Mittelwertsatz: $f(x)-f(0)=f'(x)*(x-0)$

$$\int \tan^2(x)dx = \tan x - x$$

$$\int \frac{1}{\cos(x)}dx = 2ar\tanh(\tan\frac{x}{2})+C$$

$$\int \arcsin(x) = x*\arcsin(x)+\sqrt{1^2-x^2}$$

$$\sin^2(x)+\cos^2(x)=1$$
$$\cosh^2(x)-\sinh^2(x)=1$$

$$\frac{d\arcsin(x)}{dx}=\frac{1}{\sqrt{1-x^2}}$$
$$\frac{dar\sinh(x)}{dx}=\frac{1}{\sqrt{1+x^2}}$$
$$\frac{d\arccos(x)}{dx}=-\frac{1}{\sqrt{1-x^2}}$$
$$\frac{dar\cosh(x)}{dx}=\frac{1}{\sqrt{x^2-1}}$$
$$\frac{d\tan(x)}{dx}=\frac{1}{\cos^2(x)}=1+\tan^2(x)$$
$$\frac{d\tanh(x)}{dx}=\frac{1}{\cosh^2(x)}=1+\tanh^2(x)$$
$$\frac{d\arctan(x)}{dx}=\frac{1}{1+x^2}$$
$$\frac{dar\tanh(x)}{dx}=\frac{1}{1-x^2}$$
$$\cosh(x)=\frac{1}{2}(e^x+e^{-x})$$

$$\sinh(x)=\frac{1}{2}(e^x-e^{-x})$$

Halbwinkelmethode

$y = \tan(\frac{x}{2}), \qquad x = 2\arctan(y), \qquad \frac{dx}{dy} = \frac{2}{1+y^2},$

$\cos(x) = \frac{1-y^2}{1+y^2}, \qquad \sin(x) = \frac{2y}{1+y^2}$

Taylor Reihe

$$f(x) = \sum_{k=0}^{n} f^{k}(x_0)\frac{(x-x_0)^k}{k!} + f^{n+1}(\zeta)\frac{(x-x_0)^{n+1}}{(n+1)!} \qquad \xi = \xi(x, x_0)$$

Inhomogene lin. DGL 1. Ordnung

$$u'(x) + a(x)u(x) = f(x) \qquad \forall x \in I$$

$$u(x) = e^{-A(x)}\int e^{A(x)} f(x)dx$$

$$mit \qquad A(x) = \int_{1} a(x)dx$$

Lösung mit Anfangswert:

$$u'(x) + a(x)u(x) = f(x) \qquad \forall x \in (x_0, \beta)$$

$$u(x_0) \qquad = u_0$$

$$eindeutige \;\; Lösung:$$

$$u(x) = e^{-\int_{x0}^{x} a(\xi)d\xi} * \{\int_{x_0}^{x} f(\xi)e^{\int_{x0}^{\xi} a(\eta)d\eta} d\xi + u_0\}$$

Seperable DGL oder Diff'gleichung mit getrennten Variablen

$$u'(x) = \frac{f(x)}{g(u(x))} \qquad \forall x \in I$$

$$u(x_0) = u_0$$

$$\text{Lösen} \quad \text{durch}$$

$$\int_{u_0}^{u(x)} g(\eta)\, d\eta = \int_{x_0}^{x} f(\xi)\, d\xi$$

$$\text{nach} \quad u(x) \ \text{auflösen}$$

Anfangswertproblem der Form u'=A*u

EWe bestimmen

EVn bzw HVn zu den EWn bestimmen

FS :

$$u(x) \in \{\alpha * v_1 * e^{\lambda_1 x} + \beta * v_2 * e^{\lambda_2 x} + ... + \zeta * v_n * e^{\lambda_n x}$$

Inhomogene DGL + Wronski

$u''(x) + a(x)u'(x) + b(x)u(x) = f(x)$

Lösungsgesamtheit:

$\{u\} = u_0 + \{u_h\}$

u_h *Homogene:*

$u''(x) + a(x)u'(x) + b(x)u(x) = 0 \qquad mit \quad u_1(x) \neq 0$

Allgemeine Lösung:

$$u(x) = c_1 u_1(x) + c_2 u_1(x) \int \frac{1}{u_1^2(x)} e^{-\int a(x)\,dx}\,dx$$

$$mit \quad u_2 = u_1(x) \int \frac{1}{u_1^2(x)} e^{-\int a(x)\,dx}\,dx$$

Wronski: $W(x) := u_1(x)u_2'(x) - u_2(x)u_1'(x) \neq 0$

partikuläre Lösung $(u_0(x)$:

$$u_0(x) = u_1(x) \int_1 \frac{-f(x)u_2(x)}{W(x)}\,dx + u_2(x) \int_1 \frac{f(x)u_1(x)}{W(x)}\,dx$$

Bernoulli

$$3u' - u\sin x + 3u^4 \sin x = 0$$

$$u = v^{\beta} \qquad u' = \beta v^{\beta-1} v'$$

$$\Rightarrow \qquad 3\beta v^{\beta-1} v' - v^{\beta} \sin x + 3v^{4\beta} \sin x = 0$$

$$\Rightarrow \qquad v' - \frac{\sin x}{3\beta} v + \frac{\sin x}{\beta} v^{4\beta-\beta+1}_{(soll\ verschwinden)} = 0 \ (4\beta - +1 \equiv 0)$$

$$\Rightarrow \qquad \beta = -\frac{1}{3}$$

$$\Rightarrow \qquad v' + v\sin x = 3\sin x \qquad (Löse\ wie\ DGL\ 1.Ordnung\ s.o.)$$

Riccati

$$u'(x)+a(x)u(x)=b(x)+c(x)u^2(x) \qquad x\in I$$

$$u(x)=u_0(x)+\frac{1}{v(x)} \qquad v(x)\neq 0$$

$$v'+(2cu_0-a)v=-c$$

Konvergenzen uneigentlicher Integrale

$$\int_1^\infty x^\alpha dx\{\frac{konvergiert}{divergiert}\ falls\ \frac{\alpha<-1}{\alpha\geq -1}$$

$$\int_0^1 x^\alpha dx\{\frac{konvergiert}{divergiert}\ falls\ \frac{\alpha>-1}{\alpha\leq -1}$$