

GEMB II Repetitorium SS2011

Mitschrift (Abschnitte 1-3.1): Jan Alexander

Mitschrift (Abschnitte 3.2-5): Marius Geis

28. März 2012

Inhaltsverzeichnis

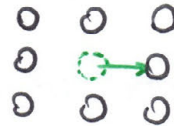
1	Ionenleiter	2
2	Supraleiter	5
3	Bipolare Bauelemente	7
3.1	PN-Diode	7
3.2	Bipolartransistor	12
3.3	Klausuraufgabe	14
4	Dielektrika	16
4.1	Zusammenfassung	16
4.2	Klausuraufgabe	19
5	Magnetika	21
5.1	Zusammenfassung	21
5.2	Klausuraufgabe	24

Ionenleiter

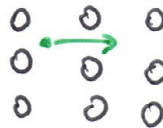
Feste Ionenleiter

Transportmechanismen:

- Leerstellentransport



- Zwischengittertransport



Skript S. 59

Abb. 8-1

beides: Hopping - Leitung

- Überwindung von Potenzialbarrieren ist typisch

Bedingung für schnelle Ionenleitung

- große Anzahl an beweglicher Ionen und eine große Anzahl an (leeren/freien) Plätzen

- Plätze müssen ähnliches Potenzial haben und eine geringe Potenzialbarriere

Leitfähigkeit

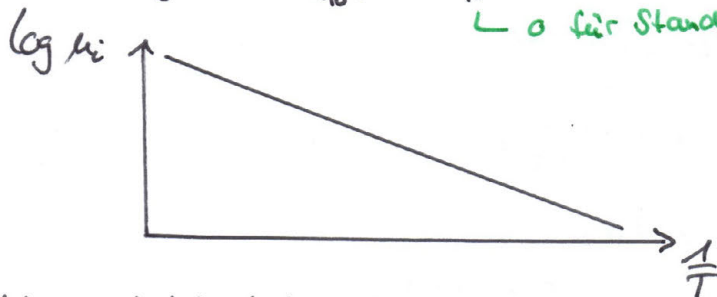
$$\sigma_i = e \cdot |z_i| \cdot N_i \cdot \mu_i$$

Ladungszahl
Beweglichkeit
Konzentration

$$\sigma_{\text{ges}} = \sum_i \sigma_i$$

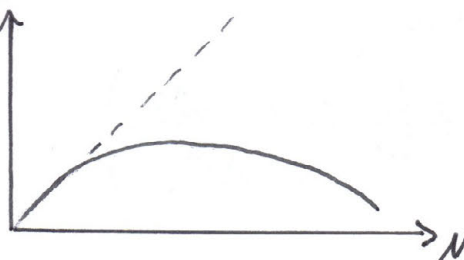
$$\mu_i = \frac{z_i \cdot D_i \cdot e}{k_B T} = \frac{z_i \cdot e}{k_B T} \cdot D_{0,i} \cdot e^{-\left(\frac{\Delta W_i}{k_B T}\right)}$$

↳ 0 für Standardbedingungen ($T = 298\text{K}$)



Flüssigelektrolyte σ

$$\sigma = e \sum_i z_i N_i \mu_i$$



Aber: Für hohe N ist $\sigma \sim N$ nicht mehr gültig

Grund: - Wechselwirkung der Teilchen miteinander

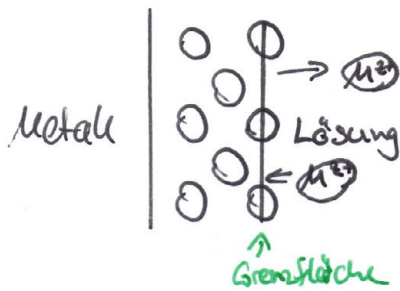
- Bildung von Assoziaten

↳ Anzahl der zur Verfügung stehenden Ladungsträger sinkt

⇒ Beschreibung durch Aktivität a_i

↳ „effektive Konzentration“

Metall/Elektrolyt-Grenzflächen



Siehe auch S. 62 - Abb. 8-5

Elektrochemisches Beispiel Cu-Halbzelle

$$n_{\text{Cu}^{2+}, \text{M}} = n_{\text{Cu}^{2+}, \text{L}} \text{ entspricht } |J_{\text{Auflösung}}| = |J_{\text{Abschreibung}}|$$

Elektrochemisches Potenzial einer Ionensorte (allgemein):

$$\eta_i = \eta_i^0 + k_B T \cdot \ln(a_i) + z_i \cdot e \varphi \rightarrow \text{elektrostatisches Potenzial}$$

↳ Aktivität

Halbzellenpotenzial:

$$\Rightarrow \Delta \varphi_{\text{Cu}} = \underbrace{\eta_{\text{Cu}^{2+}, \text{L}}^0 - \eta_{\text{Cu}^{2+}, \text{M}}^0}_{\Delta \varphi_0, \text{Cu}} + \frac{k_B T}{2e} \ln \left(\frac{a_{\text{Cu}^{2+}, \text{L}}}{a_{\text{Cu}^{2+}, \text{M}}} \right)$$

|
2 wegen der Ladungszahl $|z|=2$ (von Cu^{2+})

Beim Eintauchen:

$$* \eta_{\text{Cu}^{2+}, \text{M}} > \eta_{\text{Cu}^{2+}, \text{L}} \Rightarrow \text{Auflösung}$$

$$* \eta_{\text{Cu}^{2+}, \text{M}} < \eta_{\text{Cu}^{2+}, \text{L}} \Rightarrow \text{Abschreibung}$$

Nernstsches Halbzellenpotenzial:

$$\Delta \varphi = \Delta \varphi_0 + \frac{k_B T}{z \cdot e} \ln \left(\frac{a_{\text{ox}}}{a_{\text{red}}} \right)$$

Elektrochemische Zellen

(siehe Abb. 8-8 a)+b) auf S. 66)

a) Leerlaufspannung

$$V_{\text{EMF}} = \varphi_{\text{II}}^0 - \varphi_{\text{I}}^0 + \frac{k_B T}{z \cdot e} \ln \left(\frac{a_{\text{MeII}}^{z+}}{a_{\text{MeI}}^{z+}} \right)$$

Beispiel: - Konzentrationszelle

$$V_{EMF} = \frac{k_B T}{ze} \ln \left(\frac{N_{Me^{2+}}^{II}}{N_{Me^{2+}}^{I}} \right)$$

- O_2 Konzentrationszelle

$$V_{EMF} = \frac{k_B T}{4e} \ln \left(\frac{p_{O_2}^{II}}{p_{O_2}^{I}} \right)$$

angeschaut (Abb. 8-8, S.66)

$$V_{EMF} > V_{cell}$$

(a) (b)

Entladung: $V_{cell} < V_{EMF}$

Aufladung: $V_{cell} > V_{EMF}$

Batterien und Brennstoffzelle

Batterie: Energieträger im System

↳ Primärbatterien: Einmaliger Entladevorgang

↳ Sekundärbatterie: wieder aufladbar

Brennstoffzelle: Zufuhr von außen (Brennstoff und Oxidationsmittel)

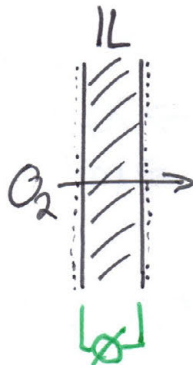
Freitextaufgabe

Welche zwei Eigenschaften muss ein Festkörperelektrolyt aufweisen, der als Werkstoff in Brennstoffzellen eingesetzt werden soll? (2 Punkte)

Antwort:

1. hohe ionische Leitfähigkeit
2. keine elektrische Leitfähigkeit

(13 des Kapitels als Bsp.)



Supraleiter

experimentelle Beobachtung

1. Für viele Metalle gilt $\rho(T < T_c) = 0$
→ perfekter Leiter

2. Meißner-Ochsenfeld Effekt

magnetische Feldlinien können nicht in das Innere des Supraleiters eindringen $\Rightarrow B=0$

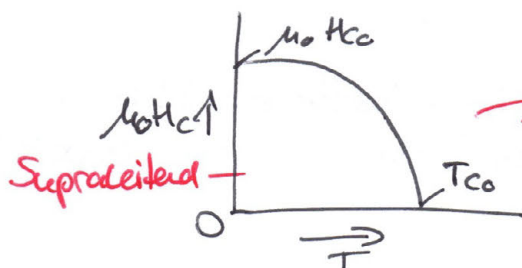
↳ London-Gleichung: $B = B_a \cdot e^{-\left(\frac{x}{\lambda_L}\right)}$

London'sche-Eindringtiefe
↳ $\sim 10 \text{ nm}$

Betrachte Abb. 11-3 auf S. 178

Ursachen: Kreisströme in der London'schen Randzone
→ Abschirmung

Verhalten im Magnetfeld



S. 128 Abb. 11-2

Normalleiter

kritische Feldstärke H_c

$$T_c = T_{c0} \sqrt{1 - \frac{H}{H_{c0}}}$$

Supraleiter erster Art

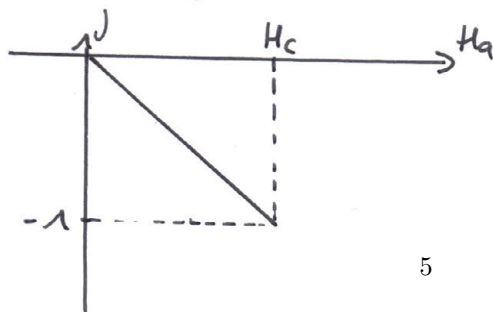
Es gilt: $B=0$ im Inneren

↳ $B_m = \mu_0 H_a + J_m = 0$ d.h. $J_m = -\mu_0 H_a \Rightarrow \chi_m = -1$

magnetische Polarisation

Suszeptibilität

⇒ perfekter Diamagnet



(S. 179, Abb. 11-4)

für Rotationsellipsoide:

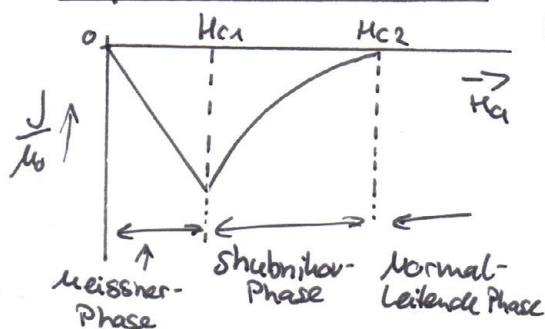
$$J_m = -\frac{1}{1-N} \mu_0 H_a$$

Strom kann nur in Randzone λ_L geführt werden:

kritischer Strom $J_c = \frac{H_c}{\lambda_L}$

↳ sonst wird die Supraleitung aufgehoben

Supraleiter zweiter Art



(S. 180 Abb. 11-7)

Grund: Es bilden sich normalleitende Fäden (Vortex, Vortices) in der supraleitenden Phase mit Flussquant: $\Phi_0 = \frac{h}{2e}$



⇒ Strom kann auch an den Fäden geführt werden

Harter Supraleiter

Flussschläuche können sich aufgrund der Lorentzkraft im Supraleiter bewegen → Reibung → Widerstand

Durch Pinningzentren (Defekte im Metallgitter) können die Flussschläuche festgehalten werden

↳ harter Supraleiter

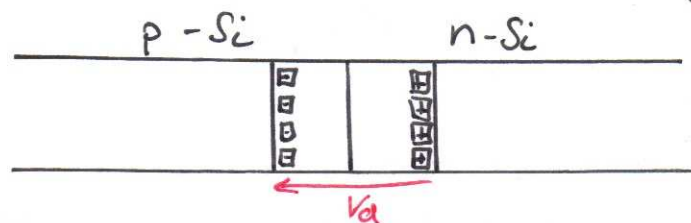
Freitextaufgabe

Welche zwei Eigenschaften sollte ein Supraleiter idealerweise besitzen, wenn dieser für einen?) supraleitende Spule zur Erzeugung hoher Magnetfelder eingesetzt werden soll? (2 Punkte)

1. Supraleiter zweiter Art
2. Pinning-Zentren

Kapitel 7: Diode / Bipolartransistor

pn-Diode: Aufbau und Ladungsverteilung



Annahme: Störstellen erschöpfung

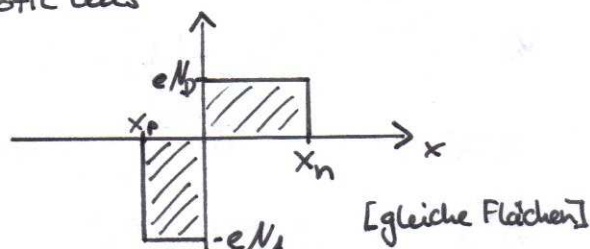
$$n_{n0} = N_D \quad \text{Majoritätsladungsträger im thermodynamischen Gleichgewicht}$$

$$p_{p0} = N_A$$

- Konzentrationsgradient treibt h^+ (Löcher) \rightarrow n-Si
- e^- (Elektronen) \rightarrow p-Si

Weitere Annahme: Wir gehen bei der entstehenden Raumladung von einem Kastenprofil aus

Annahme: Wir tun, als ob lediglich ortsfeste, ionisierte Akzeptoren & Donatoren zur RLZ beitragen



Es gilt: $N_A \cdot x_p = N_D \cdot x_n$ (Feldprofil im Potenzialtopf)

Neutralitätsbedingung besagt: Die Raumladung eines schwach dotierten Bereichs muss sich weiter ausdehnen, als die Raumladung eines höher dotierten Gebiets

Ausgehend vom Kastenprofil sind folgende Größen ermittelbar:

(aus der Poisson-Gl.)

$$\frac{\rho}{\epsilon_0 \epsilon_r} = \frac{\partial^2 \varphi}{\partial x^2}$$

ρ
 \downarrow
 E
 \downarrow
 φ

Integration

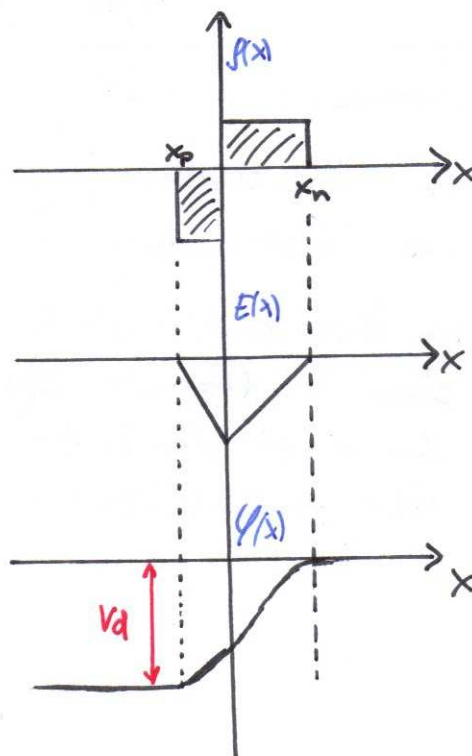
Integration

Bezugswert: $\varphi(x_n) = 0$

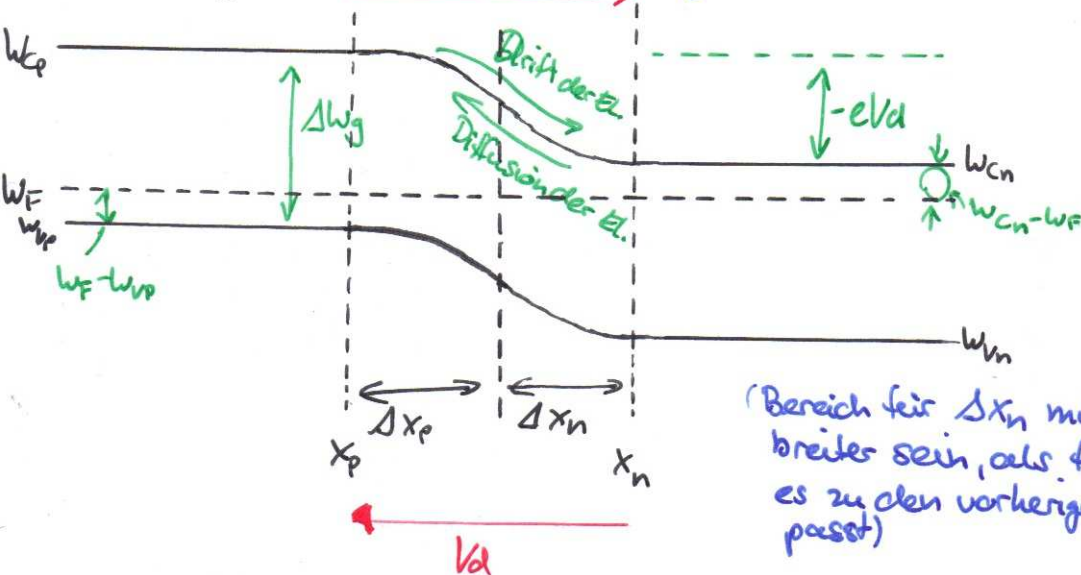
$$V_d = \varphi(x_n) - \varphi(x_p)$$

V_d := Diffusionsspannung

Sie ist im thermodynamischen Gleichgewicht nicht direkt messbar, lässt sich aber aus den bekannten Materialgrößen bestimmen



Bandendiagramm $V=0V$ (Vorspannung)



(Bereich für Δx_n müsste eigentlich breiter sein, als für Δx_p , damit es zu den vorherigen Zeichnungen passt)

V_d ermitteln anhand vorgegebener Größen aus dem Bandendiagramm

$$V_d = \frac{\Delta E_g}{e} - \left[(E_{cn} - E_F) + (E_F - E_{vp}) \right] \cdot \frac{1}{e}$$

$$n(x) = N_c \cdot e^{-\frac{(E_{cn} - E_F)}{k_B T}}, \quad p(x) = N_v \cdot e^{-\frac{(E_F - E_{vp})}{k_B T}}$$

$$\Rightarrow E_{cn} - E_F = k_B T \cdot \ln\left(\frac{N_c}{n_0}\right) \quad \text{mit } p_0 = N_A, \quad n_0 = N_D$$

$$E_F - E_{vp} = k_B T \cdot \ln\left(\frac{N_v}{p_0}\right)$$

$$\frac{\Delta E_g}{e} = \frac{k_B T}{e} \ln\left(\frac{N_c N_v}{n_i^2}\right)$$

$$V_d = \frac{k_B T}{e} \ln\left(\frac{p_0}{p_{n0}}\right) = \frac{k_B T}{e} \ln\left(\frac{n_{n0}}{n_{p0}}\right)$$

(Diagramm S. 2 im Skript)

Störstellenerschöpfung: $p_{p0} = N_A, \quad n_{n0} = N_D$

und Massenwirkungsgesetz $n_{p0} = \frac{n_i^2}{p_{p0}}, \quad p_{n0} = \frac{n_i^2}{n_{n0}}$

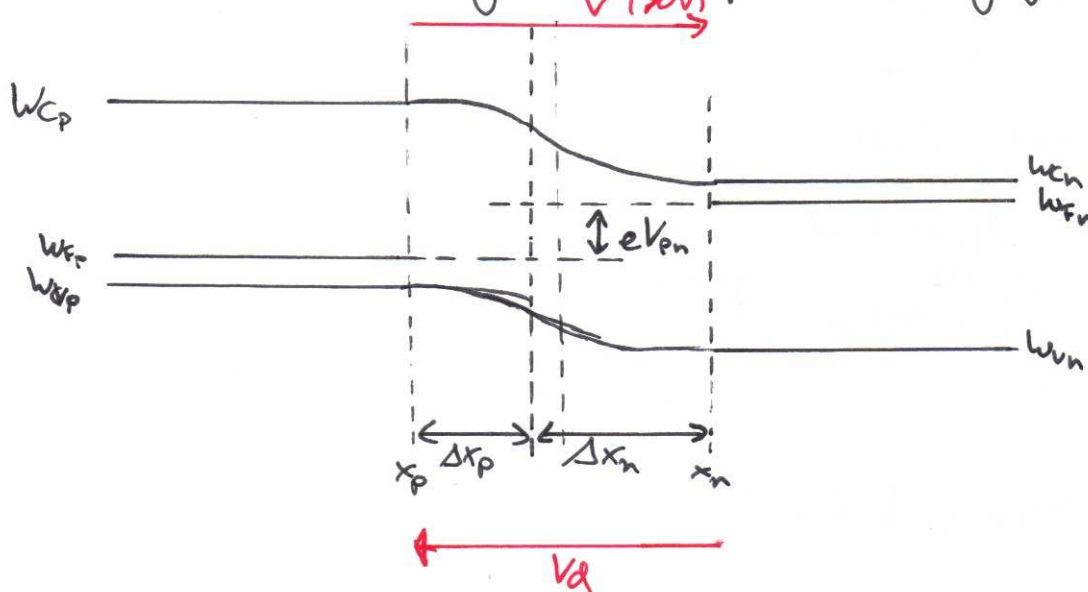
im Gleichgewicht ist das Produkt aus e^- und h^+ überall gleich dem Quadrat der Eigenleitungsdichte

Am Rande der RLZ sind die Trägerdichten gleich den Gleichgewichtsdichten

-2-

Banddiagramm $V > 0V$

Anschaulich: e^- werden in das n-Verarmungsgebiet gedrückt.
Analog h^+ in das p-Verarmungsgebiet



nicht mehr im Gleichgewicht! Erkennbar am Sprung der Fermienergie

Shockley-Annahmen (#1-#4 in Skript [S.6])

↳ Formelsammlung!

Bänderdiagramme / Konzentrationsprofile $V > 0V$
(S.3)

Die RLZ ändert sich kaum mit V

$$\text{aus } \frac{n_{p0}}{n_{n0}} = \frac{p_{n0}}{p_{p0}} = e^{-\left(\frac{eV_d}{k_B T}\right)}$$

$$\text{wird nun: } \frac{n_p(x_p)}{n_n} = \frac{p_n(x_n)}{p_p} = e^{-\left(\frac{V_d - V}{V_T}\right)} \quad \text{mit } V_T = \frac{k_B T}{e} \quad (\text{Thermospannung})$$

durch #3 (Schwache Injektion von Minoritäten, d.h.
 V stört p_{p0} & n_{n0} nicht)

$$\frac{n_p(x_p)}{n_{n0}} = \frac{p_n(x_n)}{p_{p0}} = e^{-\left(\frac{V_d - V}{V_T}\right)}$$

nimmt man den stromlosen Fall als Bezugspunkt,
so lässt sich die Änderung der Minoritäten an der RLZ berechnen

$$p_n(x_n) = p_{n0} \cdot e^{\left(\frac{V}{V_T}\right)}$$

$$n_p(x_p) = n_{p0} \cdot e^{\left(\frac{V}{V_T}\right)} \quad \text{Gesetz des pn-Übergangs}$$

$$\Delta p_n(x_n) = p_n(x_n) - p_{n0}$$

$$\Delta n_p(x_p) = n_p(x_p) - n_{p0}$$

Überschusskonzentration

$$\Delta p_n(x > x_n) = \Delta p_n(x_n) \cdot e^{-\left(\frac{x-x_n}{L_p}\right)}$$

auf der Seite der RLZ

$$\Delta n_p(x_p > x) = \Delta n_p(x_p) \cdot e^{-\left(\frac{x_p-x}{L_n}\right)}$$

$$L_i = \sqrt{D_i \cdot \tau_i}$$

Bandendiagramm $V < 0V$

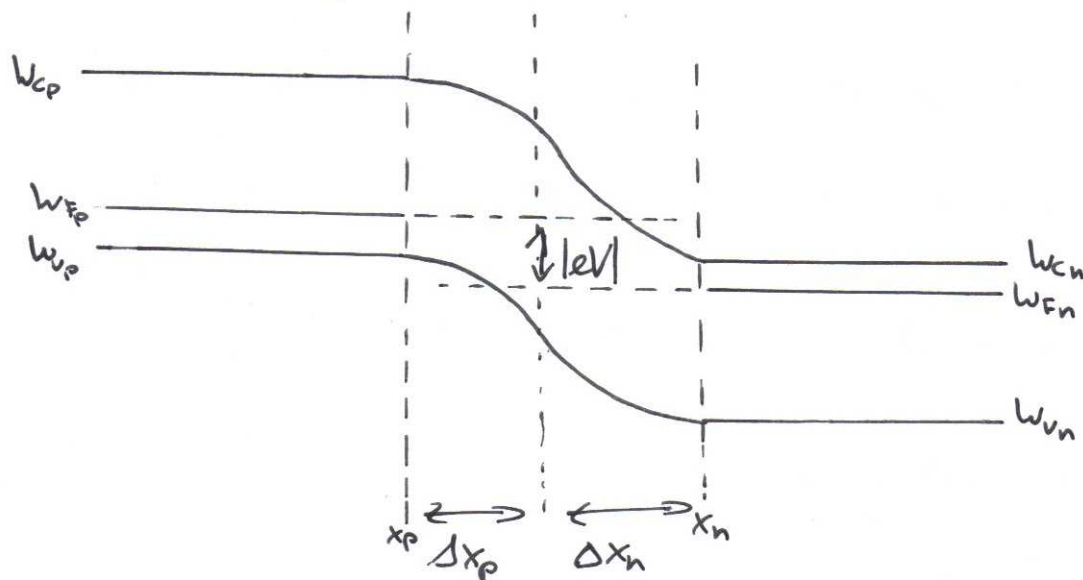


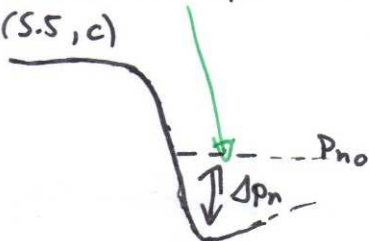
Diagramm aus dem Skript (S.5)

nur eine Absenkung der Minoritäten um den Faktor $e^{-\frac{V}{V_T}}$

Das interne Feld wird verstärkt und somit auch der Driftstrom

→ Verringerung der Ladungsträgerdichte in der RLZ → verstärkte Generation, da der Gleichgewichtszustand angestrebt wird

(S.5, c)



Analog zur $V > 0V$:

$$p_n(x_n) = p_{n0} \cdot e^{\frac{V}{V_T}}$$

$$n_p(x_p) = n_{p0} \cdot e^{\frac{V}{V_T}}$$

Strom-Spannungskennlinie (S. 9 Skript)

Diagramm

(#4: Rekombinationsprozesse in der RLZ vernachlässigbar [S. 6])

Intuitiv: Der Gradient von $\Delta p_n(x_n) = p_n(x_n) - p_{n0}$

$$\Delta n_p(x_p) = n_p(x_p) - n_{p0}$$

ist für den resultierenden Strom verantwortlich

Der Strom durch die Diode lässt sich formell in Diffusions- und Driftanteil aufteilen.

$$I(x) = I_{p, \text{diff}} + I_{p, \text{drift}} + I_{n, \text{drift}} + I_{n, \text{diff}}$$

$$(I(x) = J(x) \cdot A)$$

nach Shockley #1: die Spannung fällt über der RLZ ab

$$E(x_p) = E(x_n) \approx 0 \text{ und } n_p \ll p_p, \text{ sowie } p_n \ll n_n$$

$$\Rightarrow \text{es kann } J_{n, \text{drift}}(x), \text{ bzw. } J_{p, \text{drift}}(x)$$

vernachlässigt werden (bzw. \Rightarrow der jeweilige Strom vernachlässigbar)

Da weiterhin $J_{\text{ges}}(x)$ konstant, Elektronen und Gitterströme stetige Funktionen sind und nach Shockley #4 Elektronenströme sowie Löcherströme konstant sind, kann der Gesamtstrom durch die Diode ausgehend von $J_{p, \text{diff}}(x_n)$ und $J_{n, \text{diff}}(x_p)$ berechnet werden.

$$J_{\text{ges}}(x) = J_{p, \text{diff}}(x_n) + J_{n, \text{diff}}(x_p) \quad (\text{mit } I(x) = J(x) \cdot A)$$

Wir wissen, dass $J_{p, \text{diff}} = -e D_p \cdot \frac{d \Delta p_n}{dx}$ ist

$$J_{p, \text{diff}} = \frac{e D_p}{L_p} \frac{n_i^2}{N_A} \left[e^{\frac{V}{V_T}} - 1 \right]_{x=x_n}$$

$$\text{Analog: } J_{n, \text{diff}} = \frac{e D_n}{L_n} \frac{n_i^2}{N_D} \left[e^{\frac{V}{V_T}} - 1 \right]_{x=x_p}$$

$$J_{\text{ges}} = J_{n, \text{diff}} + J_{p, \text{diff}} = \left(\frac{e D_n}{L_n N_D} + \frac{e D_p}{L_p N_A} \right) n_i^2 \left[e^{\frac{V}{V_T}} - 1 \right]$$

Sperrsättigungsstrom
(enthält die Fläche)

Gleichrichtfunktion

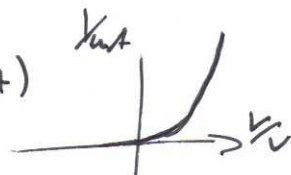
$$I(V) = J \cdot A$$

Sperrsättigungsstrom I_0

Temp. abh.

$$-\left(\frac{e D_n}{L_n N_D} + \frac{e D_p}{L_p N_A} \right) n_i^2 \cdot A = I_0$$

Diagramm S. 9 (Skript)



3.2 Bipolartransistor

Definition der Spannungen und Ströme

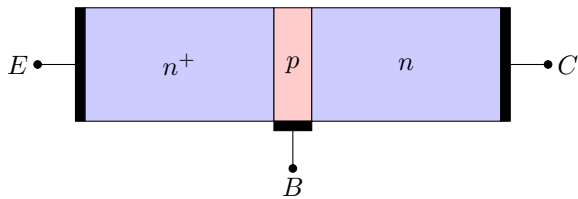


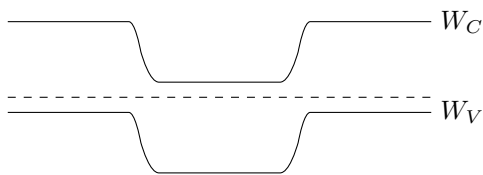
Abb. 7-27 Skizze mit Strömen und Spannungen (S.30)

Abb. 7-28 Tabelle mit Spannungsvorzeichen (S.30)

3.2.1 Spannungloser Zustand

Abb. 7-30 Ladungsträgerkonzentrationen, Bänderdiagramm (S.32)

npn-Bipolartransistor:



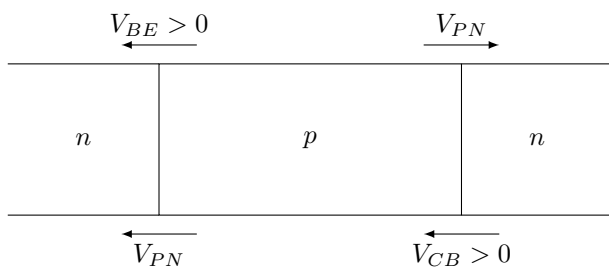
$$n_i^2 = n \cdot p$$

Effektive Basisbreite

$$w = \Delta x_B - \Delta x_{BE[B]} - \Delta x_{CB[B]}$$

3.2.2 Normalbetrieb

Abb. 7-31 Ladungsträgerkonzentrationen, Bänderdiagramm (S.33)



$$\begin{aligned} p(x_E) &= p_{E0} \cdot \exp\left(\frac{V_{BE}}{V_T}\right) \\ n(x_{B[E]}) &= n_{B0} \cdot \exp\left(\frac{V_{BE}}{V_T}\right) \\ n(x_{B[C]}) &= n_{B0} \cdot \exp\left(-\frac{V_{CB}}{V_T}\right) \\ p(x_C) &= p_{C0} \cdot \exp\left(-\frac{V_{CB}}{V_T}\right) \end{aligned}$$

3.2.3 Stromfluss

Abb. 7-34 Ströme (S.36)

1. BE-Diode: Durchlassrichtung
2. dünne Basis: Kaum Rekombination

3. Großteil der Elektronen erreicht den Kollektor
4. weniger Löcher wg. Dotierungsunterschied

3.2.4 Zählfeilkonvention

Abb 7-32 Ströme (S.34)

$$I_E = I_{nE} + I_{pE}$$

$$I_C = I_{nC} + I_{pC}$$

3.2.5 Betriebsarten

Abb. 7-37 Betriebsarten (S.38)

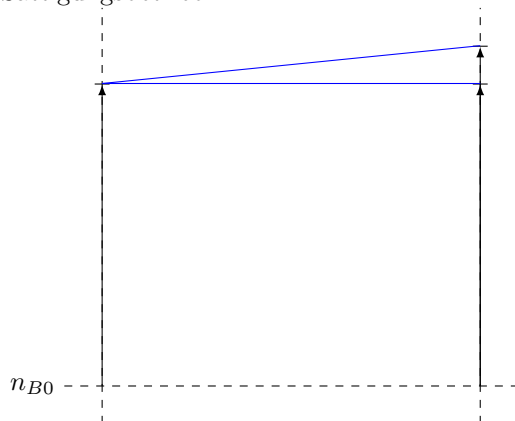
3.2.6 Basis-Neutralgebiet

Abb 7-33 Lineare Auftragung der Basis (Diffusionsdreieck) (s.35)

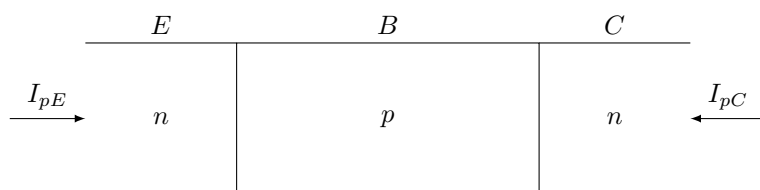
(Die entscheidende Folie für die Funktionsweise des Bipolartransistors)

Konzentrationsgradient \rightarrow Diffusion \rightarrow Strom

Sättigungsbetrieb:



3.2.7 Ströme durch die Basis



Löcherströme: Richtung Emitter bzw. Kollektor: \rightarrow wie PN-Diode

$$I_{pE} = -\frac{eD_p n_i^2 A}{L_p N_{D,E}} \left[\exp\left(\frac{V_{BE}}{V_T}\right) - 1 \right]$$

$$I_{pC} = -\frac{eD_p n_i^2 A}{L_p N_{D,C}} \left[\exp\left(-\frac{V_{CB}}{V_T}\right) - 1 \right]$$

Elektronenströme: DGL

$$\frac{\partial^2 (n(x) - n_{B0})}{\partial x^2} = \frac{n(x) - n_{B0}}{L_n^2}$$

Man erhält $n(x)$

$$I_{nE} = eD_n A \left. \frac{\partial (n(x) - n_{B0})}{\partial x} \right|_{x=x_{B[E]}}$$

$$I_{nC} = -eD_nA \left. \frac{\partial(n(x) - n_{B0})}{\partial x} \right|_{x=x_{B[C]}}$$

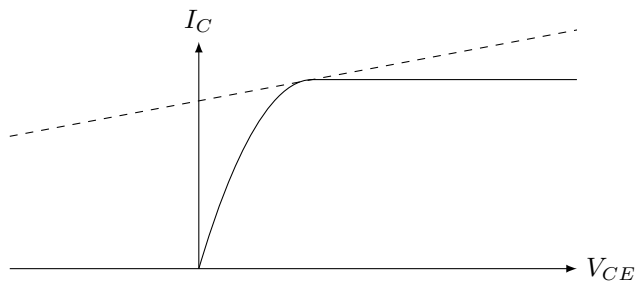
3.2.8 Grundsaltungen

Abb. 7-43 Grundsaltungen (S.46)

Abb. 7-45 Eingangskennlinie und Ausgangskennlinie Emitterschaltung (S.48)

3.2.9 Early-Effekt

Abb. 7-46 Early Effekt (S.48)



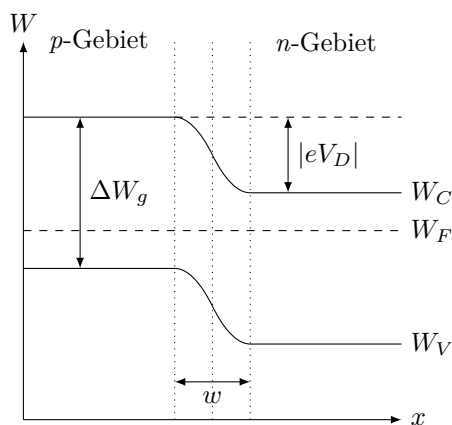
3.2.10 Fragenteil

Wie sind die Basis-Emitter-Diode (BE) und die Kollektor-Basis-Diode (CB) im Normalbetrieb in einem *npn*-Bipolartransistor gepolt? (2 Punkte)

BE: Durchlassbereich, CB: Sperrbereich

3.3 Klausuraufgabe

a)



b) FS:

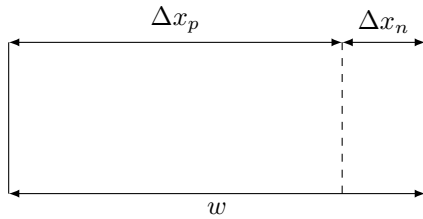
$$w = \sqrt{\frac{2\epsilon_0\epsilon_{r,SC}}{e} (V_D - V) \left(\frac{1}{N_A} + \frac{1}{N_D} \right)}$$

$$\stackrel{(1)}{\Leftrightarrow} \epsilon_{r,SC} = \frac{w^2 e}{2\epsilon_0 (V_D - \underbrace{V}_0) \left(\frac{1}{N_A} + \frac{1}{N_D} \right)}$$

$$V_d \stackrel{(1)}{=} \frac{kT}{e} \ln \left(\frac{N_D N_A}{n_i^2} \right) = 0,94 \text{ V}$$

$$\stackrel{(1)}{\Rightarrow} \epsilon_{r,SC} = 11,7$$

c)



Ladungsneutralität:

$$\begin{aligned}
 N_A \Delta x_p &= N_D \Delta x_n \\
 w &= \Delta x_p + \Delta x_n \\
 \Rightarrow W &= \Delta x_p \left(1 + \frac{N_A}{N_D} \right) \\
 \Delta x_p &= \frac{2}{1 + \frac{N_A}{N_D}} = 0,0441 \mu\text{m} \\
 \Delta x_n &= w - \Delta x_p = 0,011 \mu\text{m}
 \end{aligned}$$

d) FS: Einstein-Beziehung

$$D_x = \frac{kT}{e} \mu_x \text{ mit } z_x = 1$$

$$D_n = \frac{kT}{e} \mu_n = 25,83 \text{ cm}^2/\text{s} \quad (1)$$

$$D_p = \frac{kT}{e} \mu_p = 12,92 \text{ cm}^2/\text{s} \quad (1)$$

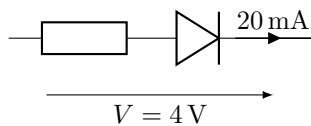
e)

$$J = \underbrace{\left(\frac{eD_n}{L_n N_A} + \frac{eD_p}{L_p N_D} \right)}_{=I_S/A} n_i^2 \left[\exp \left(\frac{V_{\text{Diode}}}{kT/e} \right) - 1 \right]$$

$$I_S = e n_i^2 A \left(\frac{D_n}{L_n N_A} + \frac{D_p}{L_p N_D} \right) = 2,79 \cdot 10^{-12} \text{ A} \quad (1)$$

$$I_{\text{ges}} = I_S \left[\exp \left(\frac{V_{\text{Diode}}}{kT/e} \right) - 1 \right] \quad (1)$$

f)



$$V_R = V_{\text{Source}} - V_{\text{Diode}} = 4 \text{ V}$$

$$I_{\text{ges}} = I_S \cdot \left[\exp \left(\frac{V_{\text{Diode}}}{k_B T/e} \right) - 1 \right] = 4 \text{ V} - 0,586 \text{ V} = 3,414 \text{ V}$$

$$\begin{aligned}
 \stackrel{(1)}{\Rightarrow} V_{\text{Diode}} &= \ln \left(\frac{I_{\text{ges}}}{I_S} + 1 \right) \frac{k_B T}{e} \\
 &= 0,586 \text{ V}
 \end{aligned} \quad (1)$$

$$R = \frac{V_R}{I_{\text{ges}}} = \frac{3,414 \text{ V}}{20 \text{ mA}} = 170,7 \Omega \quad (1)$$

g) $eV > \Delta W_g = 1,1 \text{ eV}$

h)

$$[N_{PH}] = \frac{1}{s}$$

$$\begin{aligned}
 N_{PH} &= A \cdot \int_{W_{PH1}}^{W_{PH2}} n_{PH} dW_{PH} = A \cdot \frac{W_{PH2} - \Delta W_g}{2} \cdot n_{PH}(\Delta W_g) \\
 &= 1 \cdot 10^{-5} \text{ m}^2 \cdot \frac{3 \text{ eV} - 1,1 \text{ eV}}{2} \cdot 2,5 \cdot 10^{-1} 1/\text{m}^2 \text{seV} \\
 &= 2,4 \cdot 10^{-16} 1/\text{s}
 \end{aligned}$$

i)

$$I_{KO} = N_{PH} \cdot e \quad (1)$$

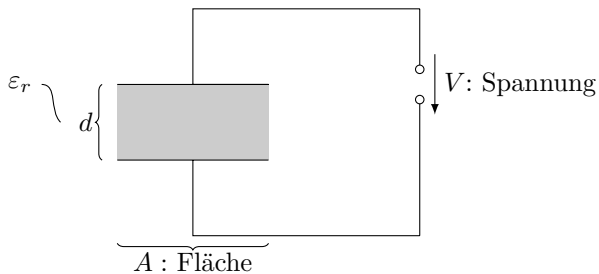
$$= 3,8 \text{ mA} \quad (1)$$

4 Dielektrika

4.1 Zusammenfassung

4.1.1 Feldgleichung

„Lineare Delektrika“ → hauptsächlich in Kondensatoren



ε_r : relative Dielektrizitätskonstante

Kapazität

$$C = \frac{Q}{V} = \frac{\text{Ladung}}{\text{Spannung}} = \varepsilon_0 \cdot \varepsilon_r \cdot \frac{A}{d}$$

el. Feldstärke:

$$E = \frac{V}{d}$$

el. Verschiebungsdichte

$$D = \frac{Q}{A} = \varepsilon_0 \varepsilon_r E$$

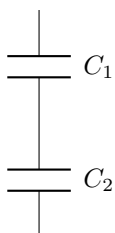
el. Polarisation:

$$P = D - \varepsilon_0 E$$

Energie:

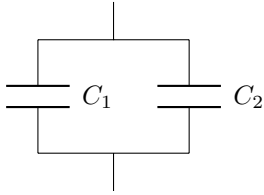
$$W = \frac{1}{2} C V^2 = \frac{1}{2} Q V = \frac{1}{2} Q^2 C$$

4.1.2 Parallel-und Reihenschaltung von Kondensatoren



Skizze von Kondensator mit geschichtetem Dielektrikum

$$\frac{1}{C_{\text{ges}}} = \frac{1}{C_1} + \frac{1}{C_2}$$



Skizze von Kondensator mit geschichtetem Dielektrikum

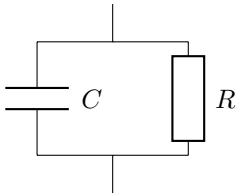
$$C_{\text{ges}} = C_1 + C_2$$

(andere Feldgleichungen entsprechende Zusammenhänge)

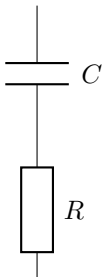
4.1.3 Begriff der Impedanz

Allgemeiner Fall (z.B. bei Restleitfähigkeit)

↪ Impedanz \underline{Z} (komplexe Größe $\underline{Z} = Z' - jZ''$)



$$\frac{1}{Z_{\text{ges}}} = \frac{1}{Z_c} + \frac{1}{R} \quad Z'_c = j\omega C$$



$$Z_{\text{ges}} = Z_C + R$$

4.1.4 Polarisationsmechanismen

Was passiert beim „Aufaden“ eines Materials im Kondensator? → Polarisationsmechanismen

Abbildung 9-11 (Wichtig!)

↪ ausschlaggebend nicht die äußeren makroskopische Felder sondern die mikroskopisch inneren Felder (Clausius-Mosotti).

4.1.5 Herleitung der Dispersion der Dielektrizitätskonstanten

Wie wird die Dispersion von ε (Frequenzabhängigkeit von ε) bestimmt?

↪ aus Schwingungsgleichung

DGL: Kräftegleichgewicht

- rücktreibende Kraft
- Reibungskraft

- Trägheitskraft

$$\varepsilon'_r = \frac{\Delta\varepsilon \left(1 - \frac{\omega^2}{\omega_0^2}\right)}{\left(1 - \frac{\omega^2}{\omega_0^2}\right) + (\omega\tau)^2} + \varepsilon_\infty$$

$$\varepsilon''_r = \frac{\Delta\varepsilon\omega\tau}{\left(1 - \frac{\omega^2}{\omega_0^2}\right) + (\omega\tau)^2} + \varepsilon_\infty$$

Abbildung 9-18 (Resonanzkurve)

4.1.6 Debey-Relaxation

Abbildung 9-23 a)

$$\tan \delta = \frac{\varepsilon''_r}{\varepsilon'_r}$$

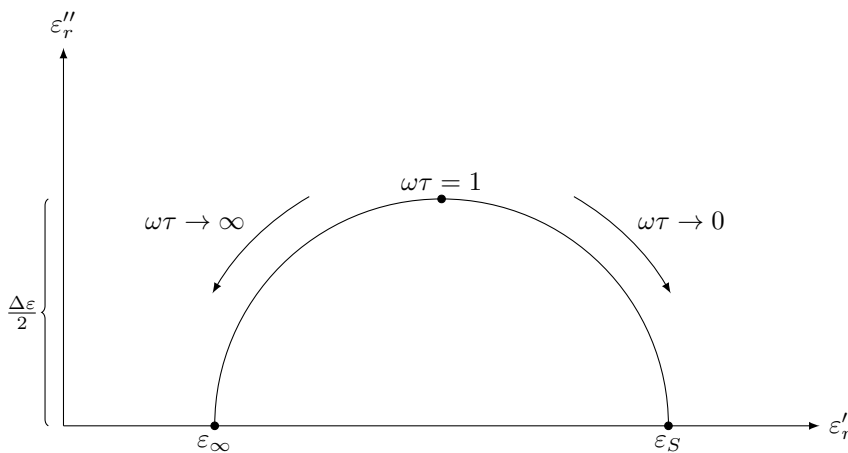
$$\varepsilon'_r = \frac{\Delta\varepsilon}{1 + \omega\tau} + \varepsilon_\infty$$

$$\varepsilon''_r = \frac{\omega\tau\Delta\varepsilon}{1 + \omega\tau}$$

$$C = \varepsilon_0(\varepsilon'_r - j\varepsilon''_r) \frac{A}{d}$$

↪ Darstellung in der komplexen Ebene (Ortskurve) wichtig!

Cole-Cole-Diagramm



4.1.7 Kramer-Kroning-Relation

$$\boxed{\varepsilon' = \varepsilon_\infty + \frac{\varepsilon''}{\omega\tau}}$$

4.1.8 Nicht-lineare Dielektrika

Bisher: linearer Fall, d.h. $\varepsilon_r = \text{const}$ (Frequenzzahl) (zumindest nicht abh. von V , E)

Allgemeiner Fall: nicht lineare Dielektrika

Unterscheidung: dielektrische Polarisation ↪ alle Stoffe

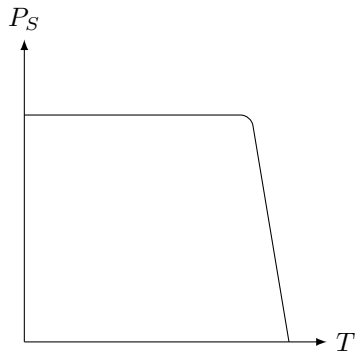
↓

piezoelektrische Polarisation: (mechanischer Druck / Zug ↪ Spannung / Polarisation) ↪ polaren Stoffe (ohne

Inversionszentrum, Ladungsschwerpunkt der positiven und negativen Gitter stimmt nicht überein)

↓

pyroelektrische Polarisation (Temperaturabh. dielektrische Polarisation)



4.1.9 Spezialfall „Ferroelektrika“

- polare Stoffe bei denen die polare Richtung im elektrischen Feld geschaltet werden kann
- $E \rightarrow P$

Abb. 9-58 Dielektrische Hysterese

Abb. 9-61 Domänen

Abb. 9-60

$T < T_C$: Ferroelektrisch

$T > T_C$: Paraelektrisch ($\varepsilon_r = \frac{C}{T - T_c}$)

BaTiO₃: $T_c \approx 130^\circ\text{C}$

Beispiele zum Fragenteil

- Curie-Temperatur
- ...

4.2 Klausuraufgabe

Einfacher Drittel: a) + b)

Mittelschwerer Drittel: c) + d)

Schwerer Drittel: e) + f)

$$d_2 = 15 \mu\text{m} = 0,015 \text{ mm}$$

$$C = 40 \text{ pF} = 40 \cdot 10^{-12} \text{ F}$$

a) a1) $n = \sqrt{\varepsilon_{r,\infty}} \Leftrightarrow \varepsilon_{r,\infty} = n^2 = 3,24$ (1 Punkt)

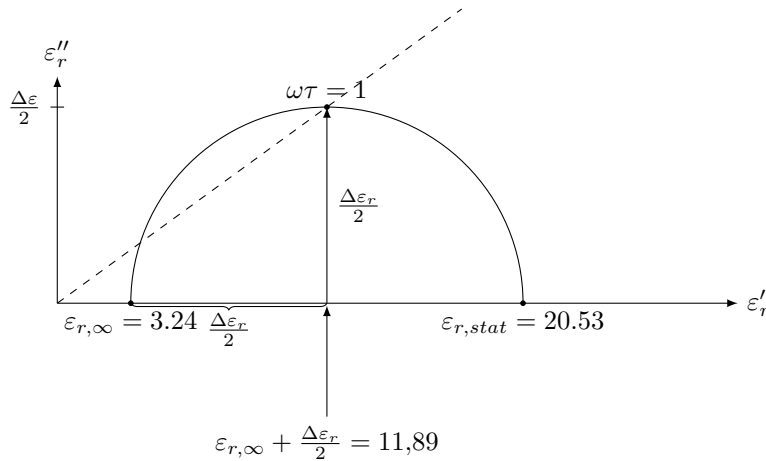
Nur Elektronenpolarisation. Wenn auch Elektronenpolarisation ausfallen würde, wäre $\varepsilon_r = 1 \rightarrow$ also nur Vakuumanteil.

a2) $C = \varepsilon_0 \varepsilon_{r,s} \frac{A}{d} \Leftrightarrow \varepsilon_{r,s} = \frac{Cd}{\varepsilon_0 A} = 20,53$ (1 Punkt)

a3) $\Delta\varepsilon = \varepsilon_{r,s} - \varepsilon_{r,\infty} = 17,29$ (1 Punkt)

a4) siehe a1)

a5)



Achsenabschnitte (1 Punkt)

Halbkreis (1 Punkt)

Radius $\frac{\varepsilon_r}{2} = 8,65$ (1 Punkt)b) $\tan \delta = \frac{\varepsilon''_r}{\varepsilon'_r}$ (1 Punkt)

$$\varepsilon'_r = \frac{\Delta\varepsilon}{1 + (\omega\tau)^2} + \varepsilon_\infty$$

$$\varepsilon''_r = \frac{\Delta\varepsilon}{2}$$

$$\tan \delta = \frac{\varepsilon''_r}{\varepsilon'_r} = \frac{\frac{\Delta\varepsilon}{2}}{\varepsilon_{r,\infty} + \frac{\Delta\varepsilon}{2}} = 0,7274$$

$$\leadsto \delta \approx 36^\circ$$

(1 Punkt)

c) $\varepsilon_{r,2} = ?$

Reihenschaltung

$$\frac{1}{C_{\text{ges}}} = \frac{1}{C_1} + 2 \frac{1}{C_2}$$

$$C_1 = \varepsilon_0 \varepsilon_{r,stat} \cdot \frac{A}{d_1}, d_1 = d - 2d_2$$

(1 Punkt)

$$C_2 = \varepsilon_0 \varepsilon_{r,stat} \cdot \frac{A}{d_2}$$

(1 Punkt)

$$\frac{1}{C_{\text{ges}}} = \frac{1}{\varepsilon_0 A} \left(\frac{d - 2d_2}{\varepsilon_{r,stat,1}} + 2 \frac{d_2}{\varepsilon_{r,stat,2}} \right)$$

$$\varepsilon_{r,stat,2} = \frac{2 \cdot C_{\text{ges}} \cdot \varepsilon_{r,stat,1} \cdot d_2}{C_{\text{ges}}(d - 2d_2) - \varepsilon_0 A \varepsilon_{r,stat,1}}$$

(1 Punkt)

$$= 8,89$$

(1 Punkt)

d) $V = 24 \text{ V} \rightarrow$ DurchschlagGeucht: kritische Feldstärke $E_{\text{krit},1}$ und $E_{\text{krit},2}$ Konstanz der Verschiebungsdichte $D = \text{const}$ (1 Punkt)

$$D = \varepsilon_0 \varepsilon_{r,stat,1} E_1 = \varepsilon_0 \varepsilon_{r,stat,2} \cdot E_2$$

$$E_1 = \frac{\varepsilon_{r,stat,2}}{\varepsilon_{r,stat,1}} E_2 = 0,356 E_2$$

$$\Rightarrow E_1 \ll E_2, E_{\text{krit},1} = 2 \cdot E_{\text{krit},2}$$

 \rightarrow Durchbruch im Material 2Gesamtspannung: $V = E_1 d_1 + 2 E_2 d_2$ Ansatz (1 Punkt)

$$E_2 = E_{\text{krit},2} = \frac{V}{\frac{\varepsilon_{r,stat,2}}{\varepsilon_{r,stat,1}}(d - 2d_2) + 2d_2}$$

(1 Punkt)

$$= 221 \frac{\text{kV}}{\text{m}} \quad (1 \text{ Punkt})$$

$$E_{1,krit} = 2 \cdot E_{krit,2} = 442 \text{ kV}$$

e) Gesamtspannung

$$V = E_1(d - 2d'_2) + 2E_2 \cdot d'_2 \quad (1 \text{ Punkt})$$

$$= \frac{\varepsilon_{r,stat,2}}{\varepsilon_{r,stat,1}} E_2(d - 2d'_2) + 2E_2 \cdot d'_2$$

$$= \frac{\varepsilon_{r,stat,2}}{\varepsilon_{r,stat,1}} E_2 d - \frac{2\varepsilon_{r,stat,2}}{\varepsilon_{r,stat,1}} E_2 d'_2 + 2E_2 d'_2 \quad (1 \text{ Punkt?})$$

$$V = \frac{\varepsilon_{r,stat,2}}{\varepsilon_{r,stat,1}} E_2 d + 2E_2 d'_2 \left(1 - \frac{\varepsilon_{r,stat,2}}{\varepsilon_{r,stat,1}}\right)$$

$$\Leftrightarrow \frac{V}{2E_2} - \frac{\varepsilon_{r,stat,2}}{\varepsilon_{r,stat,1}} \frac{d}{2} = d'_2 \left(1 - \frac{\varepsilon_{r,stat,2}}{\varepsilon_{r,stat,1}}\right)$$

$$\Rightarrow d'_2 = \frac{\frac{V}{2E_2} - \frac{\varepsilon_{r,stat,2}}{\varepsilon_{r,stat,1}} \frac{d}{2}}{\left(1 - \frac{\varepsilon_{r,stat,2}}{\varepsilon_{r,stat,1}}\right)} \quad (1 \text{ Punkt})$$

Gesucht: d'_2 für den Fall $E_2 = E_{krit,2}$

$$\Rightarrow d'_2 = 36 \mu\text{m} \quad (1 \text{ Punkt})$$

5 Magnetika

5.1 Zusammenfassung

5.1.1 Magnetische Feldgleichung

Magnetische Wirkung / Ausmaß der Wechselwirkungen eines magnetischen Feldes

Technik

magnetische Induktion $B = \mu_0 \mu_r \cdot H$

μ_r : relativer magnetischer Permeabilität

H : magnetische Feldstärke

Physik

Suszeptibilität $\chi_m = \mu_r - 1$

Magnetische Polarisation: $J = B - \mu_0 H \Rightarrow J = \mu_0 \mu_r H - \mu_0 H = (\mu_r - 1) \mu_0 H = \chi_m H$

Magnetisierung: $M = \frac{J}{\mu_0} = \sum_V \frac{p_{\text{mag}}}{V}$

magnetische Dipole werden z.B. durch Kreisströme auf der atomaren Ebene induziert

Abb 10.2

5.1.2 Typen des Magnetismus

Diamagnetismus (alle Stoffe): $H > 0 \rightarrow M < 0, J < 0$, d.h. $\mu_r < 1, \chi_m = \mu_r - 1 < 0$

Perfekter Diamagnet \rightarrow Supraleiter mit $\chi_m = -1$

ungeordnet

Abbildung 10-5

Paramagnetismus: (magnetische Dipole ungeordnet) $H > 0 \Rightarrow M > 0, J > 0$, d.h. $\mu_r > 1, \chi_m > 0$

Magnetische Ordnung

1. Ferromagnetismus $\uparrow\uparrow\uparrow\uparrow\uparrow \sum p_m \neq 0$, Fe, Co, Ni

2. Antiferromagnetismus $\uparrow\downarrow\uparrow\downarrow\downarrow \sum p_m = 0$

3. Ferrimagnetismus $\uparrow\downarrow\uparrow\downarrow\downarrow \sum p_m \neq 0$ Mn-Zn-Ferrite, Ni-Zn-Ferrite (Spinell)

Domänen: Spontan magnetisch polarisierte Bereiche

$$\chi_m = \frac{C}{T - T_\theta}$$

5.1.3 Hysterese

Abbildung 10-14, Abbildung 10-15

J_S : Sättigungspolarisation

$J_r = B_r$: Remanente Polarisation

$H_C^J > H_C^B$

Grund: Dömanenwandverschiebung: Dömanen die entlang H verlaufen vergrößern sich, die gegen H verkleinern sich

Abbildung 10-13

\rightsquigarrow Unterscheidung: weichmagnetisch $H_C < 10 \frac{\text{A}}{\text{cm}}$

hartmagnetisch (Permanentmagneten, Dauermagneten): $H_C > 10 \frac{\text{A}}{\text{cm}}$

5.1.4 Berechnung von Magnetkreisen

1. Durchflutungsgesetz:

$$\oint \vec{H} \, d\vec{l} = n \cdot I$$

z.B. $H_m l_m + H_l l_l = n \cdot I$

2. Flußführung (Konstanz des magnetischen Flusses)

$$\Phi = B \cdot A = \text{const}$$

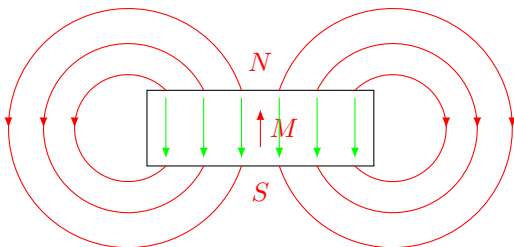
z.B. $B_m \cdot A_m = B_l \cdot A_l$

3. Materialgleichung:

$$B_m = \mu_m \cdot H_m$$

$$B_l = \mu_0 \cdot H_l$$

Permanentmagnet:



grün: H -Feld im Permanentmagneten, rot: H/B -Feld im Außenraum

Luftspalt wirkt entmagnetisierend (innere Felder H_e) \rightsquigarrow Scherung der Hysterekurve

Abbildung 10-3

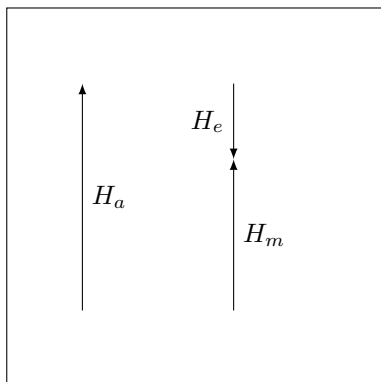


Abbildung 10-36

$$H_m = H_a - N \frac{J}{\mu_0}$$

mit Entmagnetisierungsfaktor N (geometrieabhängig)

Fragenteil: Wird Remanenz abgesenkt? Koerzitivfeldstärke geändert?

J_R wird abgesenkt, H_c bleibt

5.1.5 Arbeitsgeraden von Dauermagneten

Abbildung 10-45

Entmagnetisierungskurve

- Arbeitspunkt BH_{\max} : maximales Energieprodukt
- Herleitung der Arbeitsgerade

1. $\oint H \, dl = nI$

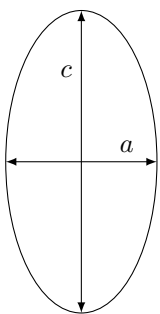
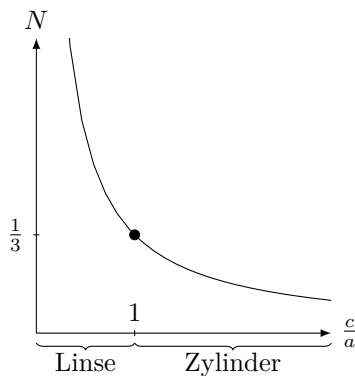
2. $\Phi = \text{const}$

3. $B = \mu_0 \mu_r H$

5.1.6 Anisotropie

Voraussetzung für Dauermagneten \rightarrow Anisotropie (Magnetisierung stabiler in einer Lage / Orientierung als in einer anderen \rightarrow Vorzugsrichtung)

1. Formanisotropie



$$\frac{c}{a} \uparrow \text{Zylinder} \Rightarrow N \downarrow$$

$$\frac{c}{a} \downarrow \text{Linse} \Rightarrow N \uparrow$$

2. Kristallanisotropie

z.B. $\text{Fe}_{14}\text{Nd}_2\text{B}$

Leichte Richtung ist entlang der längeren Gitterkonstante

Abbildung 10-58 / 10-60

Anisotropiefeldstärke H_a

Energiedichte $w = \frac{W}{V} = K_0 + K_1 \sin^2 \varphi + K_2 \sin^4 \varphi + \dots$ mit $K_1 = \frac{J_s H_a}{2}$

Stabile leichte Richtung $\frac{\partial w}{\partial \varphi} = 0$

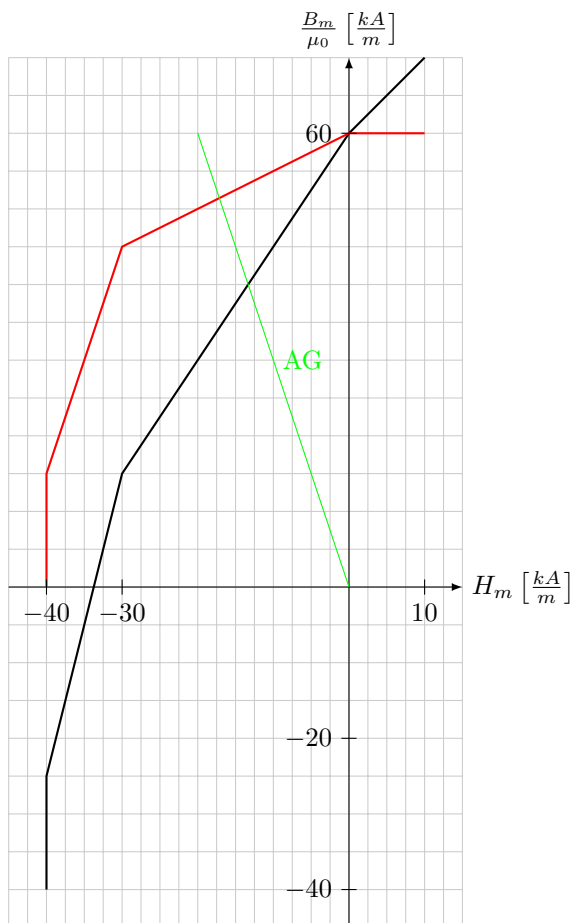
5.2 Klausuraufgabe

a) gegeben: $\frac{B_m}{\mu_0}(H_m) \rightarrow$ gesucht: $M_m(H_m)$

$$B = \mu_0(H + M)$$

$$\Rightarrow \boxed{\frac{B}{\mu_0} - H = M}$$

$H_m / \left[\frac{kA}{m} \right]$	$\frac{B_m}{\mu_0} / \left[\frac{kA}{m} \right]$	$\frac{B_m}{\mu_0} / \left[\frac{kA}{m} \right]$
100	700	600
0	600	600
-300	150	450
-400	250	150
-400	-400	0



(2 Punkte)

b) Durchflutungsgesetz

$$\oint \vec{H} d\vec{l} = 0$$

hier:

$$\cancel{H_{m, \text{weich}} l_{m, \text{weich}}} + \overbrace{H_m l_m + H_l l_l}^{D_M} = 0$$

$$\boxed{H_m l_m + H_l l_l = 0} \quad (1)$$

Flußführung: $\Phi = \text{const}$ hier:

$$\boxed{B_m A_m = B_l C A_l} \quad (2)$$

Materialgleichung:

$$\boxed{B_l = \mu_0 H_l} \quad (3)$$

Aus (1):

$$H_m = -H_l \frac{l_l}{l_m}$$

Aus (3):

$$H_l = \frac{B_l}{\mu_0}$$

Eingesetzt:

$$H_m = -\frac{B_l}{\mu_0} \cdot \frac{l_l}{l_m}$$

Aus (2) :

$$B_l = B_m \cdot \frac{A_m}{A_l}$$

Einsetzen

$$\begin{aligned} H_m &= \frac{-B_m}{\mu_0} \frac{A_m l_l}{A_l l_m} \\ \frac{B_m}{\mu_0} &= -H_m \cdot \frac{A_l l_m}{A_m l_l} \quad \frac{A_l}{A_m} = 1 \\ \Rightarrow \frac{B_m}{\mu_0} &= -H_m \cdot \frac{l_m}{l_l} \\ &= -3H_m \end{aligned}$$

(1 Punkt)

Bestimmung des AP

Geradengleichung des entsprechenden Hysteresesastes: $\frac{B_m}{\mu_0} = aH_m + b$

Ablesen: $H_m = 0 \frac{\text{kA}}{\text{m}} \rightarrow \frac{B_m}{\mu_0} = 600 \frac{\text{kA}}{\text{m}} \Rightarrow b = 600 \frac{\text{kA}}{\text{m}}$

$H_m = -300 \frac{\text{kA}}{\text{m}} \rightarrow \frac{B_m}{\mu_0} = 150 \frac{\text{kA}}{\text{m}} \Rightarrow a = \frac{3}{2}$.

Ergebnis:

$$\frac{B_m}{\mu_0} = \frac{3}{2}H_m + 600 \frac{\text{kA}}{\text{m}}$$

Gleichsetzen mit Arbeitsgerade

- $3H_m = \frac{3}{2}H_m + 600 \frac{\text{kA}}{\text{m}}$
- $\frac{9}{2}H_m = 600 \frac{\text{kA}}{\text{m}} \Rightarrow H_m = -\frac{400}{3} \frac{\text{kA}}{\text{m}} = -133,33 \frac{\text{kA}}{\text{m}}$
- $\frac{B_m}{\mu_0} = -3H_m = 400 \frac{\text{kA}}{\text{m}}$

(1 Punkt)

c) Geradengl rel. Hysterese

$$\begin{aligned} \frac{B_m}{\mu_0} &= \frac{3}{2}H_m + 600 \frac{\text{kA}}{\text{m}} \\ B_m &= \frac{3}{2}\mu_0 H_m + \mu_0 600 \frac{\text{kA}}{\text{m}} \end{aligned}$$

Max. Energieprodukt (bestimmt durch den optimalen AP)

$$B_m H_m = \frac{3}{2}\mu_0 H_m^2 + \mu_h H_m \cdot 600 \frac{\text{kA}}{\text{m}} \quad (1 \text{ Punkt})$$

$$\frac{\partial(B_m H_m)}{\partial H_m} = 0 \quad (1 \text{ Punkt})$$

$$= 3\mu_0 H_m^{\text{opt}} + \mu_0 \cdot 600 \frac{\text{kA}}{\text{m}} = 0 \quad (1 \text{ Punkt})$$

$$\Rightarrow B_m^{\text{opt}} = -200 \frac{\text{kA}}{\text{m}}$$

$$\frac{B_m^{\text{opt}}}{\mu_0} = 300 \frac{\text{kA}}{\text{m}} \quad (1 \text{ Punkt})$$

d)

$$\begin{aligned} \frac{B_m}{\mu_0} &= -H_m \cdot \frac{A_l}{A_m} \cdot \frac{l_m}{l_l} \\ \Rightarrow \frac{A_m}{A_l} &= -\frac{\mu_0 H_m}{B_m} \cdot \frac{l_m}{l_l} \\ &= 2 \end{aligned} \quad (1 \text{ Punkt})$$

Alternativ (mit Hinweis): $\frac{A_m}{A_l} = \frac{2}{3}$ e) $I = 3 \text{ A}$

Gesucht: AG

Durchflutungsgesetz:

$$\oint H_m dl \neq 0 \quad (1 \text{ Punkt})$$

$$nI = H_m l_m + H_l \cdot l_l$$

$$H_m \cdot l_m = nI - H_l l_l, \mu_0 H_l = B_l$$

$$H_m l_m = nI - \frac{B_l}{\mu_0} l_l$$

$$= nI - \frac{B_m A_m}{A_l \mu_0} \cdot l_l$$

da $B_m A_m = B_l l_l$

$$\Rightarrow H_m l_m - nI = \frac{-B_m A_m}{\mu_0 A_l} l_l \Rightarrow \frac{B_m}{\mu_0} = (nI - H_m l_m) \frac{A_l}{A_m} \frac{1}{l_l}$$

$$\frac{B_m}{\mu_0} = \frac{nI A_l}{A_m l_l} - \frac{A_l}{A_m} \frac{l_m}{l_l} H_m \quad (1 \text{ Punkt})$$

Gleiche Steigung, Achsenabschnitt ist in y -Richtung verschoben

(1 Punkt)

f) Kraft $F = \frac{1}{2} \mu_0 A_l H_l$

(1 Punkt)

Durchflutungsgesetz:

$$H_m \cdot l_m + H_l l_l = nI$$

Flußführung

$$\Phi = BA = \text{const} \Rightarrow B_m A_m = B_l A_l$$

Materialgleichung

$$B_l = \mu_0 H_l$$

$$\Rightarrow B_m A_m = \mu_0 H_l A_l$$

$$H_l = \frac{B_m A_m}{\mu_0 A_l} \Rightarrow H_m l_m + \frac{B_m A_m l_l}{\mu_0 A_l} = nI$$

$$\Rightarrow \frac{A_m}{A_l} = \frac{nI - H_m l_m}{\frac{B_m}{\mu_0} l_l}$$

(1 Punkt)

Mit $H_m = -200 \frac{\text{kA}}{\text{m}}$ und $\frac{B_m}{\mu_0} = 300 \frac{\text{kA}}{\text{m}} \Rightarrow \frac{A_m}{A_l} = 4$

$$H_l = 300 \frac{\text{kA}}{\text{m}} \cdot 4 = 1200 \frac{\text{kA}}{\text{m}}$$

(1 Punkt)

Aus Gleichung für die Kraft folgt

$$A_l = \frac{2F}{\mu_0 H_l^2} \Rightarrow A_l = 5,526 \text{ mm}^2$$

$$A_m = 4 \cdot A_l = 22,10 \text{ mm}^2$$