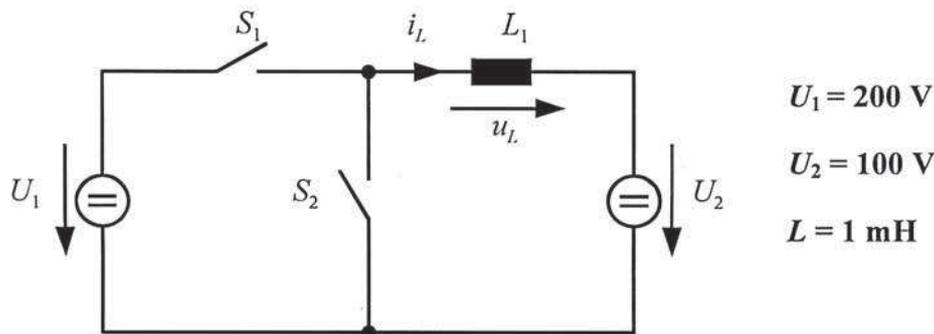


**Grundgebiete der Elektrotechnik II – Feedbackaufgabe: Transiente Vorgänge**

**Aufgabe 1**

**(15 Punkte)**

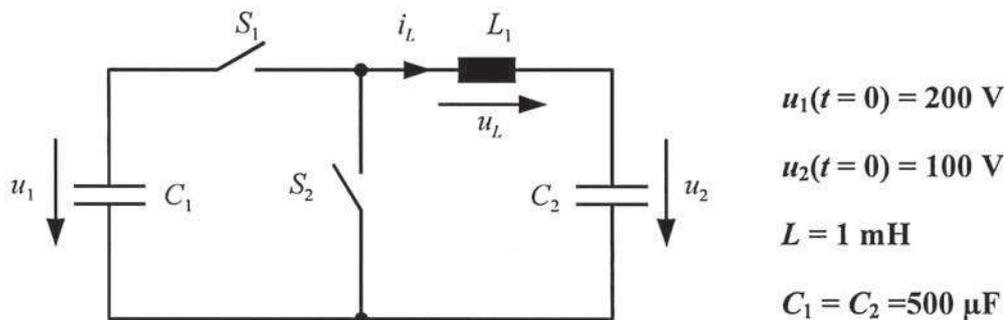
Gegeben sei zunächst folgende Schaltung:



Zum Zeitpunkt  $t = 0$  sei der Strom  $i_L = 0$  und beide Schalter offen.

- 1.1 Nun wird bei  $t = 0$  der Schalter  $S_1$  geschlossen. Berechnen und skizzieren Sie den Verlauf des Drosselstroms  $i_L$  für  $0 < t < 1 \text{ ms}$  und berechnen Sie  $i_L(t = 1 \text{ ms})$  **(4 Punkte)**
- 1.2 Bei  $t = 1 \text{ ms}$  wird der Schalter  $S_1$  geöffnet und Schalter  $S_2$  geschlossen. Skizzieren Sie den Verlauf des Drosselstroms  $i_L$  für  $1 \text{ ms} < t < 2 \text{ ms}$ . **(2 Punkte)**

Nun sind in der Schaltung die idealen Spannungsquellen durch Kondensatoren ersetzt.



Die Anfangsbedingungen seien dieselben wie oben, d.h. die Kondensatoren sind bei  $t = 0$  auf die Spannungen  $u_1 = 200 \text{ V}$  und  $u_2 = 100 \text{ V}$  vorgeladen und  $i_L(t=0) = 0$ .

- 1.3 Bei  $t = 0$  wird der Schalter  $S_1$  geschlossen. Bestimmen Sie zunächst für diesen Fall die allgemeine Differentialgleichung des Drosselstroms  $i_L$  ohne Berücksichtigung der Anfangsbedingungen. **(4 Punkte)**

Die allgemeine Lösung dieser DGL ist  $i_L = I_1 \sin(\omega t) + I_2 \cos(\omega t)$ ,  $\omega = 2000 \text{ s}^{-1}$ . Die folgenden Aufgaben können unabhängig von Aufgabe 1.3 gelöst werden.

- 1.4 Bestimmen Sie nun mit Hilfe der Anfangsbedingungen für  $i_L(t = 0)$  und  $u_L(t = 0)$  die Konstanten  $I_1$  und  $I_2$ . **(3 Punkte)**
- 1.5 Skizzieren Sie qualitativ den Verlauf von  $i_L$  und  $u_2$  für  $0 < t < \pi/\omega$ . **(2 Punkte)**

**Grundgebiete der Elektrotechnik II – Lösung Feedbackaufgabe Transiente Vorgänge**

**1.1:** (Summe: 4 Punkte)

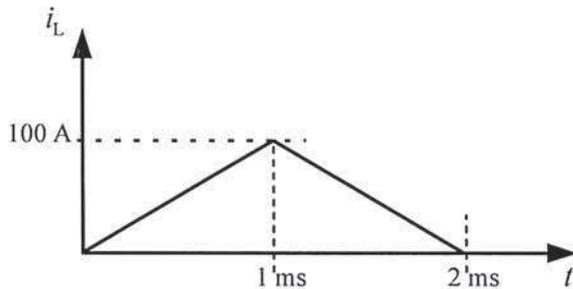
**Maschengleichung:**  $U_1 = U_L + U_2$

**Bauteilgleichung:**  $U_L = L \frac{di_L}{dt}$

**Stromverlauf:**  $i_L(t) = \frac{1}{L} \int_0^t (U_1 - U_2) dt = \frac{100 \text{ V}}{L} \cdot t$  2 P

**Endwert:**  $i_L(t = 1 \text{ ms}) = \frac{100 \text{ V}}{1 \text{ mH}} \cdot 1 \text{ ms} = 100 \text{ A}$  1 P

**Skizze (0 bis 1 ms)** 1 P



**1.2:** (Summe: 2 Punkte)

**Skizze (1 ms bis 2 ms)** 1 P

**Symmetrischer Verlauf, da  $|U_1 - U_2| = |U_2| \Rightarrow$  Stromwert bei  $t = 2 \text{ ms}$  ist Null** 1 P

**Alternativ rechnerisch:**

$1 \text{ ms} \leq t < 2 \text{ ms} :$   $i_L(t) = \frac{1}{L} \int_{t'=1 \text{ ms}}^t (-U_2) dt' + i_L(t = 1 \text{ ms}) = \frac{-100 \text{ V}}{L} \cdot (t - 1 \text{ ms}) + 100 \text{ A}$

**1.3:** (Summe: 4 Punkte)

**Maschengleichung:**  $u_1 = u_L + u_2$

**Bauteilgleichungen:**  $u_L = L \frac{di_L}{dt}$  1 P

$i_L = -C_1 \frac{du_1}{dt}, i_L = C_2 \frac{du_2}{dt}$  1 P

**Ableiten und einsetzen:**

$$\frac{du_L}{dt} = \frac{d(u_1 - u_2)}{dt} = -\left(\frac{1}{C_1} + \frac{1}{C_2}\right)i_L = L \frac{d^2 i_L}{dt^2} \quad 1 \text{ P}$$

$$\frac{d^2 i_L}{dt^2} + \left(\frac{1}{LC_1} + \frac{1}{LC_2}\right)i_L = 0 \quad 1 \text{ P}$$

**1.4:** **(Summe: 3 Punkte)**

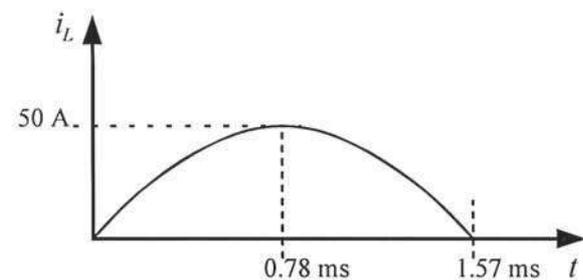
$$i_L(t=0) = 0 \Rightarrow I_2 = 0 \quad 1 \text{ P}$$

$$u_L(t=0) = L \left. \frac{di_L}{dt} \right|_{t=0} = I_1 \cdot \omega L \cos(\omega t) \Big|_{t=0} = I_1 \cdot \omega L = u_1 - u_2 = 100 \text{ V} \quad 1 \text{ P}$$

$$\Rightarrow I_1 = \frac{100 \text{ V}}{\omega L} = 50 \text{ A} \quad 1 \text{ P}$$

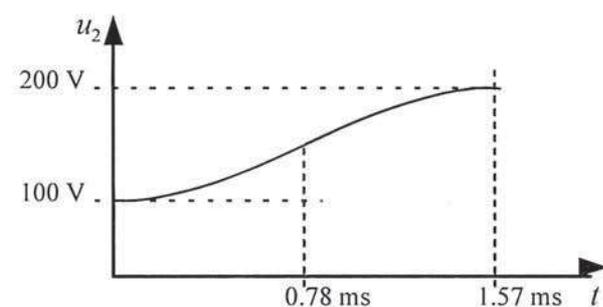
**1.5:** **(Summe: 2 Punkte)**

$$i_L = 50 \text{ A} \cdot \sin(\omega t)$$



**Skizze qualitativ richtig (positive Halbwelle, beginnt und endet bei Null)** 1 P

$$u_2 = 100 \text{ V} + \frac{1}{C_2} \int_0^t 50 \text{ A} \cdot \sin(\omega t) dt = 100 \text{ V} + \frac{50 \text{ A}}{500 \mu\text{F} \cdot 2000 \text{ s}^{-1}} \cdot (1 - \cos(\omega t)) = 100 \text{ V} + 50 \text{ V} \cdot (1 - \cos(\omega t)) \quad \text{(nicht gefordert!)}$$



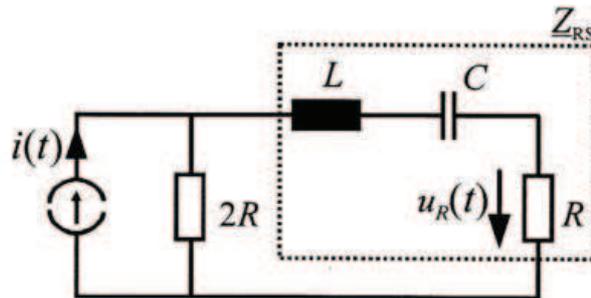
**Skizze qualitativ richtig (beginnt bei 100 V, cos erkennbar)** 1 P

**Grundgebiete der Elektrotechnik II –  
 Feedbackaufgabe: Komplexe Wechselstromrechnung**

**Aufgabe 2**

**(15 Punkte)**

Gegeben sei folgender gedämpfter Reihenschwingkreis:



Der Schwingkreis werde seit langer Zeit von einer harmonischen Stromquelle  $i(t) = \hat{i} \cdot \cos\left(\omega \cdot t - \frac{\pi}{2}\right)$  bzw.  $\underline{I} = \frac{\hat{i}}{\sqrt{2}} \cdot e^{-j90^\circ}$  gespeist. Der Innenwiderstand der Stromquelle beträgt  $2R$  und es gilt:

$$\omega = \frac{1}{2 \cdot \sqrt{LC}}, \quad R = \frac{1}{2} \cdot \sqrt{\frac{L}{C}}$$

- 2.1 Berechnen Sie die Impedanz  $\underline{Z}_{RS}$  des gedämpften Reihenschwingkreises. **(1 Punkt)**
- 2.2 Berechnen Sie die komplexe Größe  $\underline{U}_R$  in Abhängigkeit der Größen  $\underline{I}$ ,  $\omega$ ,  $L$ ,  $C$  und  $R$ . **(3 Punkte)**
- 2.3 Ermitteln Sie (unter Verwendung der weiteren Angaben) die Größe  $\underline{U}_R$  nur in Abhängigkeit der Größen  $\underline{I}$  und  $R$ . **(3 Punkte)**
- 2.4 Berechnen Sie den zeitlichen Verlauf der Größe  $u_R(t)$ . Geben Sie das Ergebnis  $u_R(t)$  in Abhängigkeit der Größen  $\hat{i}$  und  $R$  im Zeitbereich an. **(4 Punkte)**
- 2.5 Wie groß ist die am Widerstand  $R$  abgegebene effektive Wirk- und Blindleistung ( $P_{W,R}$  und  $P_{B,R}$ )? Geben Sie zudem die Augenblicksleistung  $p_{A,R}(t)$  an. **(4 Punkte)**

Hinweis:  $\frac{1}{1-j} = \frac{e^{j45^\circ}}{\sqrt{2}}$  und  $2 \cdot \cos^2 x = 1 + \cos(2 \cdot x)$

## Grundgebiete der Elektrotechnik II – Lösung Feedbackaufgabe 2: Komplexe Wechselstromrechnung

2.1  $\underline{Z}_{RS} = R + j\omega L + \frac{1}{j\omega C}$  1 Punkt

2.2 Stromteilerregel:  $\frac{\underline{I}_R}{\underline{I}} = \frac{2 \cdot R}{3 \cdot R + j\omega L + \frac{1}{j\omega C}}$  1 Punkt

mit  $\underline{I}_R = \frac{\underline{U}_R}{R}$  1 Punkt

$\underline{U}_R = \underline{I} \cdot R \cdot \frac{2 \cdot R}{3 \cdot R + j\omega L + \frac{1}{j\omega C}}$  1 Punkt

Die korrekte Lösung durch Aufstellen der Maschen- und Knotengleichungen bringt auch die volle Punktzahl.

2.3 aus  $\omega = \frac{1}{2 \cdot \sqrt{LC}}$  und  $R = \frac{1}{2} \cdot \sqrt{\frac{L}{C}}$  folgt:  $\omega L = R$  1 Punkt

$\frac{1}{\omega C} = 4 \cdot R$  1 Punkt

Einsetzen ergibt:  $\underline{U}_R = \frac{2}{3} \cdot \underline{I} \cdot R \cdot \frac{1}{1-j}$  1 Punkt

2.4  $\underline{U}_R = \frac{2}{3} \cdot \underline{I} \cdot R \cdot \frac{1}{1-j} = \frac{2}{3} \cdot \frac{\hat{I}}{\sqrt{2}} \cdot e^{j90^\circ} \cdot R \cdot \frac{1}{\sqrt{2} \cdot e^{-j45^\circ}} = \frac{\hat{I}}{3} \cdot R \cdot e^{-j45^\circ}$  2 Punkte

also:  $u_R(t) = \sqrt{2} \cdot \frac{\hat{I}}{3} \cdot R \cdot \cos\left(\omega t - \frac{\pi}{4}\right)$  2 Punkte

Vergabe der letzten beiden Punkte, wenn der Scheitelwert mit Faktor  $\sqrt{2}$  (1 Pkt.) und die Phasenverschiebung im Zeitbereich mit  $(-\frac{\pi}{4})$  (1 Pkt.) richtig angegeben wurden.

2.5 Am ohmschen Widerstand gilt:  $P_{W,R} = |\underline{U}_R| \cdot |\underline{I}_R| = \frac{|\underline{U}_R|^2}{R} = \frac{R}{9} \cdot \hat{I}^2$  1 Punkt

zudem gilt:  $P_{W,B} = 0$  1 Punkt

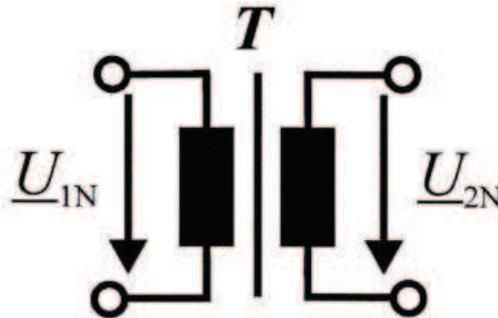
$p_{A,R}(t) = \frac{u_R^2(t)}{R} = \frac{\hat{I}^2 \cdot (\sqrt{2})^2 \cdot R}{9} \cdot \frac{1}{2} \left[ 1 + \cos\left(2 \cdot \omega \cdot t - \frac{\pi}{2}\right) \right] = \frac{\hat{I}^2 \cdot R}{9} \left[ 1 + \cos\left(2 \cdot \omega \cdot t - \frac{\pi}{2}\right) \right]$  2 Punkte

**Grundgebiete der Elektrotechnik II – Feedbackaufgabe: Transformator**

**Aufgabe 3**

**(15 Punkte)**

Gegeben sei folgender Einphasentransformator  $T$ :



Folgende Werte sind bekannt:

$\underline{U}_{1N} = 10 \text{ kV}$        $\underline{U}_{2N} = 400 \text{ V}$        $S_N = 400 \text{ kVA}$        $L_h = 100 \text{ H}$        $f_N = 50 \text{ Hz}$

Beim Kurzschlussversuch werden folgende Werte gemessen:

$P_k = 100 \text{ kW}$        $\cos \varphi = 0,89$

Weiterhin gilt:       $X'_{1\sigma} = X_{2\sigma} \ll X_h$       und       $R'_{1\sigma} = R_{2\sigma} \ll R_{Fe}$

- 3.1 Zeichnen Sie das **sekundärseitig** bezogene T-Ersatzschaltbild (inklusive Übertrager) und beschriften Sie dessen Elemente. **(2 Punkte)**
- 3.2 Bestimmen Sie die sekundärseitig bezogenen Wicklungswiderstände  $R'_{1\sigma}$  und  $R_{2\sigma}$ . **(2 Punkte)**
- 3.3 Bestimmen Sie die sekundärseitig bezogenen Reaktanzen  $X'_{1\sigma}$ ,  $X_{2\sigma}$  und  $X'_h$ . **(3 Punkte)**
- 3.4 Warum darf der Transformator beim Kurzschlussversuch nicht mit Nennspannung bei Nennfrequenz ( $f_N$ ) betrieben werden? **(1 Punkt)**
- 3.5 Welcher ohmsche Widerstand darf minimal sekundärseitig angeschlossen werden, ohne den Transformator zu überlasten. (Hinweis: Beachten Sie die oben angegebenen Näherungen.) **(4 Punkte)**

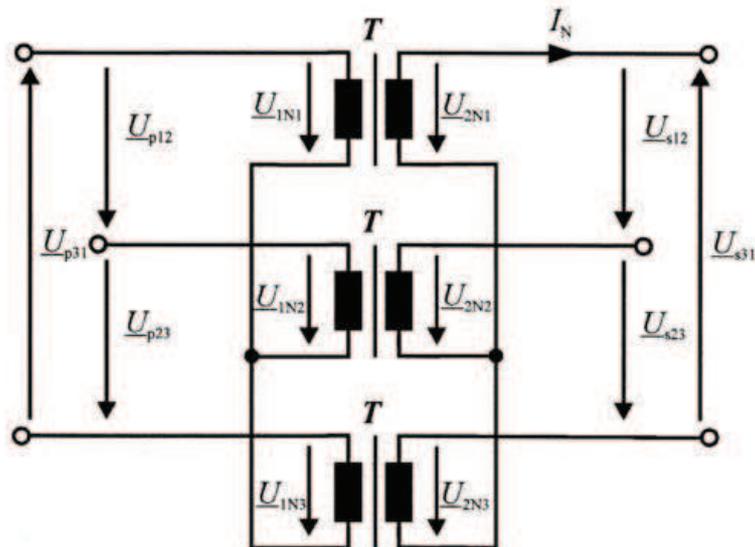
Nun werden drei identische Transformatoren wie folgt verschaltet.

Es gilt:

$$\underline{U}_{1N1} = \underline{U}_{1N}$$

$$\underline{U}_{1N2} = a \underline{U}_{1N1}$$

$$\underline{U}_{1N3} = a^2 \underline{U}_{1N1}$$



3.6 Wie groß ist die Klemmenspannung  $\underline{U}_{s12}$  betragsmäßig?

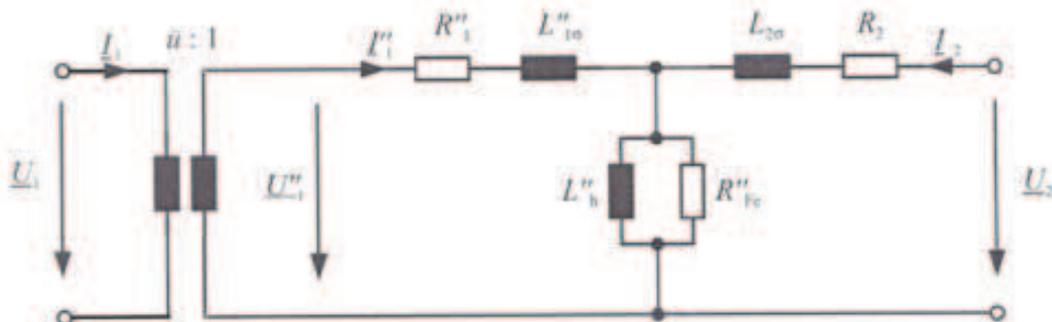
**(1 Punkt)**

3.7 Geben Sie für den so entstandenen Dreiphasentransformator die Werte für die Nennleistung  $S_N$  und den sekundärseitigen Nennstrom  $I_N$  an.

**(2 Punkte)**

### Musterlösung zur Aufgabe 3, H04

3.1



richtig gezeichnet

1 Punkt

richtige Bauteilbezeichnung

1 Punkt

3.2 sekundärseitigen Nennstrom bestimmen

$$S_N = U_{2N} \cdot I_{2N} \Rightarrow I_{2N} = \frac{S_N}{U_{2N}} = \frac{400 \text{ kVA}}{400 \text{ V}} = 1000 \text{ A}$$

1 Punkt

$$P_k = (R'_1 + R_2) \cdot I_{2N}^2 \Rightarrow R'_1 + R_2 = \frac{P_k}{I_{2N}^2} = 100 \text{ m}\Omega \Rightarrow R'_1 = R_2 = 50 \text{ m}\Omega$$

1 Punkt

3.3

$$P_k = S_k \cos \phi_k \Rightarrow Q_k = P_k \tan \phi_k$$

1 Punkt

$$X''_{1\sigma} + X_{2\sigma} = \frac{P_k}{I_{2N}^2} \tan \phi_k = 51,23 \text{ m}\Omega \Rightarrow X''_{1\sigma} = X_{2\sigma} = 25,6 \text{ m}\Omega$$

1 Punkt

$$X''_h = \frac{\omega L}{\bar{u}^2} = \frac{2 \pi \cdot 50 \text{ Hz} \cdot 100 \text{ H}}{\left(\frac{10000}{400}\right)^2} = 50,3 \Omega$$

1 Punkt

3.4 Im Kurzschlussversuch bei Betrieb mit Nennspannung und Nennfrequenz würde der Nennstrom überschritten. Durch den hohen Strom würden sich die Wicklungen so stark erwärmen, dass sie schmelzen könnten und der Transformator somit zerstört würde.

1 Punkt

3.5 Aufgrund der Näherungen in der Aufgabenstellung kann für diesen Betriebsfall das Kurzschlusersatzschaltbild zur Berechnung herangezogen werden. Ohne Überlastung des Transformators bedeutet, dass maximal Nennstrom fließen darf.

$$S_N = \frac{(U_{2N})^2}{|Z|}$$

1 Punkt

$$|Z| = \sqrt{(R'_1 + R_2 + R_{\text{Lad}})^2 + (X''_{1\sigma} + X_{2\sigma})^2}$$

1 Punkt

$$(R''_1 + R_2 + R_{\text{Leit}})^2 + (X''_{1\sigma} + X_{2\sigma})^2 = \frac{(U_{2N})^4}{S_N^2} \quad \text{1 Punkt}$$

$$R_{\text{Leit}} = \sqrt{\frac{(U_{2N})^4}{S_N^2} - (X''_{1\sigma} + X_{2\sigma})^2} - (R''_1 + R_2) = 0,297 \, \Omega \quad \text{1 Punkt}$$

Der so entstandene Dreiphasentransformator ist sowohl primärseitig als auch sekundärseitig im Stern verschaltet.

3.6  $U_{\text{sl2}} = \sqrt{3} U_{\text{sn}} = 693 \, \text{V} \quad \text{1 Punkt}$

3.7  $S_{\text{N, 3ph}} = 3 S_{\text{N, 1ph}} = 1,2 \, \text{MVA} \quad \text{1 Punkt}$

Der Nennstrom bleibt konstant, da aufgrund der Sternschaltung an jedem einzelnen Transformator die gleiche Spannung wie zuvor anliegt.

$I_N = 1000 \, \text{A} \quad \text{1 Punkt}$

$\Sigma \quad \text{15 Punkte}$