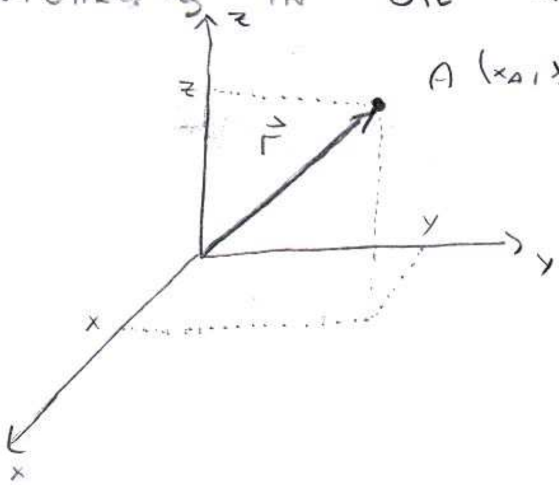
GET3 (Ü) 13.10.09

Vorlesungsmaterial: Start der KGÜ am Mo 26.10

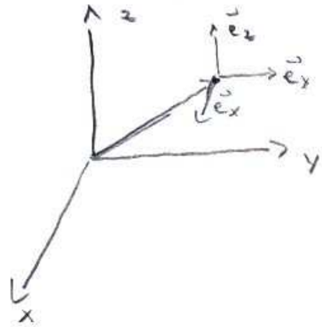
www.eecs.rwth-aachen.de

> Lehre > Vorlesung & Übung > GGET III

- EINFÜHRUNG IN DIE KOORDINATENSYSTEME



$A\ (x_A, y_A, z_A)$ $\vec{r} = \overrightarrow{OA}$



Ortsvektor: $\vec{r} = x\,\vec{e}_x + y\,\vec{e}_y + z\,\vec{e}_z$

$$r = |\vec{r}| = \sqrt{x^2 + y^2 + z^2}$$

$$-\infty < x < \infty$$
$$-\infty < y < \infty$$
$$-\infty < z < \infty$$

Einheitsvektoren: $\vec{e}_x, \vec{e}_y, \vec{e}_z$ sind konstant!

weiterhin: $|\vec{e}_x| = 1, \; |\vec{e}_y| = 1, \; |\vec{e}_z| = 1$

SKALARFELD $f(\vec{r}) = f(x, y, z)$

z.B. Temperatur im Raum

VEKTORFELD $\vec{F}(\vec{r}) = \vec{F}(x, y, z)$

$$= F_x(x, y, z)\,\vec{e}_x + F_y(x,y,z) + F_z(x, y, z)$$

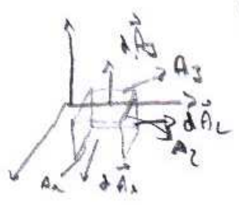
z.B. die Windgeschwindigkeit im Raum

ZUR KENNTNIS:

Wegelement: $d\vec{r} = dx\,\vec{e}_x + dy\,\vec{e}_y + dz\,\vec{e}_z$

(wird z.B. benötigt für $W = \int_{P_1}^{P_2} F(\vec{r})\, d\vec{s}$)

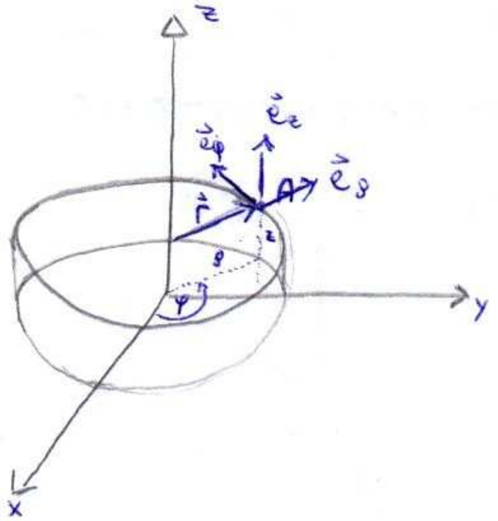
Flächenelement:



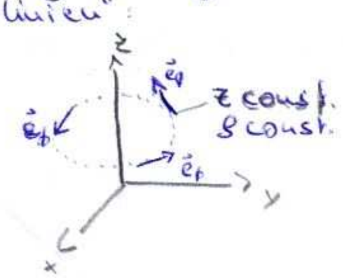
$$d\vec{A}_1 = dy \cdot dz \cdot \vec{e}_x$$
$$d\vec{A}_2 = dx \cdot dz \cdot \vec{e}_y$$
$$d\vec{A}_3 = dx \cdot dy \cdot \vec{e}_z$$

Volumenelement: $dV = dx \cdot dy \cdot dz$

- ZYLINDERKOORDINATEN



Anmerkung: die Einheitsvektoren liegen tangential an „Koordinatenlinien":



x, y, z
ϱ, φ, z
└ kürzester Abstand von der z-Achse

Koordinatenlinien bzgl. ϱ:
Radialstrahlen $\perp$ z-Achse
Koordinatenlinien bzgl. φ:
Kreise um die z-Achse mit den Radius ~~ϱ~~ ϱ
Koordinatenlinien bzgl. z:
Geraden parallel zur z-Achse

Ortsvektor: $\vec{r} = \varrho \underbrace{\vec{e}_\varrho}_{} + z \cdot \vec{e}_z$
ändert seine Richtung mit ϕ

$r = |\vec{r}| = \sqrt{\varrho^2 + z^2}$
(dabei $\varrho = \sqrt{x^2 + y^2}$)

Def. bereich: $0 \leq \varrho < \infty$
eindeutiger Winkel: $0 < \phi < 2\pi$
$-\infty < z < \infty$

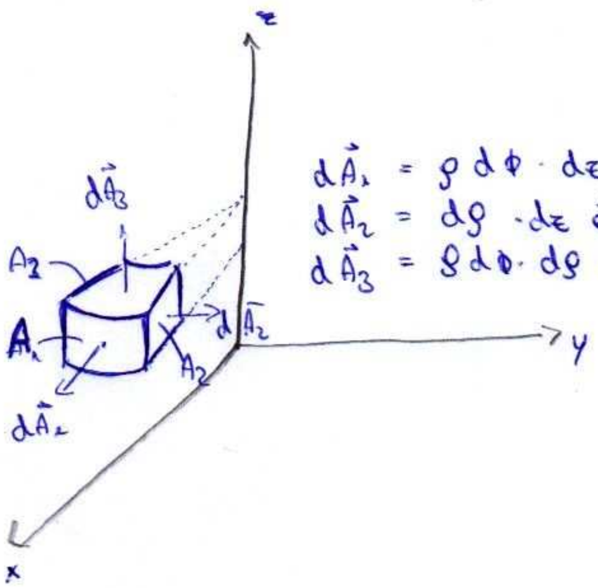
Einheitsvektoren: $\underbrace{\vec{e}_\varrho, \vec{e}_\phi}_{}, \vec{e}_z$
ändern ihre Richtung abhängig von ϕ

Skalarfeld: $f(\vec{r}) = f(\varrho, \phi, z)$
Vektorfeld: $\vec{F}(\vec{r}) = F_\varrho(\varrho, \phi, z) \cdot \vec{e}_\varrho + F_\phi(\varrho, \phi, z)\, \vec{e}_\phi + F_z(\varrho, \phi, z)\, \vec{e}_z$

zur Kenntnis:
Wegelement: $d\vec{r} = d\varrho\, \vec{e}_\varrho + \varrho \cdot d\phi \cdot \vec{e}_\phi + dz\, \vec{e}_z$

← Bogenlänge: Länge $\alpha \cdot R$

Flächenelemente



$$d\vec{A}_1 = \rho\, d\phi \cdot dz \cdot \vec{e}_\rho$$
$$d\vec{A}_2 = d\rho \cdot dz\ \vec{e}_\phi$$
$$d\vec{A}_3 = \rho\, d\phi \cdot d\rho\ \vec{e}_z$$

Allg.: $d\vec{A} = dA \cdot \vec{e}_n$

infinitesimaler Flächeninhalt

Volumenelement: $dV = \rho \cdot d\phi \cdot d\rho \cdot dz$

KUGELKOORDINATEN

theta ϑ Θ