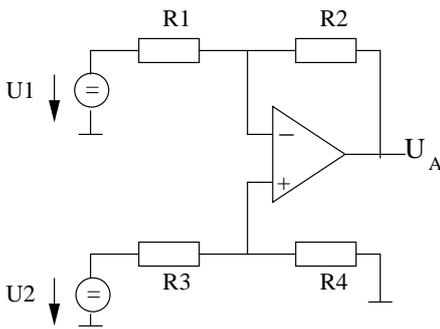


$U = v_D * (\Phi_P - \Phi_N) = U_A$   
 Zur Bestimmung von  $U_A$  müssen  $\Phi_P$  und  $\Phi_N$  bekannt sein:  
 $\Phi_P = U_E$  und  $\Phi_N = \frac{R_1}{R_1 + R_2} * U_A$   
 $\Phi_P$  und  $\Phi_N$  einsetzen:  $U_A = v_D * \left( U_E - \frac{R_1}{R_1 + R_2} * U_A \right)$   
 Umformen nach  $U_A$  und  $v_D \rightarrow \infty$  ergibt:  $v = \left( 1 + \frac{R_2}{R_1} \right)$

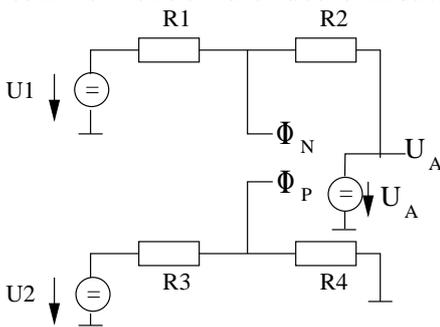
### Superposition

Da der ideale gegengekoppelte OP ein lineares Bauelement ist, können wir bei der Berechnung von entsprechenden OP-Schaltungen Methoden wie das Prinzip der Ersatzspannungsquelle oder Superposition anwenden. Beachten:  $U_A$  wird wie eine zusätzliche Spannungsquelle betrachtet!

Berechnung von  $\Phi_N$  für folgende Schaltung:



Wir verwenden die ideale Ersatzschaltung und erhalten:



$$U_A = v_D * (\Phi_P - \Phi_N)$$

Mit der "Quasispannungsquelle",  $U_A$  gibt es 3 Spannungsquellen in der Schaltung, deren Einflüsse auf  $\Phi_N$  wir nun bestimmen.

- Einfluss von  $U_1$  (Kurzschluss von  $U_2$  und  $U_A$ ):

$$\Phi_N^I = \frac{R_2}{R_1 + R_2} * U_1$$

- Einfluss von  $U_2$ :

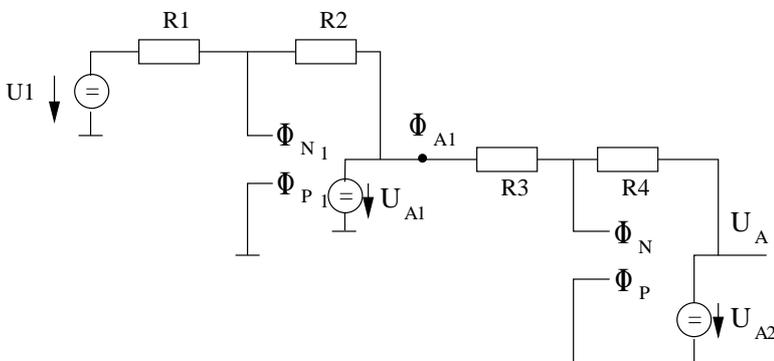
$$\Phi_N^{II} = 0$$

- Einfluss von  $U_A$ :

$$\Phi_N^{III} = \frac{R_1}{R_1 + R_2} * U_A$$

Somit folgt durch Superposition:  $\Phi_N = \Phi_N^I + \Phi_N^{II} + \Phi_N^{III} = \frac{R_2}{R_1 + R_2} * U_1 + \frac{R_1}{R_1 + R_2} * U_A$

## 5.2.2 Hintereinanderschaltung von OP-Schaltungen



Betrachtet man die Hintereinanderschaltung von zwei invertierenden Verstärkern, so erkennt man, dass der Ausgang von OP1 in Bezug auf den Einfluss von OP2 auf OP1 wie ein Kurzschluss wirkt, d.h. beide Schaltungen können betrachtet werden, als wären sie galvanisch getrennt!

$$U_A = -\frac{R_4}{R_3} * \Phi_{A1}$$

mit  $\Phi_{A1} = -\frac{R_2}{R_1} * U_E$

folgt:  $U_A = \frac{R_2}{R_1} * \frac{R_4}{R_3} * U_E$