„TESTPROBLEM"

Sind f_0, f_1 zwei mögliche Verteilungen für die Zufallsvariable X, dann wird das Testproblem in der Form

$$H_0: f = f_0 \text{ gegen } H_1: f = f_1$$

notiert, wobei f die wahre Verteilung von X bezeichnet.

H_0: Nullhypothese
H_1: Alternative

⇒ „Fehler 1. Art": Entscheidung für H_1, obwohl H_0 gilt

„Fehler 2. Art": Entscheidung für H_0, obwohl H_1 gilt

„DER t-TEST"

$$X_1, \dots, X_n \overset{iid}{\sim} N(\mu, \sigma^2), \quad \mu, \sigma^2 \text{ unbekannt}$$

① Einseitige Testprobleme

(1) $H_0: \mu \leq \mu_0$ gegen $H_1: \mu > \mu_0$

(2) $H_0: \mu \geq \mu_0$ gegen $H_1: \mu < \mu_0$

Zweiseitiges Testproblem

(3) $H_0: \mu = \mu_0$ gegen $H_1: \mu \neq \mu_0$

② Testentscheidung

(1) Verwerfe H_0 auf dem Signifikanzniveau α, falls $T = \dfrac{\bar{X} - \mu_0}{S/\sqrt{n}} > t(n-1)_{1-\alpha}$

(2) Verwerfe H_0 auf dem Signifikanzniveau α, falls $T < -t(n-1)_{1-\alpha}$

(3) Verwerfe H_0 auf dem Signifikanzniveau α, falls $|T| > t(n-1)_{1-\alpha/2}$

mit $S^2 = \frac{1}{n-1} \sum_{i=1}^{n} (X_i - \bar{X})^2$

„DER BINOMIALTEST" (approximative Methode)

$X_1, \ldots, X_n \overset{iid}{\sim} bin(1, p)$, p unbekannt

① Einseitige Testprobleme

(1) $H_0: p \leq p_0$ gegen $H_1: p > p_0$

(2) $H_0: p \geq p_0$ gegen $H_1: p < p_0$

Zweiseitiges Testproblem

(3) $H_0: p = p_0$ gegen $H_1: p \neq p_0$

② Testentscheidung

(1) Verwerfe H_0 auf dem Signifikanzniveau α, falls $T = \sqrt{n} \frac{\hat{p} - p_0}{\sqrt{p_0(1-p_0)}} > z_{1-\alpha}$

(2) Verwerfe H_0 auf dem Signifikanzniveau α, falls $T < -z_{1-\alpha}$

(3) Verwerfe H_0 auf dem Signifikanzniveau α, falls $|T| > z_{1-\alpha/2}$

„ZWEISTICHPROBENTEST FÜR VERBUNDENE STICHPROBEN"

Seien $(X_1, Y_1), \dots, (X_n, Y_n)$ bivariat normalverteilte Zufallsvariablen. (d.h. $\left.\begin{array}{l} X_1,\dots,X_n \sim \mathcal{N}(\mu_1, \sigma_1^2) \\ Y_1,\dots,Y_n \sim \mathcal{N}(\mu_2, \sigma_2^2) \end{array}\right\}$ st. abh.)

① Einseitige Testprobleme:

(1) $H_0: \mu_1 \leq \mu_2$ gegen $H_1: \mu_1 > \mu_2$

$\rightsquigarrow H_0: \mu_1 - \mu_2 \leq 0$ gegen $H_1: \mu_1 - \mu_2 > 0$

(2) $H_0: \mu_1 \geq \mu_2$ gegen $H_1: \mu_1 < \mu_2$

$\rightsquigarrow H_0: \mu_1 - \mu_2 \geq 0$ gegen $H_1: \mu_1 - \mu_2 < 0$

Zweiseitiges Testproblem:

(3) $H_0: \mu_1 = \mu_2$ gegen $H_1: \mu_1 \neq \mu_2$

$\rightsquigarrow H_0: \mu_1 - \mu_2 = 0$ gegen $H_1: \mu_1 - \mu_2 \neq 0$

② Testentscheidung:

(1) Verwerfe H_0 auf dem Signifikanzniveau α, falls

$$T = \frac{\bar{D}}{S_D/\sqrt{n}} > t(n-1)_{1-\alpha}$$

(2) Verwerfe H_0 auf dem Signifikanzniveau α, falls

$$T > -t(n-1)_{1-\alpha}$$

(3) Verwerfe H_0 auf dem Signifikanzniveau α, falls

$$|T| > t(n-1)_{1-\alpha/2}$$

mit $D_i = X_i - Y_i, \; i = 1,\dots,n \Rightarrow \bar{D} = 1/n \sum_{i=1}^{n} D_i$

$$S_D^2 = \frac{1}{n-1} \sum_{i=1}^{n} (D_i - \bar{D})^2$$