

# EMF 2 (IK) Rechenübung

Dominik Hölscher (Termine 1, 6)  
Wissenschaftliche Mitarbeiter am IHF (Termine 2-5, 7-11)  
Mitschrift: Marius Geis

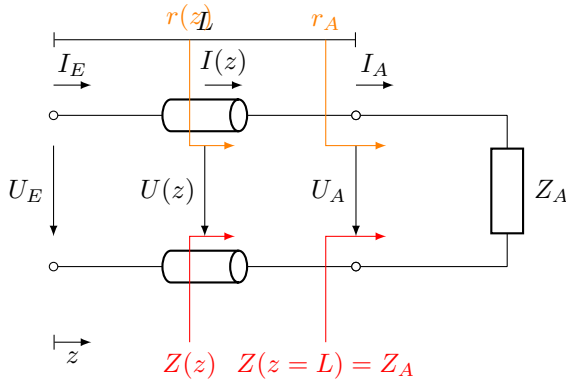
5. August 2013

## Inhaltsverzeichnis

|  |           |
|--|-----------|
| <b>Termin 1: 10.4.2012</b> . . . . .           | <b>2</b>  |
| Einführung (Reflexionsfaktor) . . . . .        | 2         |
| <b>Termin 2: 17.4.2012</b> . . . . .           | <b>3</b>  |
| Einführung (Smith-Chart) . . . . .             | 3         |
| F2009 A4 (Anpassungsschaltung) . . . . .       | 6         |
| F2009 A4 Nachtrag . . . . .                    | 7         |
| <b>Termin 3: 24.4.2012</b> . . . . .           | <b>9</b>  |
| H2006 A4 (Anpassungsschaltung) . . . . .       | 9         |
| H2007 A4 (Leitungsdiagramm, Antenne) . . . . . | 11        |
| <b>Termin 4: 8.5.2012</b> . . . . .            | <b>13</b> |
| HF1+2 F2004 A1 (Ebene Welle) . . . . .         | 13        |
| HF1+2 H2002 A2 (Ebene Welle) . . . . .         | 15        |
| <b>Termin 5: 22.5.2012</b> . . . . .           | <b>18</b> |
| F2003 A4 (Mikrostreifenleitung) . . . . .      | 18        |
| H2002 A4 (TEM-Leitung) . . . . .               | 19        |
| <b>Termin 6: 5.6.2012</b> . . . . .            | <b>22</b> |
| Einführung (Streuparameter) . . . . .          | 22        |
| <b>Termin 7: 12.6.2012</b> . . . . .           | <b>26</b> |
| H2010 A3 (Streumatrix, Glasfaser) . . . . .    | 26        |
| F2009 A5 (Streumatrix) . . . . .               | 27        |
| <b>Termin 8: 19.6.2012</b> . . . . .           | <b>30</b> |
| H2010 A2 (Hohlleiter) . . . . .                | 30        |
| H2006 A6 (Hohlleiterdrehkupplung) . . . . .    | 32        |
| <b>Termin 9: 26.6.2012</b> . . . . .           | <b>34</b> |
| <b>Termin 10: 3.7.2012</b> . . . . .           | <b>35</b> |
| F2008 A6 (Glasfaser) . . . . .                 | 35        |
| F2003 A5 (Glasfaser) . . . . .                 | 36        |
| F2002 A6 (Glasfaser) . . . . .                 | 37        |
| <b>Termin 11: 19.7.2012</b> . . . . .          | <b>39</b> |
| H2011 A1 (Leitungsnetzwerk, Antenne) . . . . . | 39        |
| H2011 A2 (Mikrostreifenleitung) . . . . .      | 40        |
| H2011 A3 (Streumatrix, Glasfaser) . . . . .    | 41        |

## Termin 1: 10.4.2012

### Einführung (Reflexionsfaktor)



$$U_E = U(z=0)$$

$$U_A = U(z=L)$$

$$U(z) = U_p(z) + U_r(z)$$

$$I(z) = I_p(z) + I_r(z)$$

$$\frac{U_p(z)}{I_p(z)} = Z_L$$

$$\frac{U_r(z)}{-I_r(z)} = Z_L$$

$$Z(z) = \frac{U(z)}{I(z)} = \frac{U_p(z) + U_r(z)}{I_p(z) + I_r(z)} = \underbrace{\frac{U_p(z)}{I_p(z)}}_{=Z_L} \cdot \frac{1 + \frac{U_r(z)}{U_p(z)}}{1 + \frac{I_r(z)}{I_p(z)}} = Z_L \cdot \frac{1 + r(z)}{1 - r(z)}$$

$$r(z) = \frac{Z(z) - Z_L}{Z(z) + Z_L} = \frac{\frac{Z(z)}{Z_L} - 1}{\frac{Z(z)}{Z_L} + 1} = \frac{z(z) - 1}{z(z) + 1}$$

$$U_p(z) = U_p(z=0) \cdot e^{-j\beta z}$$

$$U_r(z) = U_r(z=0) \cdot e^{+j\beta z}$$

$$\Rightarrow r(z) = r(z=0) \cdot e^{+2j\beta z}$$

$$r(z=0) = r(z=L) \cdot e^{-j2\beta L}$$

### Smith-Chart

$$r(z) = \frac{z(z) - 1}{z(z) + 1} \text{ mit } z(z) = \frac{Z(z)}{Z_L}$$

### Smith-Chart Erklärung...

$$\begin{aligned} Z_E &= \frac{U_E}{I_E} = \frac{U_{E_p} + U_{E_r}}{I_{E_p} + I_{E_r}} = \underbrace{\frac{U_{E_p}}{I_{E_p}}}_{Z_L} \cdot \frac{1 + r(z=0)}{1 - r(z=0)} \\ &= Z_L \cdot \frac{1 + r(z=L) \cdot e^{-2j\beta L}}{1 - r(z=L) \cdot e^{-2j\beta L}} \\ &= Z_L \cdot \frac{1 + \frac{Z_A - Z_L}{Z_A + Z_L} \cdot e^{-2j\beta L}}{1 - \frac{Z_A - Z_L}{Z_A + Z_L} \cdot e^{-2j\beta L}} = Z_L \cdot \frac{\frac{Z_A}{Z_L} + j \tan \beta L}{1 + j \frac{Z_A}{Z_L} \tan \beta L} \end{aligned}$$

## Termin 2: 17.4.2012

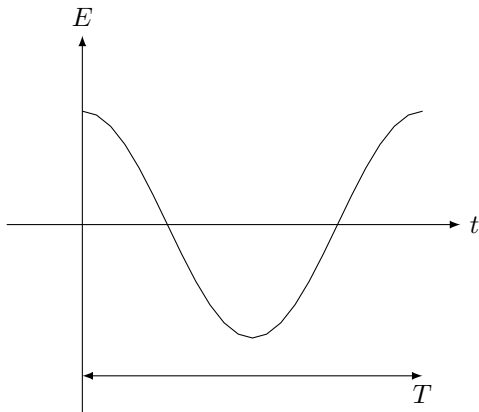
### Einführung (Smith-Chart)

Alireza Ajami  
 ajami@ihf.rwth-aachen.de  
 EG. Raum 333

Komplexe Zeigerdarstellung:

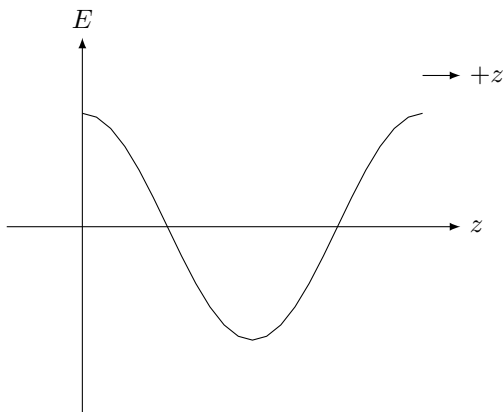
$$E = E_0 \cos(\omega t + \varphi)$$

$$E = \operatorname{Re}\{E_0 e^{j\omega t} e^{j\varphi}\}$$



Räumlicher Phasor

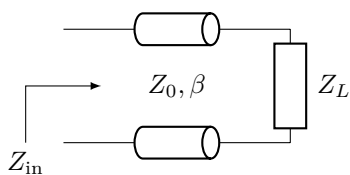
$$E = \operatorname{Re}\{E_0 e^{-j\beta z}\}$$



Räumlich und zeitlicher Phasor

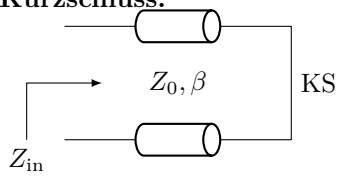
$$E = \operatorname{Re}\{E_0 \cdot e^{\gamma z + j(\omega t + \varphi)}\}$$

mit  $\gamma = \alpha + j\beta$



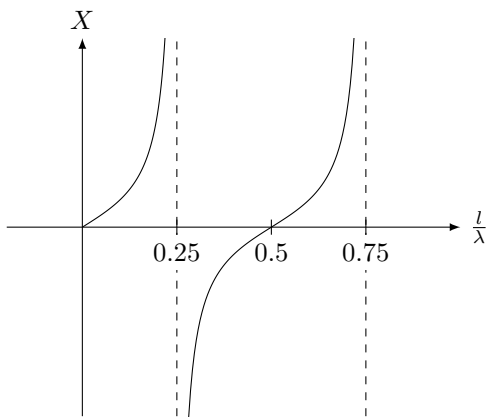
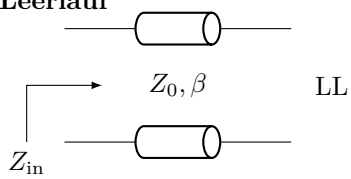
$$Z_{\text{in}} = Z_0 \cdot \frac{Z_L + jZ_0 \tan \theta}{Z_0 + jZ_L \tan \theta}$$

$$\theta = \beta l$$

**Kurzschluss:**

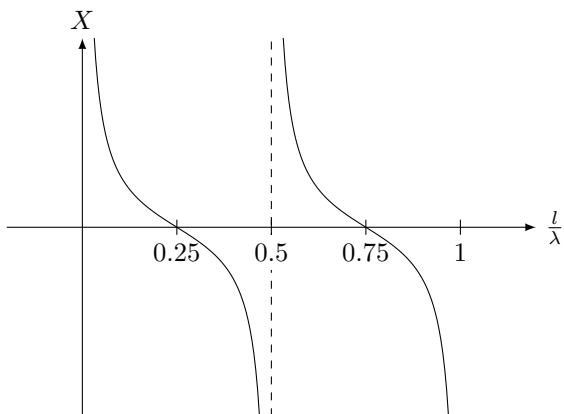
$$Z_{\text{in}} = jZ_0 \tan \theta = jX$$

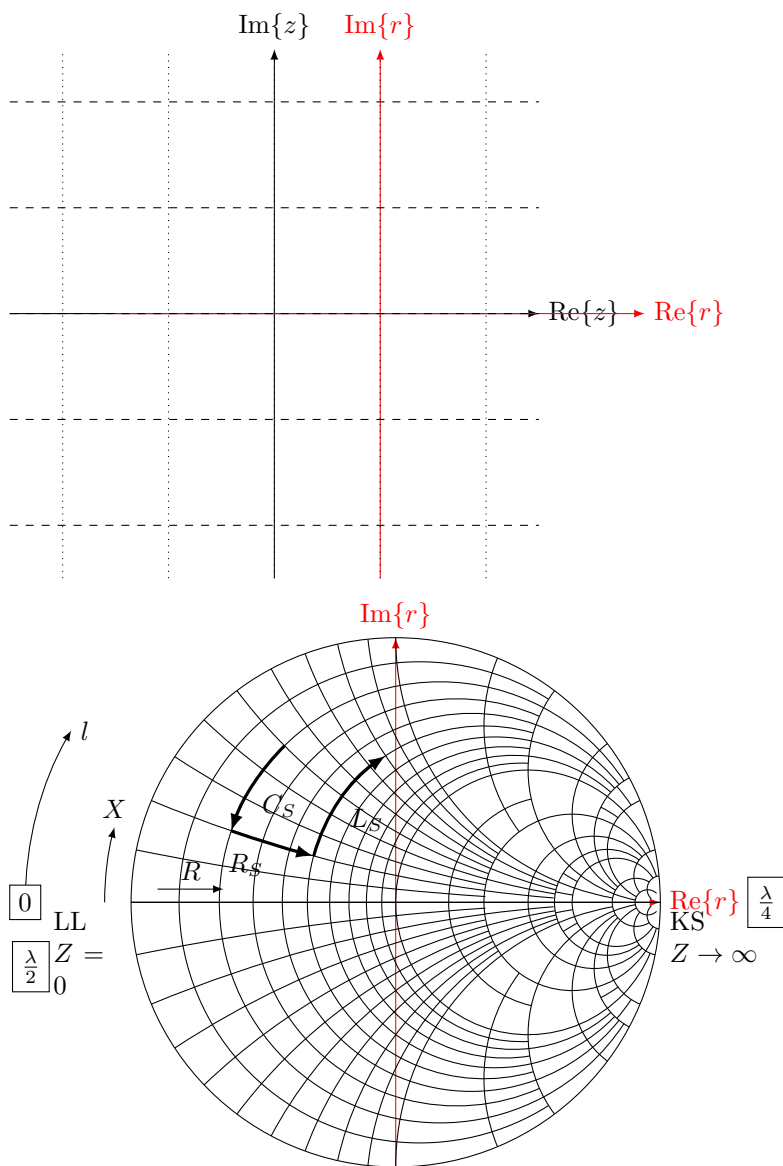
$$r = -1$$

**Leerlauf**

$$Z_{\text{in}} = -jZ_0 \cot \theta = jX$$

$$r = 1$$



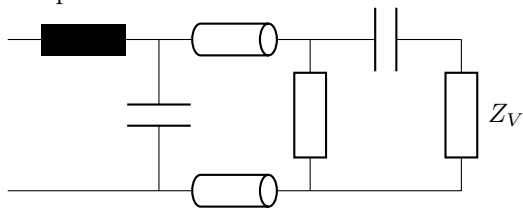


$Z = R + jX$  (Impedanz)

Admittanzchart: Drehe um  $180^\circ$ , Vertausche  $Z = R + jX \rightarrow Y = G + jB$ . Change all labels accordingly.

$Y = G + jB$  (Admittanz)

Beispiel für Smith-Chart:



**F2009 A4 (Anpassungsschaltung)**

$$4.1.1 \quad Z_i(f_1) = 10 - j20$$

$$P_{\text{verf.}}(f_1) = \frac{|U_{q1}|^2}{8 \operatorname{Re}\{Z_i(f_1)\}} = \frac{|10|^2}{8 \cdot 10} = 1,25 \text{ W}$$

$$Z_i(f_2) = 10 - j40$$

$$P_{\text{verf.}}(f_2) = \frac{|U_{q2}|^2}{8 \operatorname{Re}\{Z_i(f_2)\}} = \frac{|1|^2}{8 \cdot 10} = 12,5 \text{ mW}$$

$$Z_i(f_3) = 10 - j60$$

$$P_{\text{verf.}}(f_3) = \frac{|U_{q3}|^2}{8 \operatorname{Re}\{Z_i(f_3)\}} = \frac{|2|^2}{8 \cdot 10} = 50 \text{ mW}$$

4.1.2  $\lambda/4$  Leitung macht aus einem Leerlauf einen Kurzschluss und aus einem Kurzschluss einen Leerlauf

$$L_2 = \frac{\lambda_2}{4} = \frac{\lambda_0}{4 \cdot 2} = \frac{c_0}{8f_2} = 37,5 \text{ mm}$$

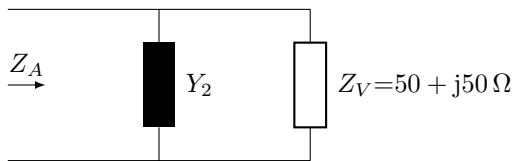
$$\beta = 2 \frac{\omega}{c_0} = 2\beta_0 = 2 \frac{2\pi}{\lambda_0}$$

$$\beta = \frac{2\pi}{\lambda}$$

$$\Rightarrow \lambda = \frac{\lambda_0}{2}$$

$$4.1.3 \quad L_3 = \frac{\lambda_3}{2} = \frac{\lambda_{0,3}}{2 \cdot 2} = \frac{c_0}{4f_3} = 50 \text{ mm}$$

4.1.4 Aufgabenstellung bezieht sich auf  $f_1$



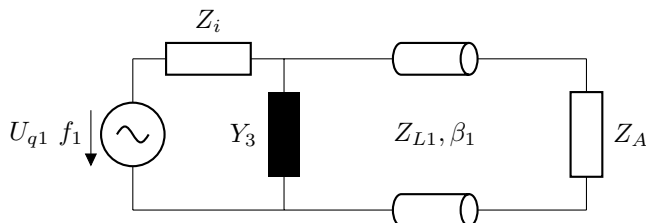
$$Y_V = \frac{1}{Z_V} = 0,01 - j0,01$$

$$Y_2 = j \frac{1}{Z_{L2}} \underbrace{\tan(\beta_1 L_2)}_1 = j \frac{1}{Z_{L2}}$$

$$\beta_1 L_2 = 0,785 = \frac{\pi}{4}$$

$$j \frac{1}{Z_{L2}} = j0,01 \Rightarrow Z_{L2} = 100 \Omega$$

4.1.5



$$Z_A = \left( Y_2 + \frac{1}{Z_V} \right)^{-1}$$

$$= 50 \cdot \frac{(1 + j)}{(0,01j)(50 + j50) + 1} = 100 \Omega$$

$$4.1.6 \quad (1) \quad R_N = Z_{L1} = 50 \Omega$$

$$(2) \quad \text{Start} = \frac{Z_A}{R_N} = 2$$

- (3)  $Z \rightarrow Y$   
 (4) Einzeichnen der  $Z_i^*$  (Zielpunkt  $Z_i^* = \frac{10}{50} + j\frac{20}{50} = 0.2 + j0.4$ )  
 (5)  $Z \rightarrow Y$  (inv. Zielpunkt  $Y_i^* = \frac{1}{Z_i^*}$ )  
 (6) wir möchten von 3 nach 5 gehen.  
 • Einzeichnen von 2 Kreisen mit Schnittpunkten (3) und (5)  
 (7) Transformation des Punktes (3) über die Leitung bis zum invertierten Zielkreis (2 Schnittpunkte)  
 (8) Variante a)

$$Y_3 R_N = -j \frac{R_N}{Z_{L3}} \underbrace{\cot(\beta_1 L_3)}_{0,577} = -j \frac{R_N}{Z_{L3}} \cdot 0,577$$

$$\frac{L_1}{\lambda_1} = 0,152$$

$$\lambda_1 = \frac{\lambda_{01}}{2} \Rightarrow \frac{L_1}{\lambda_1} = \frac{2L_1}{\lambda_{01}} = 0,152$$

$$\Rightarrow L_1 = 45,6 \text{ mm}$$

$$Y_3 R_N = j(-2,1 - 0,7) = -j2,8 = -j \frac{50 \cdot 0,577}{Z_{L3}}$$

$$Z_{L3} = \frac{0,577 \cdot 50}{2,8} = 10,3 \Omega$$

Variante b)

$$\left. \begin{array}{l} \frac{L_1}{\lambda_1} = 0,348 \\ \lambda_1 = \frac{\lambda_{01}}{2} \end{array} \right\} \Rightarrow L_1 = 104,4 \text{ mm}$$

$$Y_3 R_N = j \underbrace{(-2,1 - (-0,7))}_{\text{Ablesen SC}} = -j1,4 = -j \frac{50 \cdot 0,577}{Z_{L3}} \Rightarrow Z_{L3} = 20,6 \Omega$$

$$(9) \quad I_K(f_3) = \frac{U_{q,3}}{Z_i} = \frac{2}{10 - j60} = 0,032 \cdot e^{j1.4}$$

$$|I_K(f_3)| = 32 \text{ mA}$$

$$(10) \quad U_G = \frac{Z_i^*}{Z_i^* + Z_i} U_{q1} = \frac{Z_i^*}{2 \operatorname{Re}\{Z_i\}} U_{q1} \\ = 5 \text{ V} \cdot (1 + j2)$$

$$|U_G| = 11,18 \text{ V}$$

$$I_V = ?$$

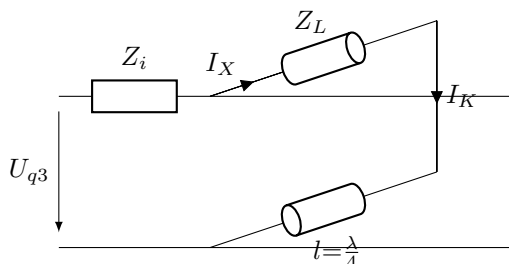
$$P_{\text{verf}} = \frac{|I_v|^2 \operatorname{Re}\{Z_V\}}{2}$$

$$|I_V| = \sqrt{\frac{2P_{\text{verf}}}{\operatorname{Re}\{Z_i\}}} = \sqrt{\frac{2 \cdot 1,25}{50}} = 0,224 \text{ A aus 4.1.1}$$

Smith-Chart zur Aufgabe wird hochgeladen

## F2009 A4 Nachtrag

Nachtrag / Korrektur #1:



$$I_X = \frac{U_{q3}}{Z_i} = 0.032 \cdot e^{j1.4}$$

$$I_K = I_X \cdot e^{-j\pi} = 0.032e^{j(1.4-\pi)} = -0.032e^{j1.4}$$

Nachtrag #2:

Zu F09: Es ist nach  $|I_V|$  gefragt, nicht nach  $I_V$

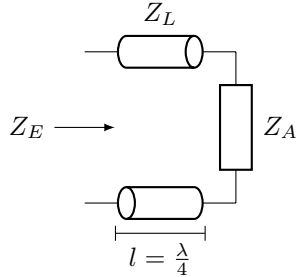


## Termin 3: 24.4.2012

### H2006 A4 (Anpassungsschaltung)

4.1.1  $Z_{in} = Z_L$  (unendlich lang  $\rightarrow$  keine Reflexion)

4.1.2 Ein  $\frac{\lambda}{4}$ -Transformator transformiert eine Impedanz  $Z_A$  gemäß der Vorschrift  $Z_E = \frac{Z_L^2}{Z_A}$



4.1.3  $P_{\text{verf}} = \frac{|U_q|^2}{8 \operatorname{Re}\{Z_i\}}$

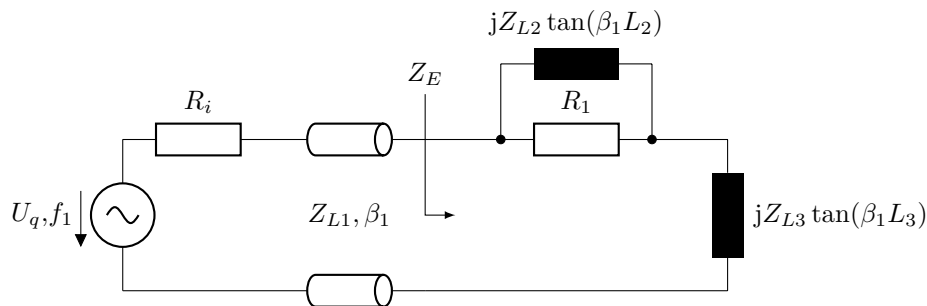
4.1.4  $P = \frac{1}{2} \frac{|U|^2}{\operatorname{Re}\{Z\}}$

4.2.1  $L_2 = \frac{\lambda_2}{2}$

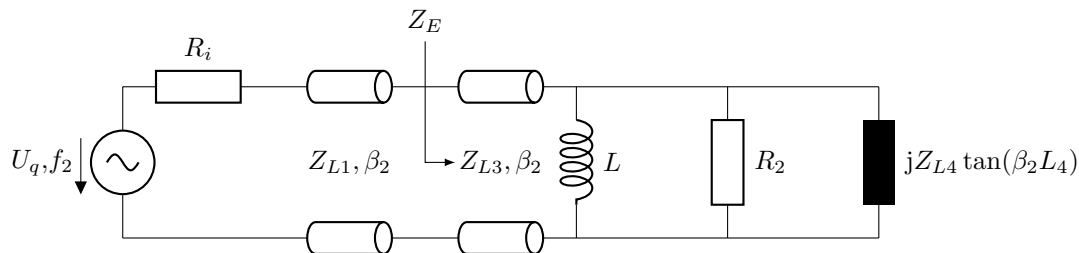
$$L_2 = \frac{1}{2} \frac{c_0}{f_2} = 62,5 \text{ mm}$$

$$L_4 = \frac{\lambda_1}{2} = 50 \text{ mm}$$

4.2.2  $f_1$ :



$f_2$ :



4.2.3 (1)  $R_N = 25 \Omega$

(2) Start:  $\frac{R_1}{R_N} = 4$

(3)  $Z \rightarrow Y$

(4) Addition von  $-\frac{1}{Z_{L2}} \cot(\beta_1 L_2) R_N$ , so dass der invertierte Zielkreis geschnitten wird.

(5)  $Y \rightarrow Z$

(6) Addition von  $j \frac{Z_{L3}}{R_N} \tan(\beta_1 L_3)$  so, dass Ziel in Zentrum erreicht wird.

$R_N = 25 \Omega$

Smith Chart online

Berechnung von  $Z_{L2}$  und  $Z_{L3}$

$$-j \frac{R_N}{Z_{L2}} \cot(\beta_1 L_2) = -j0,43 \Rightarrow Z_{L2} = \frac{R_N}{0,43} = 58,14 \Omega$$

$$\cot(\beta_1 L_2) = \cot\left(\frac{2\pi}{\lambda_1} \cdot \frac{\lambda_2}{2}\right) = \cot\left(\pi \cdot \frac{f_1}{f_2}\right) = 1$$

$$j \frac{Z_{L3}}{R_N} \tan(\beta_1 L_3) = -j1,75 \Rightarrow Z_{L3} = 1,75 \cdot R_N = 43,75 \Omega$$

$$\tan(\beta_1 L_3) = \tan\left(\frac{2\pi}{\lambda_1} \cdot 1,5\lambda_2\right) = \tan\left(3\pi \cdot \frac{f_1}{f_2}\right) = -1$$

4.2.4  $L_3 = 1,5\lambda_2 \Rightarrow$  hat keinen Einfluss

$$\begin{aligned} j\omega_2 L &\stackrel{!}{=} -jZ_{L4} \tan(\beta_2 L_4) \\ &= -jZ_{L4} \tan\left(\frac{2\pi}{\lambda_2} \cdot \frac{L_4}{\lambda_1} \cdot \lambda_1\right) = -jZ_{L4} \tan\left(2\pi \cdot \frac{L_4}{\lambda_1} \cdot \frac{f_2}{f_1}\right) = j36,327 \\ \Rightarrow L &= \frac{36,327}{2\pi\omega_2} = 2,4 \text{ nH} \end{aligned}$$

4.2.5  $f_2$ :  $Z_E = R_i \frac{L_4}{\lambda_2} = 1$  ist bereits Bedingung erfüllt.

$f_1$ :  $Z_E = \frac{R_i}{4}$ ,  $\frac{L_1}{\lambda_1} = \frac{L_1}{\lambda_2} \cdot \frac{\lambda_2}{\lambda_1} = \frac{L_1}{\lambda_2} \cdot \frac{f_1}{f_2} = 1,25$  ist  $\frac{\lambda}{4}$ -Transformator

$$Z_{L1} = \sqrt{Z_E \cdot R_i} = \frac{R_i}{2} = 50 \Omega$$

4.2.6  $f_1$ :  $|U_L|_{f_1} = |I_L|_{f_1} = 0$

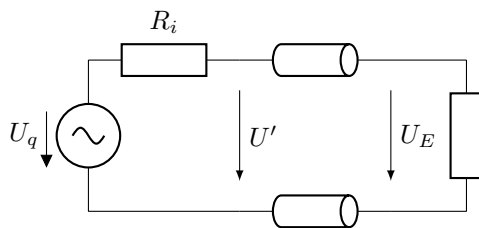
$$f_2$$
:  $|U_L|_{f_2} = \sqrt{P_{\text{verf}} \cdot 2R_2} = \sqrt{\frac{|U_q|^2}{8R_i} \cdot 2 \cdot R_2} = \sqrt{\frac{100}{4}} = 5 \text{ V}$

$$|I_L|_{f_2} = \frac{|U_L|}{\omega_2 L} = 138 \text{ mA}$$

4.2.7  $f_2$ : Wegen  $Z_E = R_i$  und  $L_1 = \lambda_2$

$$U_E(f_2) = \frac{U_q}{2} = 5 \text{ V}$$

$f_1$ :



$$U_E = 5 \text{ V} \sqrt{\frac{\frac{1}{4}R_i}{R_i}} = \frac{5}{2} = 2,5 \text{ V}$$

$$U' = 10 \cdot \frac{R_i}{R_i + R_i} = 5 \text{ V}$$

$$\frac{U'}{U_E} = \sqrt{\frac{R_i}{Z_E}}$$

Skript Seite 22:  $U_i = (a_i + b_i)\sqrt{Z_{L_i}}$

$$a_2 = b_1 = 0$$

$$a_1 = b_2$$

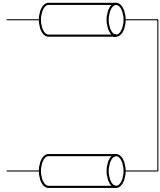
$$\left. \begin{aligned} U_1 &= a_1 \sqrt{Z_1} \\ U_2 &= b_2 \sqrt{Z_2} \end{aligned} \right\} \Rightarrow \frac{U_1}{U_2} = \sqrt{\frac{Z_1}{Z_2}}$$

## H2007 A4 (Leitungsdiagramm, Antenne)

4.1.1 Das Leitungsdiagramm besteht durch Transformation der komplexen  $z = \frac{Z}{R_N}$ -Halbebene mit der Transformationsvorschrift

$$r = \frac{z - 1}{z + 1}.$$

4.1.2

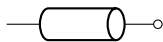
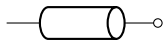


$$0 < l < \frac{\lambda}{4}$$

Tangensskizze vom letztem Termin

$$Z_{in} = jZ_0 \tan(\beta l)$$

$$X_{in} > 0$$



$$0 < l < \frac{\lambda}{4}$$

Cotangensskizze aus letztem Termin

$$Z_{in} = -jZ_0 \cot(\beta l)$$

$$X_{in} < 0$$

4.2.1  $\beta_3 \cdot Z_L = 0,55$

$$f_0 = 1 \text{ GHz} \Rightarrow \beta = 20,944 \frac{1}{\text{m}}$$

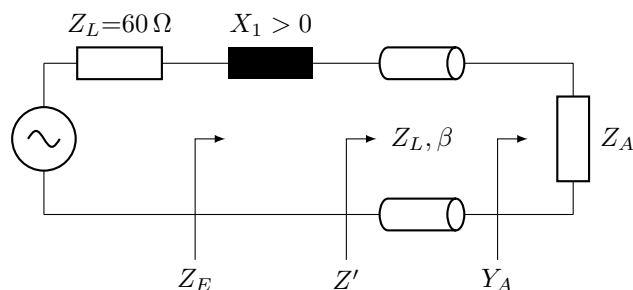
LL:

$$\beta_3 Z_L = 0,55 = \tan(\beta L_3) \Rightarrow L_{3,LL} = 24 \text{ mm}$$

KS:

$$\beta_3 Z_L = -0,55 = -\cot(\beta L_3) \Rightarrow L_{3,KS} = 51 \text{ mm}$$

4.2.2 Ersatzschaltbild



(1)  $R_N = 60 \Omega$

(2)  $\frac{Z_E}{R_N} = 1$  (Start)

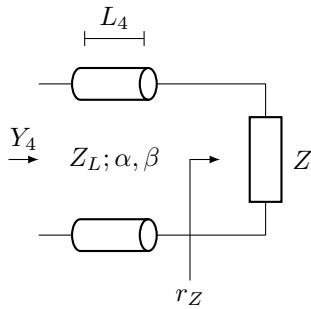
(3)  $0 < L_1 < \lambda_4$  entspricht einer Seriellen Induktivität die eine Halbebene im SC bedeckt.

(4) Kurve (3) um  $\frac{L_2}{\lambda_0} = 0,178$  gegen den Uhrzeigersinn drehen ( $0,25 - 0,178 = 0,072$ )

(5) Spiegeln um Ursprung ergibt sich  $Y_A \cdot R_N$  ( $0,072 + 0,25 = 0,322$ )

4.2.3  $r = |r_4|e^{j280}$  mit  $0.6 \leq |r| \leq 0.8$

4.2.4  $Y_A \cdot R_N = jB_3 R_N + Y_4 R_N$   
 $Y_A \cdot R_N - Y_4 \cdot R_N = j0,55$   
ablesen:  $Y_4 = 0,52 - j1,05$



$$\begin{aligned} r_Z &= r_4 e^{2\alpha L_4} e^{j2\beta L_4} \\ &= r_4 e^{0,223} e^{j4,19} \\ &= 1,25 r_4 e^{j4,19} \end{aligned}$$

Maßstab:  $|r_4| \sim 5,3 \text{ cm}$

$|r_Z| \sim 5,3 \text{ cm} \cdot 1,25 = 6,62 \text{ cm}$

$\angle r_Z = 280 + 240 = 520 \sim 160^\circ$

$$\begin{aligned} \frac{Z}{R_N} &= 2,8 - j3,5 \\ Z &= 168 - j210 \Omega \end{aligned}$$

4.2.5 Anhand  $Y_A$ :

$$0,41 + 0,178 = 0,588$$

$$0,588 - 0,5 = 0,088$$

$$Y \rightarrow Z$$

$$X_1 = 0,95 R_N$$

$$X_1 \stackrel{!}{=} 0,95 R_N = 57$$

$$\tan(\beta L_1) \cdot R_N = 57 \Rightarrow L_1 = 36,27 \text{ mm}$$

## Termin 4: 8.5.2012

### HF1+2 F2004 A1 (Ebene Welle)

1.1.1  $E_0, E_r$  parallel zur Reflexionsebene, Polarisation in  $x'$ -Richtung

1.1.2 Skript S. 11:

$$\left(\frac{E_r}{E_0}\right)_{\parallel} = \frac{\sqrt{\frac{\mu_2}{\mu_1} - \frac{\varepsilon_1}{\varepsilon_2} \sin^2 \alpha} - \sqrt{\frac{\varepsilon_2}{\varepsilon_1}} \cos \alpha}{\sqrt{\frac{\mu_2}{\mu_1} - \frac{\varepsilon_1}{\varepsilon_2} \sin^2 \alpha} + \sqrt{\frac{\varepsilon_2}{\varepsilon_1}} \cos \alpha}$$

$$\frac{\mu_2}{\mu_1} - \frac{\varepsilon_1}{\varepsilon_2} \sin^2 \alpha \stackrel{!}{=} \frac{\varepsilon_2}{\varepsilon_1} \cos^2 \alpha$$

Methode 1:

$$\begin{aligned} \cos^2 \alpha &= 1 - \sin^2 \alpha & (1) \\ \frac{\mu_2}{\mu_1} - \frac{\varepsilon_1}{\varepsilon_2} \sin^2 \alpha &= \frac{\varepsilon_2}{\varepsilon_1} - \frac{\varepsilon_2}{\varepsilon_1} \sin^2 \alpha \\ \Rightarrow \left(\frac{\varepsilon_2}{\varepsilon_1} - \frac{\varepsilon_1}{\varepsilon_2}\right) \sin^2 \alpha &= \frac{\varepsilon_2}{\varepsilon_1} - \frac{\mu_2}{\mu_1} \\ \Rightarrow \sin \alpha &= \sqrt{\frac{\frac{\varepsilon_2}{\varepsilon_1} - \frac{\mu_2}{\mu_1}}{\frac{\varepsilon_2}{\varepsilon_1} - \frac{\varepsilon_1}{\varepsilon_2}}} \end{aligned}$$

Mit  $\mu_1 = \mu_2 = \varepsilon_1 = 1, \varepsilon_2 = 2,25$

$$\sin \alpha = \sqrt{\frac{2,25 - 1}{2,25 - \frac{1}{2,25}}} \Rightarrow \alpha \approx 56,51^\circ$$

Methode 2:

$$\begin{aligned} \cos^2 \alpha + \sin^2 \alpha &= 1 \\ \Rightarrow \cos^2 \alpha &= \frac{1}{1 + \tan^2 \alpha} & (2) \end{aligned}$$

$$\Rightarrow \sin^2 \alpha = \frac{\tan^2 \alpha}{1 + \tan^2 \alpha} \quad (3)$$

$$\begin{aligned} \frac{\mu_2}{\mu_1} - \frac{\varepsilon_1}{\varepsilon_2} \sin^2 \alpha &\stackrel{!}{=} \frac{\varepsilon_2}{\varepsilon_1} \cos^2 \alpha \\ \stackrel{(2),(3)}{\Rightarrow} \frac{\mu_2}{\mu_1} + \frac{\mu_2}{\mu_1} \tan^2 \alpha - \frac{\varepsilon_1}{\varepsilon_2} \tan^2 \alpha &= \frac{\varepsilon_2}{\varepsilon_1} \\ \Rightarrow \tan \alpha &= \sqrt{\frac{\frac{\varepsilon_2}{\varepsilon_1} - \frac{\mu_2}{\mu_1}}{\frac{\mu_2}{\mu_1} - \frac{\varepsilon_1}{\varepsilon_2}}} \end{aligned}$$

Mit  $\mu_1 = \mu_2 = \varepsilon_1 = 1$  und  $\varepsilon_2 = 2,25$

$$\tan \alpha = \sqrt{\frac{2,25 - 1}{1 - \frac{1}{2,25}}} \Rightarrow \alpha \approx 56,31^\circ$$

$\beta$ : „Snelliussches Brechungsgesetz“, S.9 Skript

$$\frac{\sin \beta}{\sin \alpha} = \sqrt{\frac{\mu_1 \varepsilon_1}{\mu_2 \varepsilon_1}}$$

s.o.

$$\begin{aligned} \sin \alpha &= \sqrt{\frac{\frac{\varepsilon_2}{\varepsilon_1} - \frac{\mu_2}{\mu_1}}{\frac{\varepsilon_2}{\varepsilon_1} - \frac{\varepsilon_1}{\varepsilon_2}}} \\ \sin \beta &= \sqrt{\frac{\frac{\varepsilon_2}{\varepsilon_1} - \frac{\mu_2}{\mu_1}}{\frac{\varepsilon_2}{\varepsilon_1} - \frac{\varepsilon_1}{\varepsilon_2}}} \cdot \sqrt{\frac{\mu_1 \varepsilon_1}{\mu_2 \varepsilon_2}} \end{aligned}$$

Einsetzen:  $\mu_1 = \mu_2 = \varepsilon_1 = 1, \varepsilon_2 = 2,25$

$$\beta \approx 33,67^\circ$$

1.1.3 „Brewster-Winkel“  $\alpha_B$

## 1.1.4 Reziprozität!

Welle  $\varepsilon_2, \mu_2 \rightarrow \varepsilon_1, \mu_1$

$$\frac{\mu_1}{\mu_2} - \frac{\varepsilon_2}{\varepsilon_1} \sin^2 \alpha' \stackrel{!}{=} \frac{\varepsilon_1}{\varepsilon_2} \cos^2 \alpha'$$

Mit  $\cos^2 \alpha' = 1 - \sin^2 \alpha'$ :

$$\frac{\mu_1}{\mu_2} - \frac{\varepsilon_1}{\varepsilon_2} = \frac{\varepsilon_2}{\varepsilon_1} \sin^2 \alpha' - \frac{\varepsilon_1}{\varepsilon_2} \sin^2 \alpha'$$

$$\begin{aligned} \sin \alpha' &= \sqrt{\frac{\frac{\mu_1}{\mu_2} - \frac{\varepsilon_1}{\varepsilon_2}}{\frac{\varepsilon_2}{\varepsilon_1} - \frac{\varepsilon_1}{\varepsilon_2}}} \\ &= \sqrt{\frac{\frac{\mu_1 \mu_2 \varepsilon_2}{\mu_2 \mu_1 \varepsilon_1} - \frac{\varepsilon_1 \mu_2 \varepsilon_2}{\varepsilon_2 \mu_1 \varepsilon_1}}{\frac{\varepsilon_2}{\varepsilon_1} - \frac{\varepsilon_1}{\varepsilon_2}}} \cdot \sqrt{\frac{\mu_1 \varepsilon_1}{\mu_2 \varepsilon_2}} \\ &= \sqrt{\frac{\frac{\varepsilon_2}{\varepsilon_1} - \frac{\mu_2}{\mu_1}}{\frac{\varepsilon_2}{\varepsilon_1} - \frac{\varepsilon_1}{\varepsilon_2}}} \cdot \sqrt{\frac{\mu_1 \varepsilon_1}{\mu_2 \varepsilon_2}} = \sin \beta!! \end{aligned}$$

Siehe 1.1.2

1.2.1  $\alpha = 0$ ! Skript S.11:

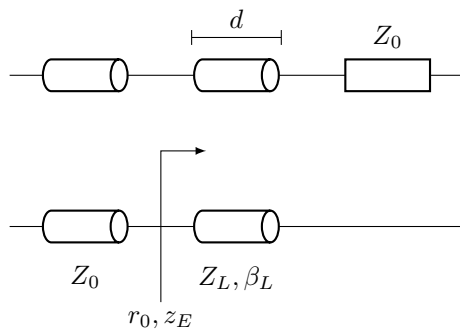
$$r_1 = \left( \frac{E_2}{E_1} \right)_{\parallel} = \frac{\sqrt{\frac{\mu_1}{\mu_2}} - \sqrt{\frac{\varepsilon_1}{\varepsilon_2}}}{\sqrt{\frac{\mu_1}{\mu_2}} + \sqrt{\frac{\varepsilon_1}{\varepsilon_2}}} \cdot \frac{\mu_2}{\varepsilon_1}$$

Mit  $\cos^2 \alpha' = 1 - \sin^2 \alpha'$ :

$$r_1 = \frac{1 - \frac{1}{\sqrt{2,25}}}{1 + \frac{1}{\sqrt{2,25}}} = 0,2$$

$$r_1 = \frac{\sqrt{\frac{\mu_1}{\varepsilon_1}} - \sqrt{\frac{\mu_2}{\varepsilon_2}}}{\sqrt{\frac{\mu_1}{\varepsilon_1}} + \sqrt{\frac{\mu_2}{\varepsilon_2}}} = \frac{Z_1 - Z_2}{Z_1 + Z_2} \quad (\text{Nur } \alpha = 0)$$

## 1.2.2 TEM-Schaltung:



Skript S.19

$$\begin{aligned} Z_e &= Z_L \cdot \frac{\frac{Z_0}{Z_L} + j \tan(\beta_L d)}{1 + j \frac{Z_0}{Z_L} \cdot \tan(\beta_L d)} \\ Z_L &= \sqrt{\frac{\mu}{\varepsilon}} = \frac{Z_0}{\sqrt{\varepsilon_r}} \\ \beta_L &= \frac{2\pi f}{c_L} = \sqrt{\varepsilon_r} \cdot \frac{2\pi f}{c_0} \\ Z_e &= \frac{Z_0}{\sqrt{\varepsilon_r}} \cdot \frac{\sqrt{\varepsilon_r} + j \tan(\beta_L d)}{1 + j \sqrt{\varepsilon_r} \cdot \tan(\beta_L d)} \\ &= Z_0 \frac{1 + j \frac{1}{\sqrt{\varepsilon_r}} \cdot \tan(\beta_L d)}{1 + j \sqrt{\varepsilon_r} \cdot \tan(\beta_L d)} \\ r_0 &= \frac{Z_e - Z_0}{Z_e + Z_0} = \frac{\frac{1 + j \frac{1}{\sqrt{\varepsilon_r}} \cdot \tan(\beta_L d)}{1 + j \sqrt{\varepsilon_r} \cdot \tan(\beta_L d)} - 1}{\frac{1 + j \frac{1}{\sqrt{\varepsilon_r}} \cdot \tan(\beta_L d)}{1 + j \sqrt{\varepsilon_r} \cdot \tan(\beta_L d)} + 1} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
&= \frac{1 + j \frac{1}{\sqrt{\varepsilon_r}} \tan(\beta_L d) - 1 - j \sqrt{\varepsilon_r} \cdot \tan(\beta_L d)}{1 + j \frac{1}{\sqrt{\varepsilon_r}} \cdot \tan(\beta_L d) + 1 + j \sqrt{\varepsilon_r} \tan(\beta_L d)} \\
&= \frac{\left(\frac{1}{\sqrt{\varepsilon_r}} - \sqrt{\varepsilon_r}\right) \cdot j \cdot \tan(\beta_L d)}{2 + \left(\frac{1}{\sqrt{\varepsilon_r}} + \sqrt{\varepsilon_r}\right) \cdot j \cdot \tan(\beta_L d)} \\
&= \frac{\frac{1}{\sqrt{\varepsilon_r}} - \sqrt{\varepsilon_r}}{j \tan(\beta_L d) + \frac{1}{\sqrt{\varepsilon_r}} + \sqrt{\varepsilon_r}}
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
1.2.3 \quad |E_0 + E_r|_{\max} &= |E_0(1 + r_0)|_{\max} \\
&= E_0 \left| \left( 1 + \frac{\frac{1}{\sqrt{\varepsilon_r}} - \sqrt{\varepsilon_r}}{j \tan(\beta_L d) + \frac{1}{\sqrt{\varepsilon_r}} + \sqrt{\varepsilon_r}} \right) \right|_{\max}
\end{aligned}$$

$$\Rightarrow \tan(\beta_L d) \rightarrow \infty$$

$$\text{für } \beta_L d \stackrel{!}{=} \frac{\pi}{2}:$$

$$\text{für } \beta_L d = \frac{2\pi f}{c_L} d = \sqrt{\varepsilon_r} \cdot \frac{2\pi f}{c_0} d = \frac{\pi}{2}$$

$$\Rightarrow d = \frac{c_0}{4f \cdot \sqrt{\varepsilon_r}}$$

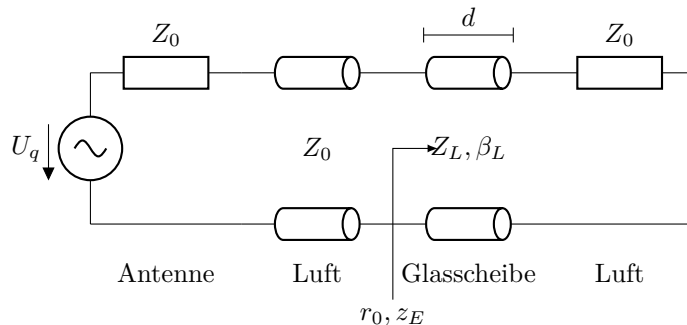
$$\text{Mit } f = 10 \text{ GHz, } \varepsilon_r = 2,25$$

$$\Rightarrow d \approx 5 \text{ mm}$$

mgeis: Ich denke da ist ein Fehler in der Lösung, denn das wird maximal für  $\tan(\beta_L d) = 0$ , also  $\beta_L d = \pi$  und  $d = 10 \text{ mm}$ ...

## HF1+2 H2002 A2 (Ebene Welle)

2.1.1



$$2.1.2 \quad \beta_L d = \sqrt{\varepsilon_r} \cdot \frac{2\pi f}{c_0} \cdot d$$

$$\text{Mit } d = 3,75 \text{ mm, } \varepsilon_r = 4, f = 10 \text{ GHz}$$

Skript S.19

$$\begin{aligned}
Z_e|_{\beta_L d = \frac{\pi}{2}} &= \frac{Z_L^2}{Z_0} \\
r_1 &= \frac{Z_e - Z_0}{Z_e + Z_0} = \frac{\frac{Z_L^2}{Z_0} - Z_0}{\frac{Z_L^2}{Z_0} + Z_0}
\end{aligned}$$

$$\text{Mit } Z_L = \frac{Z_0}{\sqrt{\varepsilon_r}}, \varepsilon_r = 4$$

$$r_1 = \frac{\frac{1}{\varepsilon_r} - 1}{\frac{1}{\varepsilon_r} + 1} = \frac{\frac{1}{4} - 1}{\frac{1}{4} + 1} = -0,6$$

Alternativ: Formel aus A 1.2.2

$$2.1.3 \quad r_1 = \frac{Z_e - Z_0}{Z_e + Z_0} \stackrel{!}{=} 0 \Rightarrow Z_e \stackrel{!}{=} Z_0$$

Skript S. 19

$$\begin{aligned} Z_e|_{\beta_L d = \pi} &= Z_0 \\ \beta_L d &= \sqrt{\varepsilon_r} \frac{2\pi f}{c_0} d \stackrel{!}{=} \pi \\ \Rightarrow d &= \frac{c_0}{\sqrt{\varepsilon_r} \cdot 2 \cdot f} \end{aligned}$$

Mit  $f = 10 \text{ GHz}$ ,  $\varepsilon_r = 4$ :

$$d \approx 7,5 \text{ mm}$$

2.1.4  $d \rightarrow \infty$ :

$$\begin{aligned} r_1 &= \frac{Z_e - Z_0}{Z_e + Z_0} \\ \text{mit } Z_e &= \frac{Z_0}{\sqrt{\varepsilon_r}} \\ \Rightarrow r_1 &= \frac{\frac{1}{\sqrt{\varepsilon_r}} - 1}{\frac{1}{\sqrt{\varepsilon_r}} + 1} \end{aligned}$$

$$\frac{P_r}{P_p} = |r|^2$$

Mit  $\varepsilon_r = 4$

$$\frac{P_r}{P_p} = \left| \left( \frac{\frac{1}{2} - 1}{\frac{1}{2} + 1} \right)^2 \right| = \frac{1}{9} \approx 11,1\%$$

2.2.1 Polarisation in  $x'$ -Richtung

2.2.2 „Brewster-Winkel“  $\alpha_B$

2.2.3 Vgl. Hinweis in Aufgabenstellung mit Herleitung aus A 1.1.2

$$\tan \alpha = \sqrt{\frac{\frac{\varepsilon_2}{\varepsilon_1} - \frac{\mu_2}{\mu_1}}{\frac{\mu_2}{\mu_1} - \frac{\varepsilon_2}{\varepsilon_1}}}$$

Mit  $\varepsilon_1 = \mu_1 = \mu_2 = 1$ ,  $\varepsilon_2 = 4$

$$\tan \alpha = \sqrt{\frac{4 - 1}{1 - \frac{1}{4}}} = 2$$

$$\alpha \approx 63,43^\circ$$

2.2.4 Skript S.11 mit  $\varepsilon_r = 4$

$$r_{1,\parallel} = \frac{\sqrt{1 - \frac{1}{4} \sin^2 \alpha} - \sqrt{4} \cos \alpha}{\sqrt{1 - \frac{1}{4} \sin^2 \alpha} + \sqrt{4} \cos \alpha}$$

$$\alpha = 0^\circ : r_{1,\parallel} = \frac{1 - 2}{1 + 2} = -\frac{1}{3}$$

$$\alpha = 90^\circ : r_{1,\parallel} = \frac{\sqrt{1 - \frac{1}{4}}}{\sqrt{1 - \frac{1}{4}}} = 1$$

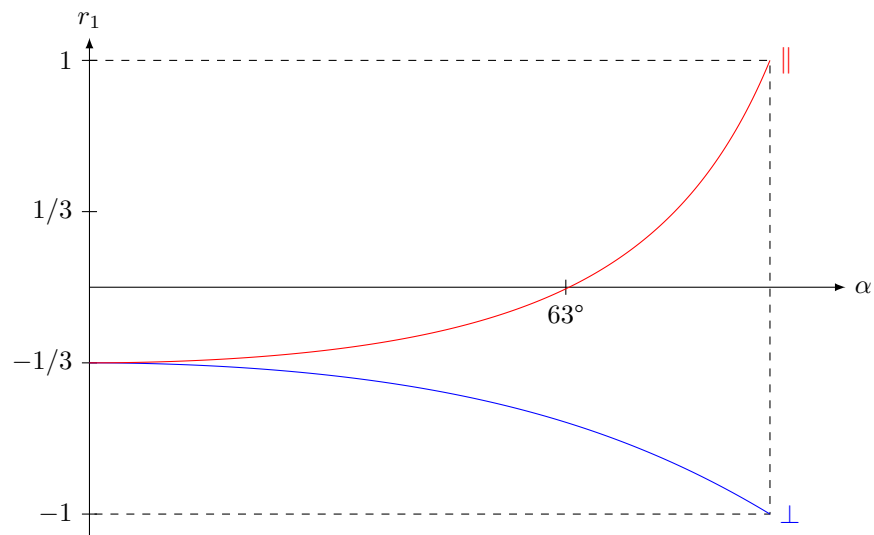
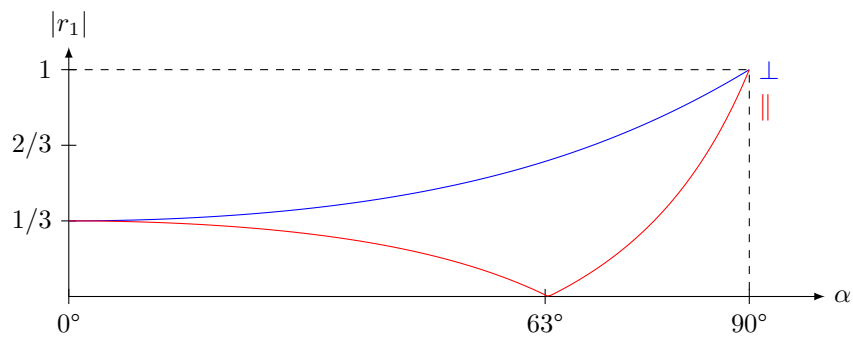
$\alpha \approx 63^\circ$  : Brewster-Winkel

$$r_{1\perp} = \frac{\cos \alpha - \sqrt{4 - \sin^2 \alpha}}{\cos \alpha + \sqrt{4 - \sin^2 \alpha}}$$

$$\alpha = 0^\circ : r_{1\perp} = \frac{1 - \sqrt{4}}{1 + \sqrt{4}} = -\frac{1}{3}$$

$$\alpha = 90^\circ : r_{1\perp} = \frac{-\sqrt{4 - 1}}{\sqrt{4 - 1}} = -1$$





2.2.5 Nein (Reziprozität)

2.2.6 Breitbandfähigkeit, da keine Frequenzabhängigkeit beim Brewster-Winkel

## Termin 5: 22.5.2012

### F2003 A4 (Mikrostreifenleitung)

4.1.1 Für  $\varepsilon_r = 1$  ist eine reine TEM-Wellenausbreitung aufgrund des homogenen Dielektrikums möglich.

$$v_{ph,1} = c_0$$

$$\beta_1 = k_0 = \frac{2\pi}{\lambda_0} = \frac{2\pi f}{c_0}$$

4.1.2 Nun gilt  $\varepsilon_r \neq 1$ . Durch das inhomogene Dielektrikum ist keine reine TEM-Wellenausbreitung möglich.  
 $\Rightarrow$  Es existieren Feldkomponenten in Ausbreitungsrichtung.

$$v_{ph,2} = \frac{c_0}{\sqrt{\varepsilon_{r,eff}}}$$

$$\beta_2 = k_0 \cdot \sqrt{\varepsilon_{r,eff}} = \beta_1 \cdot \sqrt{\varepsilon_{r,eff}}$$

4.1.3 a) Aus Diagramm 3.18  $\Rightarrow \frac{w}{h} = 2,5 \Rightarrow w = 2,5 \cdot 0,5 \text{ mm} = 1,25 \text{ mm}$

**alternativ:**  $\frac{w}{h} > 2$

$$B = \frac{\pi Z_0}{2 \cdot Z_L \cdot \sqrt{\varepsilon'_r}} = 6,838$$

$$\frac{w}{h} = \frac{\varepsilon'_r - 1}{\pi \varepsilon'_r} \cdot \left[ \ln(B - 1) + 0,293 - \frac{0,517}{\varepsilon'_r} \right] + \frac{2}{\pi} (B - 1 - \ln(2B - 1))$$

$$= 2,4997 \Rightarrow w = 1,2498 \text{ mm} \approx 1,25 \text{ mm}$$

b)  $\frac{L}{\lambda_\varepsilon} = \frac{\phi}{2\pi} = \frac{120^\circ \cdot \frac{\pi}{180^\circ}}{2\pi} = \frac{1}{3} (+n)$  (da periodisch mit  $\lambda$ ) mit  $\varepsilon_{r,eff} = 2,4$  (aus Dia 3.19)

$$\lambda_\varepsilon = \frac{\lambda_0}{\sqrt{\varepsilon_{r,eff}}} = \frac{c_0}{f \cdot \sqrt{\varepsilon_{r,eff}}}$$

**alternativ:**

$$F\left(\frac{w}{h} = 2,5\right) = \frac{1}{\sqrt{1 + 12 \cdot \frac{h}{w}}} = 0,415$$

$$\varepsilon_{r,eff} = \frac{\varepsilon'_r + 1}{2} + \frac{\varepsilon'_r - 1}{2} \cdot F\left(\frac{w}{h} = 2,5\right)$$

$$= 2,415$$

$$\Rightarrow \lambda_\varepsilon = \frac{c_0}{10 \text{ GHz} \cdot \sqrt{2,42}} = 0,01928 \text{ m} \approx 1,9 \text{ cm}$$

$$\Rightarrow L = \frac{1}{3} \cdot \lambda_\varepsilon = 6,428 \text{ mm}$$

4.1.4 Jetzt: Berücksichtigung der Dispersion

$$p \approx \left( \frac{\frac{h}{\text{mm}}}{\frac{Z_L(0)}{\Omega}} \right)^{\frac{4}{3}} \cdot \left( 0,43 \left( \frac{f}{\text{GHz}} \right)^2 - 0,09 \left( \frac{f}{\text{GHz}} \right)^3 \right)$$

$$p(f = 10 \text{ GHz}) = 0,073$$

$$\varepsilon_{r,eff}(f = 10 \text{ GHz}) = \varepsilon'_r + \frac{\varepsilon_{r,eff}(f = 0) - \varepsilon'_r}{1 + p} = 2,46$$

$$\Rightarrow \Delta \varepsilon_{r,eff} = 0,04$$

$$Z_L(f = 10 \text{ GHz}) = Z_L(f = 0) \cdot \sqrt{\frac{\varepsilon_{r,eff}(f = 0)}{\varepsilon_{r,eff}(f = 10 \text{ GHz})}} \cdot \frac{\varepsilon_{r,eff}(10 \text{ GHz}) - 1}{\varepsilon_{r,eff}(f = 0) - 1} = 50,99 \Omega$$

$$\Delta Z_L = 0,99 \Omega$$

## 4.1.5 Jetzt: Verluste berücksichtigen

$$\alpha = \alpha_R + \alpha_G$$

$$\alpha_R = \frac{1}{\kappa \delta w Z_L}$$

mit (Gl 3.58)

$$\delta = \sqrt{\frac{2}{\omega \mu_0 \mu'_r \kappa}} = 0,66 \mu\text{m}$$

$$\alpha_R = 0,394 \frac{\text{Np}}{\text{m}}$$

$$\alpha_G = \frac{k_0}{2} \sqrt{\varepsilon_{r,eff}} \cdot \frac{\frac{1}{\varepsilon_{r,eff}} - 1}{\frac{1}{\varepsilon'_r} - 1} \tan \delta_\varepsilon = 0,146 \frac{\text{Np}}{\text{m}}$$

$$\Rightarrow \alpha = 0,54 \frac{\text{Np}}{\text{m}} \hat{=} 4,68 \frac{\text{dB}}{\text{m}}$$

$$4.1.6 \quad \lambda_\varepsilon = 0,01928 \text{ m (siehe 4.1.3)}$$

$$\Rightarrow a = \lambda_\varepsilon \cdot \alpha = 0,092304 \text{ dB}$$

$$4.2.1 \quad Z_{L5} \stackrel{!}{=} R_{V1} = 240 \Omega$$

$$4.2.2 \quad \frac{P_2}{P_1} = \frac{\frac{1}{2}|a_2|^2}{\frac{1}{2}|a_1|^2} = \frac{\frac{|U|^2}{Z_{L3}}}{\frac{|U|^2}{Z_{L5}}} \stackrel{!}{=} 3$$

$$\Rightarrow Z_{L3} = \frac{1}{3} Z_{L5} = 80 \Omega$$

4.2.3 Widerstandsanpassung mit Hilfe  $\frac{\lambda}{4}$ -Transformator

$$\Rightarrow \frac{L_4}{\lambda_{\varepsilon 4}} = \frac{1}{4}$$

$$Z_{L4} = \sqrt{Z_{L3} \cdot R_{V3}} = 120 \Omega$$

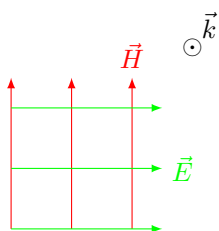
4.2.4  $Z_{L2}$  muss an unsymmetrische T-Verzweigung angepasst werden

$$Z_{L2} = \frac{Z_{L3} \cdot Z_{L5}}{Z_{L3} + Z_{L5}} = 60 \Omega$$

$$\frac{L_1}{\lambda_{\varepsilon 1}} = \frac{1}{4} \text{ und } Z_{L1} = \sqrt{Z_{L0} \cdot Z_{L2}} = 77,46 \Omega$$

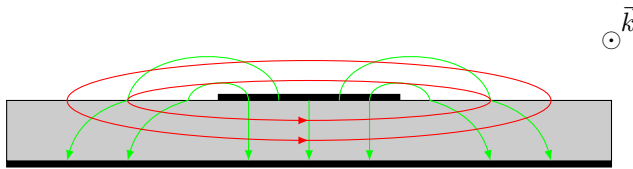
**H2002 A4 (TEM-Leitung)**

- 4.1.1
- Bandleitung: möglich (**Skizze**)
  - RE-HL: nicht möglich
  - R-HL: nicht möglich
  - Koaxial: möglich (**Skizze**)
  - Freiraum: möglich



- 4.1.2 Quasi-TEM bedeutet, dass es Longitudinalkomponenten ( $E_z$ ,  $H_z$ ) gibt, die aber klein gegenüber den transversalen Wellenkomponenten sind.

## 4.1.3



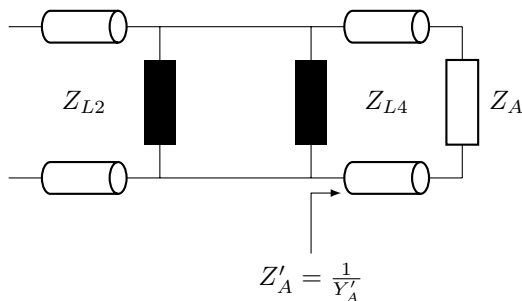
| 4.1.4 | $Z_E$                        | $0 < \frac{L}{\lambda} < \frac{1}{4}$ | $\frac{L}{\lambda} = \frac{1}{4}$ | $\frac{1}{4} < \frac{L}{\lambda} < \frac{1}{2}$ | $\frac{L}{\lambda} = \frac{1}{2}$ |
|-------|------------------------------|---------------------------------------|-----------------------------------|---|-----------------------------------|
| KS    | $j \tan(\beta L) \cdot Z_L$  | Spule                                 | LL                                | Kond.   | KS                                |
| LL    | $-j \cot(\beta L) \cdot Z_L$ | Kond.                                 | KS                                | Spule   | LL                                |

4.1.5 a) LL, da keine Durchkontaktierung nötig

b) KS, da keine Abstrahlung

4.2.1  $Z_{L3} = Z_{L4} = 50 \Omega$ ,  $h = 1,8 \text{ mm}$ ,  $\varepsilon_r = 2,2$ aus Dia. 3.18:  $\frac{w}{h} = 3,1$  $\Rightarrow w_3 = w_4 = 5,58 \text{ mm}$ 

4.2.2



$$R_N = Z_{L2} = 50 \Omega,$$

$$1) \frac{Z_A}{R_N} = 0,4 + j0,3$$

$$2) Z \rightarrow Y$$

$$3) \text{ Transformationsleitung } L_4$$

$$Y'_A \cdot R_N = 1 - j1,05$$

$$4) 2 \cdot Y_3 + \text{Im}\{Y'_A\} \stackrel{!}{=} 0$$

$$\Rightarrow Y_3 = j \frac{1,05}{2 \cdot R_N} = j0,525 \frac{1}{R_N}$$

 $\Rightarrow \text{Ursprung} \hat{=} \text{Anpassung}$ 
**Bestimmen der Leitungslängen:** $L_4$  aus Smith Chart:  $L_4 = (0,336 - 0,303)\lambda_\varepsilon = 0,033\lambda_\varepsilon$  mit

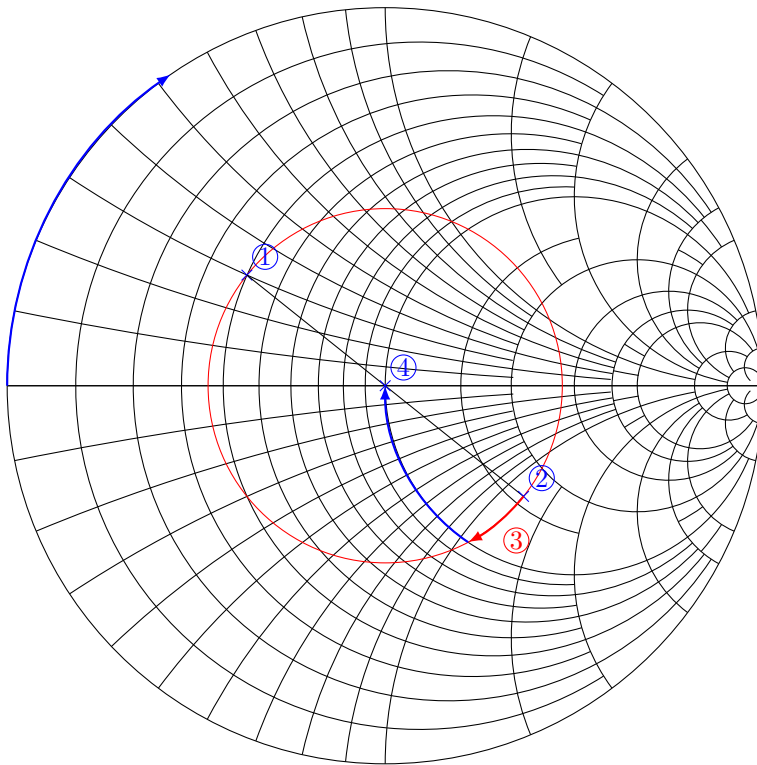
$$\lambda_e = \frac{c_0}{f \cdot \sqrt{\varepsilon_{r,eff}}} = \frac{c_0}{f \cdot \sqrt{1,87}} = 91,4 \text{ mm}$$

$$\Rightarrow L_4 = 3,0166 \text{ mm}$$

$$L_3: Y_3 = j0,525 \frac{1}{R_N}$$

Drehung im SC bei  $j0,525$  (von LL)

$$\Rightarrow L_3 = 0,076\lambda_\varepsilon = 6,946 \text{ mm}$$



#### 4.2.3 $\frac{\lambda}{4}$ -Trafo

$$\frac{L_1}{\lambda_{\epsilon 1}} = \frac{1}{4}$$

$$Z_{L1} = \sqrt{Z_L \cdot R_i} = 54,77 \Omega$$

#### 4.3.1 $\alpha = \alpha_R + \alpha_G$

$$\alpha_R = \text{siehe F03} = 0,0458 \frac{\text{Np}}{\text{m}}$$

$$\alpha_G = 0,0399 \frac{\text{Np}}{\text{m}} \text{ mit } \tan \delta_\epsilon \frac{-\text{Im}\{\epsilon_r\}}{\text{Re}\{\epsilon_r\}} = \frac{\epsilon_r''}{\epsilon_r'} = 1,36 \cdot 10^{-3}$$

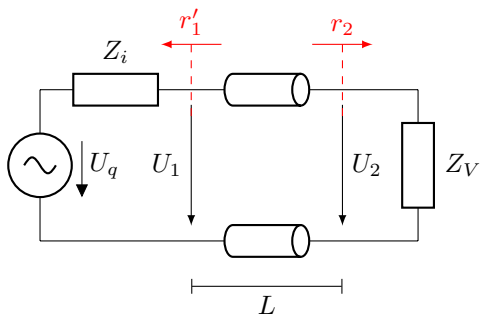
$$\alpha = 0,0857 \frac{\text{Np}}{\text{m}}$$

#### 4.3.2 $\frac{P_{v2}}{P_{\text{verf}}} = 1 - e^{-2\alpha L_2} = 0,017$

## Termin 6: 5.6.2012

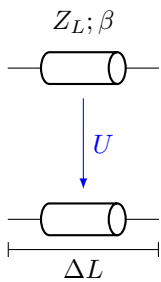
### Einführung (Streuparameter)

#### Wiederholung:



$$\frac{U_2}{U_q/2} = \frac{(1 - r'_1)(1 + r_2) \cdot e^{-j\beta L}}{1 - r'_1 r_2 \cdot e^{-2j\beta L}}$$

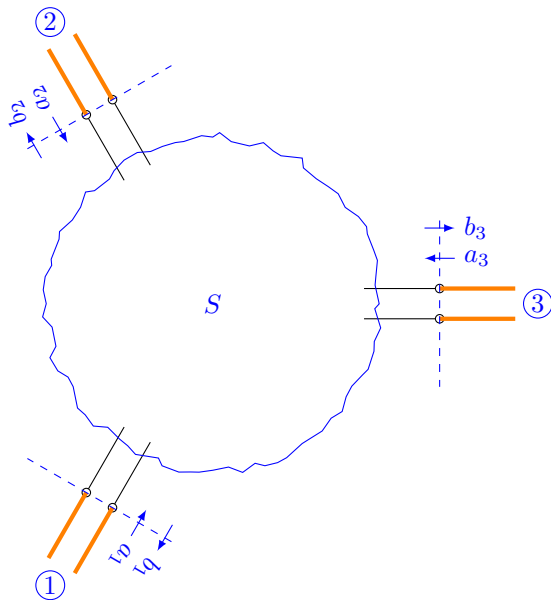
- Leistungsanpassung
- keine Welligkeit / Unabhängigkeit von Leitungslänge (resp. Frequenz)  
 $\rightarrow r'_1 = 0; r_2 = 0$



$$U = U_p + U_r$$

$$a = \frac{U_p}{\sqrt{Z_L}} = I_p \cdot \sqrt{Z_L}$$

$$b = \frac{U_r}{\sqrt{Z_L}} = -I_r \cdot \sqrt{Z_L}$$



$$\underline{\underline{S}} = \begin{pmatrix} S_{11} & S_{12} & S_{13} \\ \cdot & \cdot & \cdot \\ \cdot & \cdot & \cdot \end{pmatrix}$$

$$\vec{a} = \begin{pmatrix} a_1 \\ a_2 \\ a_3 \end{pmatrix}$$

$$\vec{b} = \begin{pmatrix} b_1 \\ b_2 \\ b_3 \end{pmatrix}$$

$$\vec{b} = \underline{\underline{S}} \cdot \vec{a}$$

$$b_1 = S_{11} \cdot a_1 + S_{12} \cdot a_2 + S_{13} \cdot a_3$$

$$b_2 = S_{21} \cdot a_1 + S_{22} \cdot a_2 + S_{23} \cdot a_3$$

$$b_3 = S_{31} \cdot a_1 + S_{32} \cdot a_2 + S_{33} \cdot a_3$$

- $S_{ii}$ : Eigenreflektionsfaktoren
- $S_{ij}$  ( $j \neq i$ ): Transmissionsfaktoren
- Reziprozität (Übertragungssymmetrie)

$$S_{ij} = S_{ji}$$

Schaltungen mit nur passiven Elementen (Spulen, Widerstände, Kondensatoren, Transformatoren, Leitungen) sind reziprok.

- Verlustlosigkeit

$$S^* \cdot S^T = E$$

- Eventuelle Symmetrien

Nicht-TEM-Wellen  $\rightarrow$  S-Parameter

**Leistung:**

- hinlaufende Welle:  $P_{in} = \frac{1}{2}|a|^2 = \frac{|U_e|^2}{2Z_L}$
- rücklaufenden Welle:  $P_{out} = \frac{1}{2}|b|^2 = \frac{|U_r|^2}{2Z_L}$

$$\frac{P_{out,2}}{P_{in1}} = \frac{\frac{1}{2}|b_2|^2}{\frac{1}{2}|a_1|^2}$$

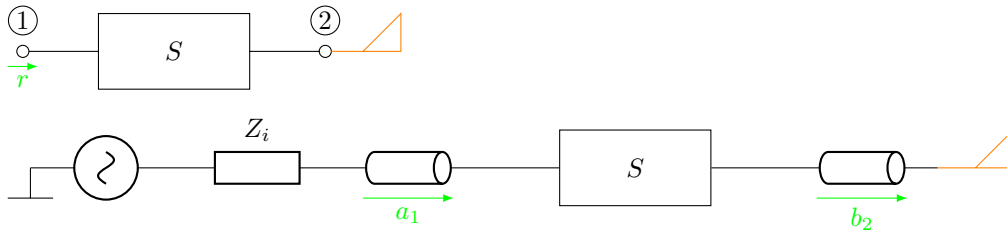
$$b_1 = S_{11} \cdot a_1 + S_{12} \cdot a_2 + S_{13} \cdot a_3$$

$$S_{12} = \left. \frac{b_1}{a_2} \right|_{a_1=a_3=0}$$

$$S_{11} = \left. \frac{b_1}{a_1} \right|_{a_2=a_3=0}$$

$$r_1 = \frac{b_1}{a_1}$$

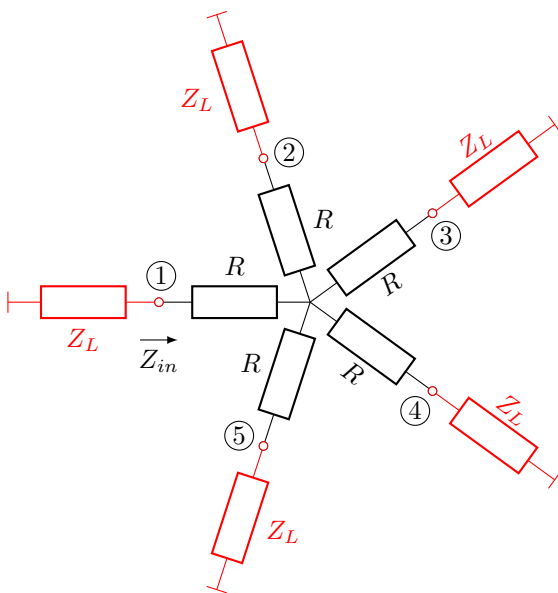
Reflexionsfaktor ist nur dann  $= S_{11}$ , falls ② reflexionsfrei abgeschlossen (Terminator angeschlossen).



$$S_{21} = \left. \frac{b_2}{a_1} \right|_{a_2=0}$$

$$S_{21} = \left. \frac{\frac{U_{out,2}}{\sqrt{Z_L}}}{\frac{U_{in,1}}{\sqrt{Z_L}}} \right|_{U_{in,2}=0}$$

$$= \frac{U_{out,2}}{U_{in,1}} \underset{U_{out,2}=U_2}{=} \frac{U_2}{U_{in,1}} \underset{R_i=Z_L}{=} \frac{U_2}{\frac{1}{2}U_q}$$



Eigenreflektionsfreiheit :

$$S \stackrel{!}{=} \begin{pmatrix} 0 & & & & \\ & 0 & & & \\ & & 0 & & \\ & & & 0 & \\ & & & & 0 \end{pmatrix}$$

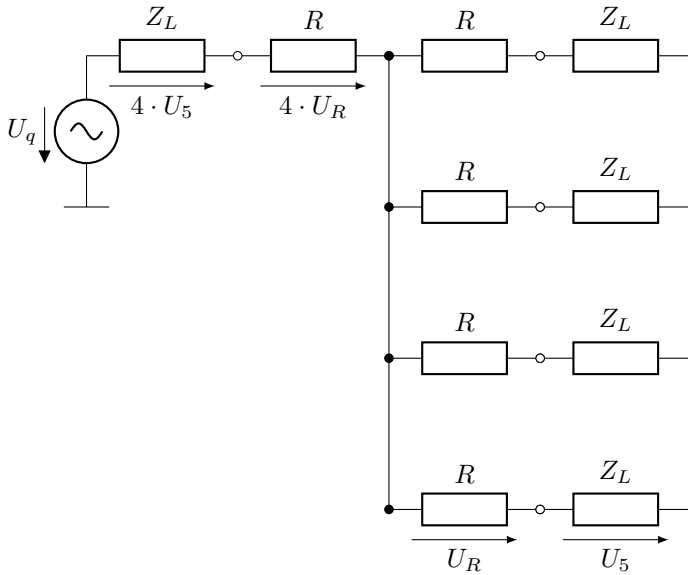
$$R_N = Z_L$$

$$S_{11} = \left. \frac{b_1}{a_1} \right|_{a_2=a_3=a_4=a_5=0} = 0$$

$$r = \frac{Z_{in} - Z_L}{Z_{in} + Z_L} \stackrel{!}{=} 0$$



$$\begin{aligned}
 Z_{in} &= R + \frac{1}{4}(R + Z_L) = \frac{5}{4}R + \frac{1}{4}Z_L \\
 Z_{in} - Z_L &= \frac{5}{4}R - \frac{3}{4}Z_L \stackrel{!}{=} 0 \\
 \Rightarrow R &= \frac{3}{5}Z_L
 \end{aligned}$$



$$\begin{aligned}
 S_{51} &= \frac{b_5}{a_1} \Big|_{a_j=0, j \neq 1} = \frac{U_5}{\frac{1}{2}U_q} \\
 &= \frac{2U_5}{4U_5 + 4U_R + U_R + U_5} = \frac{2}{4 + \frac{12}{5} + \frac{3}{5} + 1} = \frac{1}{4} \quad (\text{mit } \frac{U_R}{U_5} = \frac{R}{Z_L} = \frac{3}{5})
 \end{aligned}$$

## Termin 7: 12.6.2012

### H2010 A3 (Streumatrix, Glasfaser)

3.1.1 Reziprozität  $S_{ik} = S_{ki}$  (Folie 16)

$$\Rightarrow S_{12} = S_{21}, S_{13} = S_{31}, S_{23} = S_{32}$$

$$\Rightarrow S_T = \begin{pmatrix} S_{11} & S_{12} & S_{13} \\ S_{12} & S_{22} & S_{23} \\ S_{13} & S_{23} & S_{33} \end{pmatrix}$$

3.1.2  $S_{12} = S_{13}, S_{22} = S_{33}$

$$\Rightarrow S_T = \begin{pmatrix} S_{11} & S_{12} & S_{12} \\ S_{12} & S_{22} & S_{23} \\ S_{12} & S_{23} & S_{22} \end{pmatrix}$$

3.1.3  $S^T \cdot S^* = E$  (Folie 17)

$$\Rightarrow \begin{pmatrix} 0 & S_{12} & S_{12} \\ S_{12} & S_{22} & S_{23} \\ S_{12} & S_{23} & S_{22} \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 0 & S_{12} & S_{12} \\ S_{12} & S_{22} & S_{23}^* \\ S_{12} & S_{23}^* & S_{22} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$$

$$\Rightarrow S_{12}^2 + S_{12}^2 = 1$$

$$\Rightarrow |S_{12}| = \frac{1}{\sqrt{2}} \Rightarrow S_{12} = \frac{1}{\sqrt{2}}$$

$$\Rightarrow S_{22} \cdot S_{12} + S_{23}^* \cdot S_{12} = 0$$

$$\Rightarrow S_{22} = S_{23}^* \Rightarrow S_{23} \text{ ist neg. reell}$$

$$\Rightarrow S_{12}^2 + S_{23} \cdot S_{23}^* + S_{22}^2 = 1 \Rightarrow |S_{23}|^2 = \frac{1}{2} - S_{22}^2$$

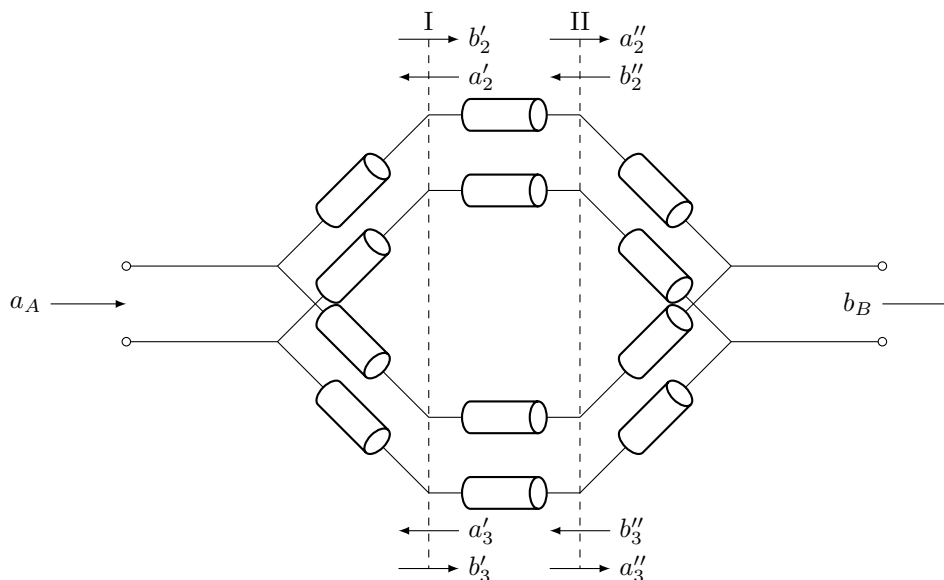
$$\Rightarrow 2S_{23}^2 = \frac{1}{2} \Rightarrow S_{23} = -\sqrt{\frac{1}{4}} = -\frac{1}{2}$$

$$\Rightarrow S_{22} = -S_{23} \Rightarrow S_{22} = \frac{1}{2}$$

$$\Rightarrow S_T = \begin{pmatrix} 0 & \frac{1}{\sqrt{2}} & \frac{1}{\sqrt{2}} \\ \frac{1}{\sqrt{2}} & \frac{1}{2} & -\frac{1}{2} \\ \frac{1}{\sqrt{2}} & -\frac{1}{2} & \frac{1}{2} \end{pmatrix}$$

3.2.1  $S_{Li} = \begin{pmatrix} 0 & e^{-j\beta_i L} \\ e^{-j\beta_i L} & 0 \end{pmatrix}$  (Folie 63)

3.2.2



$$\begin{aligned}
 b_B &= \frac{1}{\sqrt{2}} \cdot a_2'' + \frac{1}{\sqrt{2}} \cdot a_3'' \\
 \Rightarrow b_2' &= b_3' = \frac{1}{\sqrt{2}} \cdot a_A + \frac{1}{2} \cdot a_2' - \frac{1}{2} \cdot a_3' \\
 \Rightarrow b_2' &= b_3' = \frac{1}{\sqrt{2}} \cdot a_A \\
 b_B &= \frac{1}{\sqrt{2}} \cdot \frac{1}{\sqrt{2}} \cdot 2 \cdot a_A \cdot e^{-j\beta L} = a_A \cdot e^{-j\beta L} = a_A \cdot e^{-jL \cdot 8,38 \cdot 10^6 \frac{1}{m}}
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 3.2.3 \quad b_B &= \frac{1}{\sqrt{2}} \cdot (a_2'' + a_3'') \stackrel{!}{=} 0 \Rightarrow a_2'' = -a_3'' \\
 b_2'' &= \frac{1}{2} a_2'' - \frac{1}{2} a_3'' = -a_3'' \\
 b_3'' &= a_3'' \\
 \Rightarrow a_2' &= -b_3' \cdot e^{-j(\beta_1 + \beta_2) \cdot L} \\
 a_3' &= +b_2' \cdot e^{-j(\beta_1 + \beta_2) \cdot L + \pi} \\
 b_B &= \frac{1}{\sqrt{2}} \cdot b_2' \cdot e^{-j\beta_1 \cdot L} + \frac{1}{\sqrt{2}} \cdot b_3' \cdot e^{-j\beta_2 L} \stackrel{!}{=} 0 \\
 \Rightarrow e^{-j\beta_1 L} &= -e^{-j\beta_2 L} = e^{-j(\beta_2 L + \pi)} \\
 \Rightarrow \beta_1 L &= \beta_2 L + \pi \\
 \Rightarrow L &= \frac{\pi}{\beta_1 - \beta_2} = \frac{\pi}{\left(2 + \frac{U_1}{1 \cdot 10^5 \text{ V}}\right) - \left(2 + \frac{U_2}{1 \cdot 10^5 \text{ V}}\right)} \cdot \frac{c_0}{\omega} = 1,5 \text{ cm}
 \end{aligned}$$

mit  $U_1 = -U_2 = 2,5 \text{ V}$

Die Lösung gefällt mir nicht. Manche Zeilen mit einem  $\Rightarrow$  folgen nicht aus den anderen, es wird implizit  $b_2' = b_3'$  angenommen, einige Zeilen werden nicht weiter verwendet... Entweder ich habe etwas vergessen abzuschreiben bzw. falsch abgeschrieben oder die Lösung ist einfach nur schlecht. Eine bessere Lösung gabs in der RÜ vom SS 2011, siehe Datei [rev0017-2011-07-12 EMF2 IK RU 12.pdf](#) im megapack.

### 3.2.4 Amplitudenmodulator

$$3.3.1 \quad t_{opt} = \sqrt{4L \cdot \frac{|D|}{\omega c_0}} \Leftrightarrow |D| = \frac{t_{opt}^2 \cdot 2\pi f \cdot c_0}{4L}$$

### 3.3.2 Dispersionskompensation

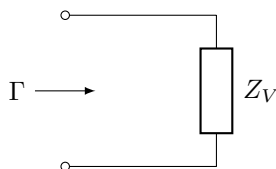


$$D_1 L_1 \quad D_2 L_2$$

Mit  $D_1 L_1 = -D_2 L_2$ .

## F2009 A5 (Streumatrix)

### 5.1.1



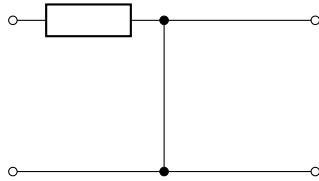
$$\Gamma = \frac{Z_V - Z_L}{Z_V + Z_L}$$

$$\begin{aligned}
5.1.2 \quad r_1 &= \frac{b_1}{a_1} \\
\Rightarrow \begin{pmatrix} b_1 \\ b_2 \end{pmatrix} &= \begin{pmatrix} S_{11} & S_{12} \\ S_{21} & S_{22} \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} a_1 \\ a_2 \end{pmatrix} \\
\Rightarrow b_1 &= S_{11} \cdot a_1 + S_{12} \cdot a_2 = S_{11} \cdot a_1 + S_{12} \cdot \Gamma \cdot b_2 \\
b_2 &= S_{21} \cdot a_1 + S_{22} \cdot a_2 \\
\Gamma &= \frac{a_2}{b_2} \Rightarrow b_2 = S_{21} \cdot a_1 + \Gamma \cdot S_{22} \cdot b_2 \\
\Leftrightarrow b_2 &= a_1 \cdot \frac{S_{21}}{1 - S_{22}\Gamma} \\
b_1 &= S_{11} \cdot a_1 + S_{12} \cdot \Gamma \cdot \frac{S_{21}}{1 - S_{22}\Gamma} \cdot a_1 \\
\Rightarrow r_1 &= \frac{b_1}{a_1} = S_{11} + \Gamma \cdot \frac{S_{21} \cdot S_{12}}{1 - S_{22}\Gamma}
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
5.1.3 \quad r_1 &= S_{11} + \Gamma \cdot \frac{S_{21} \cdot S_{12}}{1 - S_{22}\Gamma} \stackrel{!}{=} 0 \\
\Leftrightarrow S_{11} \cdot (1 - S_{22}\Gamma) + \Gamma \cdot S_{21} \cdot S_{12} &= 0 \\
\Leftrightarrow S_{11} - S_{11}S_{22}\Gamma + \Gamma \cdot S_{21} \cdot S_{12} &= 0 \\
\Rightarrow \Gamma &= \frac{S_{11}}{S_{11}S_{22} - S_{21}S_{12}}
\end{aligned}$$

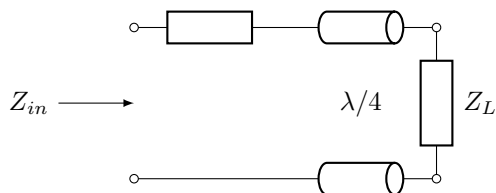
$$5.2.1 \quad \frac{L}{\lambda} = \frac{L}{2\pi} \cdot \beta = \frac{L}{2\pi} \cdot \frac{\omega}{c_0} = L \cdot \frac{f}{c_0} = 0,5$$

$$Z_{in,1} = R$$

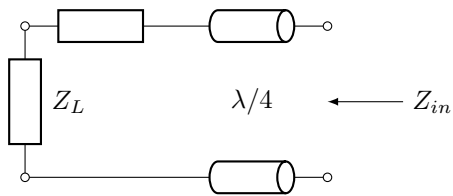


$$\begin{aligned}
S_{11} &= \frac{Z_{in,1} - Z_L}{Z_{in,1} + Z_L} = \frac{400 \Omega}{500 \Omega} = 0,8 \\
Z_{in,2} &= 0 \\
\Rightarrow S_{22} &= \frac{0 \Omega - Z_L}{0 \Omega + Z_L} = -1 \\
\Rightarrow S_{21} &= S_{12} = 0 \text{ (Kurzschluss)}
\end{aligned}$$

$$5.2.2 \quad \frac{L}{2} = 0,25 \Rightarrow \lambda_4\text{-Transformator KS} \rightarrow \text{LL}$$



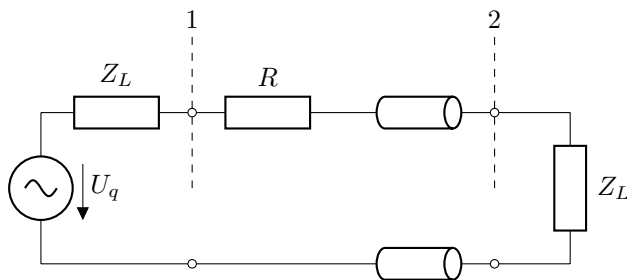
$$\begin{aligned}
Z_{in,\lambda/4} &= \frac{Z_L^2}{Z_L} = Z_L \\
Z_{in} &= R + Z_L = 500 \Omega \\
S_{11} &= \frac{450 \Omega}{550 \Omega} = \frac{9}{11}
\end{aligned}$$



$$Z_{in} = \frac{Z_L^2}{R + Z_L} = 5 \Omega$$

$$S_{22} = \frac{Z_{in,2} - Z_L}{Z_{in,2} + Z_L} = -\frac{9}{11}$$

$$S_{12} = S_{21}$$



$$S_{21} = \frac{U_2}{U_q/2} = 2 \cdot \frac{-jU_q \cdot \frac{Z_L}{R+Z_L}}{U_q} = -j \cdot \frac{2}{11}$$

$$1. \quad r_1 = S_{11} + \Gamma \cdot \frac{S_{21}S_{12}}{1 - S_{22}\Gamma}$$

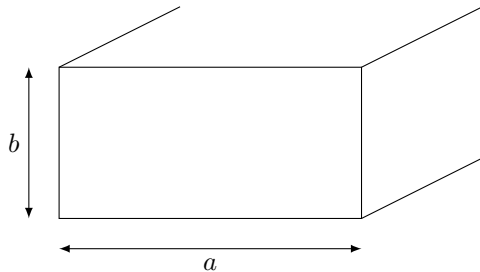
$$a) \quad \Gamma = -1 \Rightarrow r_1 = \frac{9}{11} + (-1) \frac{-\left(\frac{2}{11}\right)^2}{1 - \frac{9}{11}} = +1$$

$$\Gamma = 1 \Rightarrow r_1 = 0.8$$

## Termin 8: 19.6.2012

H. Shakhtour  
 Redgeschoss, 336b  
 Email: shakhtour@ihf.rwth-aachen.de

### H2010 A2 (Hohlleiter)



technisch genutzter Frequenzbereich: 3,94 - 5,99 GHz

2.1.1 a)  $\varepsilon_r = 1$

$$f_{c,10}^H = \frac{c_0}{2a} = \frac{3 \cdot 10^8}{2 \cdot (47,548 \cdot 10^{-3})} = 3,1546 \text{ GHz}$$

$$f_{c,mn} = \frac{1}{2\sqrt{\mu\varepsilon}} \sqrt{\frac{m^2}{a^2} + \frac{n^2}{b^2}}$$

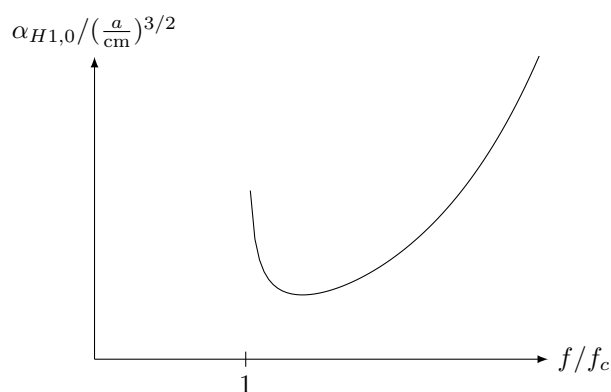
$$f_{c,20}^H = 2 \cdot f_{c,10}^H = 6,3092 \text{ GHz}$$

b)  $\varepsilon_r = 4$

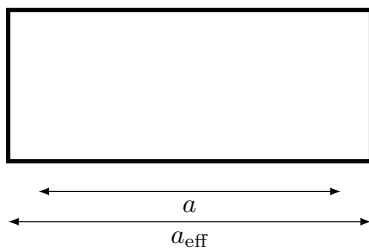
$$f_{c,10} = \frac{c_0}{2\sqrt{\mu_r \varepsilon_r} \cdot a} = \frac{3 \cdot 10^8}{2\sqrt{4} \cdot 47,549 \cdot 10^3} = 1,5773 \text{ GHz}$$

$$f_{c,20}^H = 2 \cdot f_{c,10}^H = 3,1547 \text{ GHz}$$

2.1.2 1) Verluste werden zu hoch



2) Nah zu  $f_{c,H2,0}$  sind  $a, b$  größer und  $f_{c,H2,0}$  ist ausbreitungsfähig



$$2.2.1 \quad \gamma \rightarrow \alpha = p_{\nu\mu} \sqrt{1 - \left( \frac{f}{f_{c,\nu\mu}} \right)^2}$$

$$\alpha_{10}^H = p_{10} \sqrt{1 - \left( \frac{f}{f_{c,10}^H} \right)^2}$$

$$f_{c,10}^H = 3,1546 \text{ GHz aus 2.1.1}$$

$$\begin{aligned} \alpha_{10}^H &= \frac{\pi}{a} \sqrt{1 - \left( \frac{3}{3,1546} \right)^2} \\ &= 20,43 \frac{\text{Np}}{\text{m}} \end{aligned}$$

2.2.2 H-typ:  $E_z = 0$

$$\begin{aligned} \underline{E}_x(x, y) &= \frac{j\omega\mu}{p_{mn}^2} \underline{F} \frac{n\pi}{b} \cos\left(\frac{m\pi}{a}x\right) \sin\left(\frac{n\pi}{b}y\right) \cdot e^{-\gamma_{mn}z} \\ \underline{E}_y(x, y) &= \frac{-j\omega\mu}{p_{mn}^2} \underline{F} \frac{m\pi}{a} \sin\left(\frac{m\pi}{a}x\right) \cos\left(\frac{n\pi}{b}y\right) \cdot e^{-\gamma_{mn}z} \\ \underline{H}_x(x, y) &= \frac{\gamma_{mn}}{p_{mn}^2} \underline{F} \frac{m\pi}{a} \sin\left(\frac{m\pi}{a}x\right) \cos\left(\frac{n\pi}{b}y\right) \cdot e^{-\gamma_{mn}z} \\ \underline{H}_y(x, y) &= \frac{\gamma_{mn}}{p_{mn}^2} \underline{F} \frac{n\pi}{b} \cos\left(\frac{m\pi}{a}x\right) \sin\left(\frac{n\pi}{b}y\right) \cdot e^{-\gamma_{mn}z} \end{aligned}$$

$H_{10}$  mode:

$$\begin{aligned} \underline{E}_x(x, y) &= 0 \\ \underline{E}_y(x, y) &= -\frac{j\omega\mu_0}{\left(\frac{\pi}{a}\right)^2} \cdot \underline{F} \cdot \left(\frac{\pi}{a}\right) \cdot \sin\left(\frac{\pi}{a}x\right) \cdot e^{-\alpha z} \\ \underline{H}_x(x, y) &= \frac{\alpha}{\left(\frac{\pi}{a}\right)^2} \cdot \underline{F} \cdot \left(\frac{\pi}{a}\right) \sin\left(\frac{\pi}{a}x\right) \cdot e^{-\alpha z} \\ \underline{H}_y(x, y) &= 0 \end{aligned}$$

wobei  $\underline{F} = |H_z|_{\max} = 1,9644 \frac{\text{A}}{\text{m}}$

$$\begin{aligned} \vec{S} &= \vec{E} \times \vec{H}^* \\ &= (\underline{E}_y \cdot \underline{H}_x^*)(\vec{e}_y \times \vec{e}_x) \\ &= -E_y \cdot H_x^* \cdot \vec{e}_z \\ &= \frac{j\omega\mu_0\alpha}{\left(\frac{\pi}{a}\right)^2} \cdot |H_z|_{\max}^2 \cdot \sin^2\left(\frac{\pi}{a}x\right) \cdot e^{-2\alpha z} \vec{e}_z \end{aligned}$$

2.2.3

$$\begin{aligned} \vec{S}_B &= \frac{1}{2} \text{Im}\{\vec{S}\} = \frac{1}{2} \frac{\omega\mu_0\alpha}{(\pi/a)^2} \cdot |H_z|_{\max}^2 \cdot \sin^2\left(\frac{\pi}{a}x\right) \cdot e^{-2\alpha z} \cdot \vec{e}_z \\ Q(z=0) &= \iint_A \vec{S}_B \cdot \underbrace{\vec{e}_z}_{d\vec{A}} \cdot dA \\ &= \frac{1}{2} \frac{\omega\mu_0\alpha}{(\pi/a)^2} \cdot |H_z|_{\max}^2 \cdot \int_0^a \int_0^b \sin^2\left(\frac{\pi}{a}x\right) dx dy \\ &= \frac{b}{2} \frac{\omega\mu_0\alpha}{(\pi/a)^2} |H_z|_{\max}^2 \cdot \int_0^a \sin^2\left(\frac{\pi}{a}x\right) dx \end{aligned} \quad (1)$$

wobei  $\int \sin^2(kx) dx = \frac{x}{2} - \frac{1}{4k} \sin(2kx)$

$$\int_0^a \sin^2\left(\frac{\pi}{a}x\right) dx = \left. \frac{x}{2} - \frac{1}{4\left(\frac{\pi}{a}\right)} \sin\left(\frac{2\pi}{a}x\right) \right|_0^a = \frac{a}{2} \quad (2)$$

aus 1,2:

$$Q(z=0) = \frac{a \cdot b}{4} \frac{\omega\mu_0\alpha}{(\pi/a)^2} |H_z|_{\max}^2 = 0,1126 \text{ W}$$

$$\begin{aligned}
2.2.4 \quad Q(z = \delta) &= \frac{Q(z = 0)}{e^2} \\
\text{aus 2.2.3:} \\
Q(z = \delta) &= Q(z = 0) \cdot e^{-2\alpha\delta} \\
\text{d.h.:} \\
\alpha\delta &= 1 \\
\delta &= \frac{1}{\alpha} = 0,049 \text{ m} = 4,9 \text{ cm}
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
2.3.1 \quad \underline{E}_{yp} + \underline{E}_{yr} &= \underline{E}_{yt} \\
\Rightarrow 1 + \frac{\underline{E}_{yr}}{\underline{E}_{yp}} &= \frac{\underline{E}_{yt}}{\underline{E}_{yp}} \\
\Rightarrow 1 + \underline{r} &= \underline{t}
\end{aligned}$$

2.3.2 aus 2.2.1

$$\gamma_2 = \alpha_2 = 20,43 \frac{\text{Np}}{\text{m}}$$

2.3.3  $z < 0$

$$\begin{aligned}
\Rightarrow Z_{F10}^H &= \frac{j\omega\mu}{\gamma_{10}} = \frac{j\omega\mu}{j\beta_{10}} \\
Z_{F10}^H &= \frac{\omega\mu}{\omega\sqrt{\mu\varepsilon} \cdot \sqrt{1 - \left(\frac{f_{c10}^H}{f}\right)^2}} \\
&= \frac{Z_0}{\sqrt{\varepsilon_r}} \cdot \frac{1}{\sqrt{1 - \left(\frac{f_{c10}^H}{f}\right)^2}} \\
&= 221,6 \Omega \text{ (reell)}
\end{aligned}$$

$z > 0$

$$\begin{aligned}
Z_{F10}^H &= \left(\frac{j\omega\mu}{\gamma_{10}}\right) = \frac{j2\pi f\mu_0}{20,43} \\
&= j1159,4 \Omega \text{ (induktiv)}
\end{aligned}$$

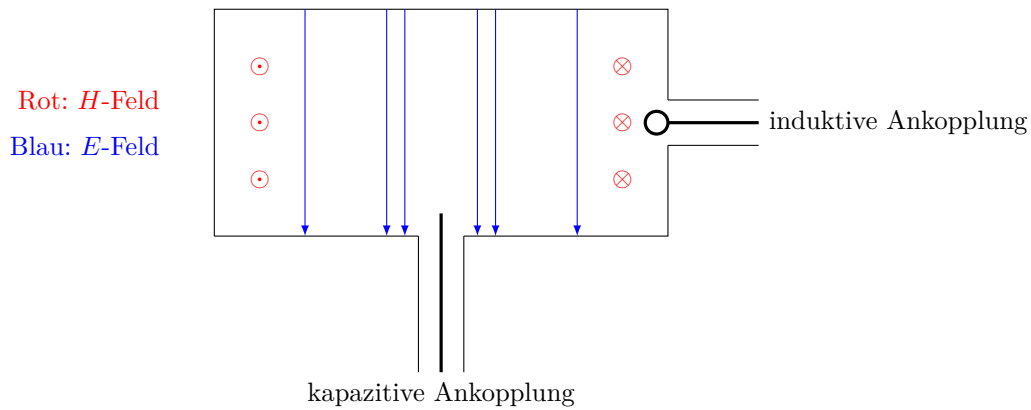
$$\begin{aligned}
2.3.4 \quad r &= \frac{Z_{F2}^H - Z_{F1}^H}{Z_{F2}^H + Z_{F1}^H} \\
&= \frac{j1159,6 - 221,6}{j1159,6 + 221,6} \\
&= \frac{1180,4 \angle 100,82^\circ}{1180,4 \angle 79,18^\circ} \\
&= 1 \angle 21,64^\circ \\
|r| &= 1
\end{aligned}$$

## H2006 A6 (Hohlleiterdrehkupplung)

$$\begin{aligned}
6.1.1 \quad f_{c,10}^H &= \frac{c_0}{2a_{\min}} \\
f_{c,20}^H &= \frac{c_0}{a_{\max}} \\
a_{\min} &= \frac{c_0}{2f_{c,10}^H} \quad f \geq f_{c,10}^H \\
a_{\max} &= \frac{c_0}{f_{c,20}^H} \quad f \leq f_{c,20}^H \\
a_{\min} &= \frac{3 \cdot 10^8}{2(5 \cdot 10^9)} = 0,03 \text{ m} = 3 \text{ cm} \\
a_{\max} &= \frac{3 \cdot 10^8}{6 \cdot 10^9} = 0,05 \text{ m} = 5 \text{ cm}
\end{aligned}$$



6.1.2

6.2.1  $E_{01}$ 6.2.2 Ja, da die gleichen transversalen Feldkomponenten  $(E_\rho, H_\varphi)$  vorhanden sind

$$6.2.3 \quad f_{c,01}^E = \frac{0,383c_0}{R}$$

$$f_{c,01}^H = \frac{0,62c_0}{R}$$

$$R_{min} = \frac{0,383c_0}{f_{min}} = \frac{0,383 \cdot 3 \cdot 10^8}{5 \cdot 10^9} = 2,298 \text{ cm}$$

$$R_{max} = \frac{0,62c_0}{f_{max}} = \frac{0,62 \cdot 3 \cdot 10^8}{6 \cdot 10^9} = 3,10 \text{ cm}$$

## Neuer Termin; Wiederholung

Beispiel zu Koppelstiften: Hertz'scher Dipol hat  $E_\varphi = H_r = H_\vartheta \equiv 0$ , also kann der Hertz'sche Dipol keinen um  $90^\circ$  gedrehten Dipol anregen.

6.2.1  $E_{01}$ 

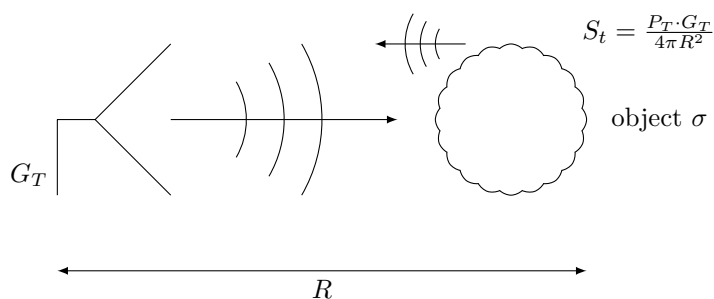
6.2.2 Ja, da die gleichen transversalen Feldkomponenten vorhanden sind

$$6.2.3 \quad f_{C,01}^E = \frac{0,383c_0}{R_{min}} \Rightarrow R_{min} = 2,298 \text{ cm}$$

$$f_{C,01}^H = \frac{0,62c_0}{R_{max}} \Rightarrow R_{max} = 3,10 \text{ cm}$$

6.2.4 Ja, da  $H_\varphi$  vorhanden ist.

## 6.3 Die Radargleichung:



$$S_R = \frac{P_t}{4\pi R^2} = \frac{S_t \cdot \sigma}{4\pi R^2}$$

$$P_R = S_R \cdot A_R$$

wobei:

$$A_R = \frac{G_R \cdot \lambda^2}{4\pi}$$

$$P_R = \frac{P_T \cdot G_T \cdot \sigma \cdot A_R}{(4\pi R^2)^2} = \frac{P_T \cdot G_T \cdot G_R \cdot \lambda^2 \cdot \sigma}{(4\pi)^3 \cdot R^4}$$

$$= \boxed{\frac{P_T \cdot G^2 \cdot \lambda^2 \cdot \sigma}{(4\pi)^3 \cdot R_4}}$$

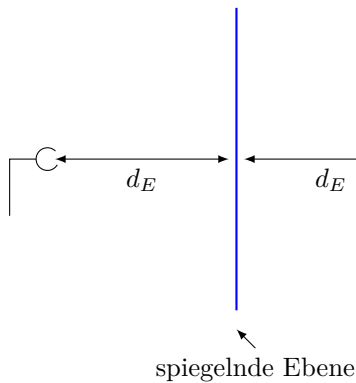
6.3.1  $\left(\frac{P_E}{P_S}\right)_{\text{Kal}} = ??$

$$f_S = 50 \text{ GHz} \Rightarrow \lambda = \frac{c_0}{f} = \frac{3 \cdot 10^8}{50 \cdot 10^9} = 6 \text{ mm}$$

$$\left(\frac{P_E}{P_S}\right)_{\text{Kal}} = \frac{\lambda^2 \cdot G^2 \cdot \sigma}{(4\pi)^3 \cdot d_{\text{Kal}}^4}$$

$$= \frac{(6 \cdot 10^{-3})^2 \cdot (2000^2) \cdot (1 \cdot 10^{-4})^2}{(4\pi)^3 \cdot (5)^4} = 1,161 \cdot 10^{-8}$$

6.3.2



Übertragungsgleichung

$$\frac{P_E}{P_S} = \frac{\cancel{\lambda^2} \cancel{G^2}}{4\pi(2d_E)^2 \cdot \pi} \stackrel{!}{=} \frac{\cancel{\lambda^2} \cancel{G^2} \cdot \sigma_E}{(4\pi)^3 (d_E)^4}$$

$$\Rightarrow \boxed{\sigma_E = \pi d_E^2}$$

6.3.3 gemäß 6.3.1

$$\Rightarrow \left(\frac{P_E}{P_S}\right) = 1,161 \cdot 10^{-8}$$

$$\left(\frac{P_E}{P_S}\right) = \left(\frac{P_E}{P_S}\right)_{\text{Kal}}$$

$$\frac{\cancel{G^2} \cancel{\lambda^2} \sigma_E}{(4\pi)^3 (d_E)^4} = \frac{\cancel{G^2} \cdot \cancel{\lambda^2} \cdot \sigma_{\text{Kal}}}{(4\pi)^3 \cdot (d_{\text{Kal}})^3}$$

$$\frac{\sigma_E}{(d_E)^4} = \frac{\sigma_{\text{Kal}}}{(d_{\text{Kal}})^4}$$

$$d_E = \sqrt[4]{\frac{\pi d_{\text{Kal}}}{\sigma_{\text{Kal}}}} = 4431,135 \text{ m}$$

**Termin 9: 26.6.2012**

Weiterführung von 2006H A6 (siehe oben).

## Termin 10: 3.7.2012

### F2008 A6 (Glasfaser)

$$6.1.1 \quad NA = \sqrt{n_1^2 - n_2^2} = 0,172$$

$$6.1.2 \quad a) \quad n_0 \cdot \sin \alpha_1 = NA \Rightarrow \alpha_1 = 9,9^\circ$$

$$n_i \cdot \sin \alpha_2 = NA \Rightarrow \alpha_2 = 2,46^\circ$$

$$b) \quad \lambda = 1550 \text{ nm (1530 nm to 1580 nm)} \Rightarrow \text{geringe Dämpfung}$$

$$6.2.1 \quad \alpha_{A1} \cdot L \stackrel{!}{=} G_1$$

$$\Rightarrow L = \frac{30 \text{ dB}}{0,25 \frac{\text{dB}}{\text{km}}} = 120 \text{ km}$$

$$6.2.2 \quad G_2 = \alpha_{A2} \cdot L \Rightarrow G_2 = 0,20 \frac{\text{dB}}{\text{km}} \cdot 120 \text{ km} = 24 \text{ dB}$$

Skizzen aus Folie 6.3

**Klausur: Nenne sie drei vorteile, drei Nachteile von Monomode**

6.2.3 Bedingung für Monomode-Betrieb:

$$w < 2,405$$

$$w = k_0 \cdot a \cdot \sqrt{n_1^2 - n_2^2}$$

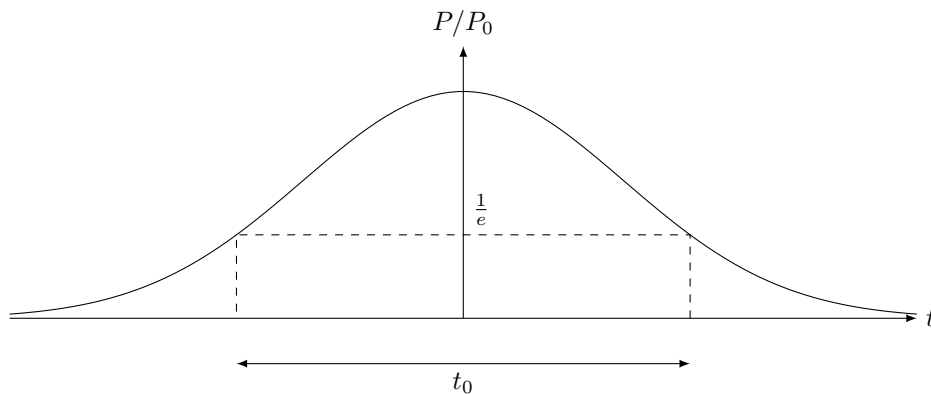
$$w = k_0 \cdot a \cdot NA = 0,8 \cdot 2,405 = 1,924$$

$$a = \frac{1,924}{\frac{2\pi}{\lambda_1} \cdot NA} \Rightarrow a = 1,78\lambda_1 = 2,33 \mu\text{m}$$

$$d = 2a = 4,66 \mu\text{m}$$

$$6.2.4 \quad t_{opt,1} = \sqrt{4L \cdot \frac{D_{A1}}{\omega c_0}} = \sqrt{4L \cdot \frac{D_{A1}}{2\pi c_0^2} \cdot \lambda_1} = 372,818 \text{ ps}$$

$$t_{opt,2} = \sqrt{4L \cdot \frac{D_{A2}}{2\pi c_0^2} \cdot \lambda_2} = 229,4 \text{ ps}$$



$$E_1(t, z=0) = E_0 e^{j\omega_T t} \cdot e^{2\left(\frac{t}{t_0}\right)^2}$$

$t_0 \Rightarrow$  Zeitkonstante, für den die Leistung das  $\frac{1}{e}$ -fache des Maximums beträgt.

$$E_1(\omega) = \int_{-\infty}^{\infty} E_1(t) e^{-j\omega t} dt = E_0 \sqrt{\frac{\pi}{2}} t_0 e^{(\omega - \omega_T)^2 \frac{t_0^2}{8}}$$

Abfall auf  $\frac{1}{\sqrt{e}}$

$$\Rightarrow e^{-\frac{(\omega - \omega_T)^2 c_0^2}{8}} = e^{-\frac{1}{2}}$$

$$\begin{aligned}
&\Rightarrow \frac{(\omega - \omega_T)^2 t_0^2}{4} = 1 \\
&\Rightarrow \frac{4\pi^2 (f - f_T)^2}{4} = \frac{1}{t_0^2} \\
(f_{1/2} - f_T) &= \pm \frac{1}{\pi t_0} \Rightarrow f_1 = \frac{1}{\pi t_0} + f_T, f_2 = \frac{1}{\pi t_0} - f_T \\
\Delta f &= (f_1 - f_2) = \frac{2\pi}{t_0} \\
\underbrace{\Delta f_1}_{\mapsto t_{opt1}} &= 1,7 \text{ GHz} \\
\underbrace{\Delta f_2}_{\mapsto t_{opt2}} &= 2,775 \text{ GHz}
\end{aligned}$$

$$6.3.1 \quad t_{opt} = \sqrt{4L \frac{D}{\omega c_0}} = \sqrt{\frac{4}{2\pi c_0^2} LD\lambda}$$

$$(L \cdot D)_{\text{gesamt}} = L \cdot D_A + L_B \cdot D_B$$

Damit bei beiden Wellenlängen das  $t_{opt}$  erreicht wird muss gelten:

$$(L \cdot D_{A1} + L_B \cdot D_{B1}) \cdot \lambda_1 \stackrel{!}{=} (L \cdot D_{A2} + L_B \cdot D_{B2}) \cdot \lambda_2$$

$$L \cdot D_{A1} = 15 \text{ km}$$

$$L \cdot D_{A2} = 4,8 \text{ km}$$

$$LD_A \lambda_1 - LD_{A2} \lambda_2 = L_B (D_{B2} \lambda_2 - D_{B1} \lambda_1)$$

$$\Rightarrow L_B = \frac{0,01965 - 7,44 \cdot 10^{-3}}{-2,34 \cdot 10^{-7} + 1,048 \cdot 10^{-6}} = 15 \text{ km}$$

$$6.3.2 \quad \Delta f = \frac{2\pi}{t_0} \text{ mit } t_{opt} = \sqrt{\frac{4}{2\pi c_0^2} L_i D_i \lambda_i}$$

$$L_i D_i \lambda_i = LD_{A1} \lambda_1 + L_B D_{B1} \lambda_1 = 0,01965 - 0,01572 \cdot 10^{-3}$$

$$\Rightarrow t_{opt} = 166,73 \text{ ps} \Rightarrow \Delta f = 3,82 \text{ GHz}$$

Wissensfrage: Belegtes Spektrum = ?

$$6.3.3 \quad g \hat{=} 15 \text{ km} \cdot 0,4 \frac{\text{dB}}{\text{m}} = 6 \text{ dB}$$

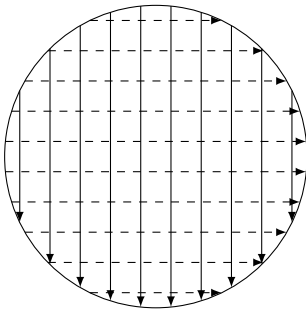
## F2003 A5 (Glasfaser)

$$5.1.1 \quad w = k_0 \cdot a \sqrt{n_1^2 - n_2^2} \stackrel{!}{\leq} 2,405$$

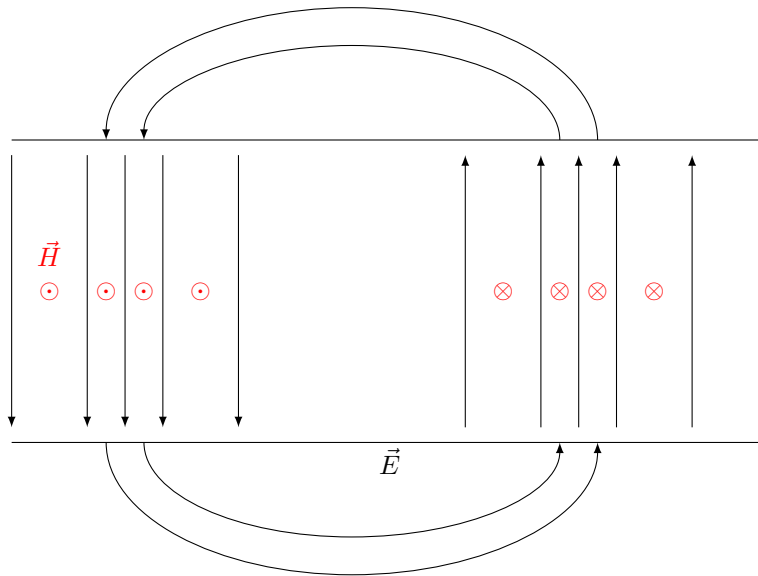
$$\Rightarrow 2a \leq \frac{2 \cdot 2,405}{k_0 \sqrt{n_1^2 - n_2^2}} = 6,932 \mu\text{m}$$

5.1.2 Die Welle wird so weit wie möglich im Kern geführt. Damit ist die Bindung an die Leitung besser.

5.1.3



Feldlinien im Außenraum fortsetzen?



$$5.2.1 \quad t_1 = \sqrt{t_0^2 + \left( \frac{2LD}{\pi c_0 f t_0} \right)^2}$$

$$\Rightarrow (t_1^2 - t_0^2) \frac{t_0^2}{L^2} \left( \frac{\pi c_0^2}{2 \lambda} \right)^2 \cdot \frac{1}{c^2} = D^2$$

$$D = \pm 8,71 \cdot 10^{-3}$$

$$5.2.2 \quad r = \frac{1}{10\tau_{\max}} = \frac{1}{10 \cdot 125 \text{ ps}} = 8 \cdot 10^8 \frac{\text{bit}}{\text{s}} = 763 \frac{\text{Mbit}}{\text{s}}$$

$$5.2.3 \quad t_{\text{opt}} = \sqrt{\frac{2L|D|}{\pi \cdot c_0 \cdot f}} = 75,8 \text{ ps}$$

## F2002 A6 (Glasfaser)

$$6.1.1 \quad 1) \quad P_{1r} = P_{1h} \cdot 10^{-\frac{2\alpha L_A}{10 \text{ dB}}} \cdot |r|^2$$

$$2) \quad P_2 = P_{1h} \cdot 10^{-\frac{\alpha L_A}{10 \text{ dB}}} \cdot (1 - |r|^2)$$

$$\Rightarrow 1 = \frac{P_{1h}}{P_{1r}} \cdot 10^{-\frac{2\alpha L_A}{10 \text{ dB}}} \cdot |r|^2$$

$$1 = \frac{P_{1h}}{P_2} \cdot 10^{-\frac{\alpha L_A}{10 \text{ dB}}} \cdot (1 - |r|^2)$$

Gleichsetzen

$$\frac{P_{1h}}{P_{1r}} \cdot \left( \frac{P_2}{P_{1h}} \right)^2 \cdot |r|^2 = 1 - 2|r|^2 + |r|^4$$

$$\Rightarrow |r|^4 - \left( 2 + \frac{P_{1h}}{P_{1r}} \cdot \left( \frac{P_2}{P_{1h}} \right)^2 \right) \cdot |r|^2 + 1 = 0$$

$$\Rightarrow |r|^2 = 1 + \frac{1}{2} \frac{P_{1h}}{P_{1r}} \cdot \left( \frac{P_2}{P_{1h}} \right)^2 \pm \sqrt{\left[ 1 + \frac{1}{2} \frac{P_{1h}}{P_{1r}} \cdot \left( \frac{P_2}{P_{1h}} \right)^2 \right]^2 - 1}$$

$$= 0,04$$

$$\Rightarrow |r| = 0,2$$

$$r = \frac{Z_0 - Z_L}{Z_0 + Z_L} = \frac{\frac{1}{n_0} - \frac{1}{n_1}}{\frac{1}{n_0} + \frac{1}{n_1}} = \frac{n_1 - n_0}{n_1 + n_0} > 0$$

$$r = +0.2$$

Einsetzen in 1)

$$\alpha = \frac{-10 \text{ dB}}{2L_A} \cdot \log \left( \frac{P_{1r}}{P_{1h} \cdot |r|^2} \right) = 0,2 \frac{\text{dB}}{\text{km}}$$

$$6.1.2 \quad r = 0,2 = \frac{n_1 - n_0}{n_1 + n_0} \Rightarrow n_1 = n_0 \cdot \frac{1+r}{1-r} = 1,5$$

6.2.1  $n_1 = 1,48$

$$w = k_0 \cdot a \cdot \sqrt{n_1^2 - n_2^2} = \frac{2\pi}{\lambda} \frac{\alpha_A}{2} \cdot \sqrt{n_1^2 - n_2^2}$$

$$= 35,16 > 2,405$$

$\Rightarrow$  Multimode Betrieb

6.2.2  $t_A$ : Gruppenlaufzeit des Pulses für Durchlauf durch die Faser.

$$t_A = t_{o-r} = \frac{L_A}{v_{o-r}} \left( N_2 + (N_1 - N_2) \cdot \frac{d(wb)}{dw} \right)$$

$$\left[ N = n + w \frac{dn}{dw} = n - \lambda \frac{dn}{d\lambda} \right]$$

Annahme:  $\Delta\tau \ll t_1 \Rightarrow$  Laufzeitunterschiede der verschiedenen Moden sind vernachlässigbar.

$\Rightarrow$  nur Grundmode berücksichtigen.

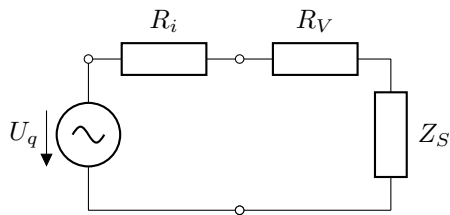
$$\left| \frac{d(wb)}{dw} \right|_{w=35,16} = 1$$

$$\Rightarrow t_A = \frac{L_A}{c_0} \cdot N_1 = \frac{L_A}{c_0} \cdot n_1 = 2,47 \cdot 10^{-4} \text{ s}$$

## Termin 11: 19.7.2012

### H2011 A1 (Leitungsnetzwerk, Antenne)

1.1.1



$$Z_S = R_S = 73,2 \Omega$$

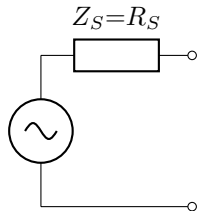
$$\text{mit } \eta = \frac{R_S}{R_S + R_V}$$

$$\Rightarrow R_V = R_S \cdot \frac{1 - \eta}{\eta} = 8,133 \Omega$$

$$R_i = R_V + R_S = 81,33 \Omega$$

$$P_{\text{verf}} = \frac{|U_q|^2}{8R_i} \stackrel{!}{=} 10 \text{ W} \Rightarrow U_q = \sqrt{P_{\text{verf}} \cdot 8R_i} = 80,6625 \text{ V}$$

1.1.2



$$U_1 = U_0 = 10 \text{ V}$$

$$R_S = 36,6 \Omega$$

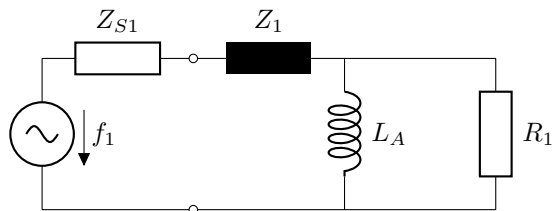
$$P_{\text{verf}} = \frac{|U_1|^2}{8R_S} = 0,3415 \text{ W}$$

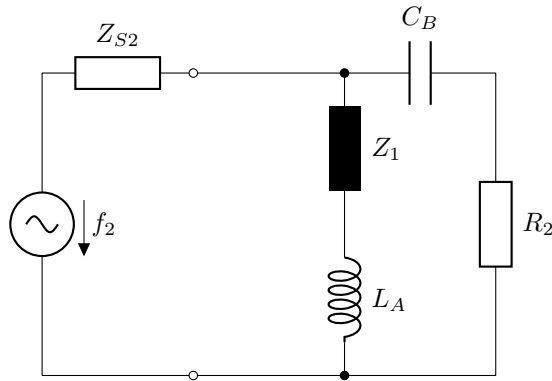
$$1.2.1 \quad f_1 : 2 \cdot \frac{\beta_1 \cdot L}{2} = 1,0 \Rightarrow Z_S(f_1) = \frac{1}{2}(25 - j275) \Omega$$

$$f_2 : 2 \cdot \frac{\beta_2 \cdot L}{2} = 2,0 \Rightarrow Z_S(f_2) = \frac{1}{2}(250 + j300) \Omega$$

$$1.2.2 \quad L_3 = \frac{\lambda_1}{4} = 18,75 \text{ cm } (= \frac{\lambda_2}{2})$$

$$1.2.3 \quad L_2 = \frac{\lambda_2}{2} = 18,75 \text{ cm } (= \frac{\lambda_1}{4})$$

1.2.4  $f_1$ :

$f_2$ :1.2.5 1)  $R_N = 50 \Omega$ 2)  $\frac{Z_{S1}}{R_N} = 0,25 - j2,75$  eintragen (Start)

3) invertieren Zielkreis einsetzen

4) Addieren von  $\frac{Z_1}{R_N}$  so, dass unterer Schnittpunkt mit inv. Zielkreis erreicht wird.

$$\Rightarrow \frac{Z_1}{R_N} = j2,75 - j0,42 = j2,35$$

5)  $Z \rightarrow Y$ 6) Addition von  $\frac{1}{j\omega\left(\frac{L_A}{R_N}\right)}$  bis Anpassung erreicht ist (Mittelpunkt).

$$\Rightarrow \frac{1}{j\omega\frac{L_A}{R_N}} = -j1,8$$

1.2.6 Hier wird  $L_A$  mit einer Stichleitung realisiert!Eigentlich soll  $Z_1$  mit der Stichleitung realisiert werden... $L_1 = ?$ 

$$\text{mit } \frac{j\omega L_A}{R_N} = \frac{j\omega L_1}{Z_{L1}} = j0,556$$

ablesen aus SC:

$$\frac{L_1}{\lambda_1} \approx 0,332 \Rightarrow L_1 = 24,9 \text{ cm}$$

## H2011 A2 (Mikrostreifenleitung)

2.1.1 2 Vorteile

- Bauteile einfach zu integrieren
- Billig

2 Nachteile

- Hohe Dämpfung
- Niedrige Leistung

2.1.2 • Keine Querhomogenität des Dielektrikums

- Verluste  $\rightarrow E_z$

2.1.3  $\varepsilon_r = 2,2$ ,  $Z_L = 50 \Omega$ ,  $f = 15 \text{ GHz}$ 

$$\lambda = \frac{c_0}{f\sqrt{\varepsilon_{r,\text{eff}}}} = 1,462 \text{ cm}$$

$$\Rightarrow \varepsilon_{r,\text{eff}} = 1,87 \Rightarrow w = 3,1 \text{ cm}$$

$$\begin{aligned} A &= \frac{1}{120} \sqrt{2(2,2+1)} \cdot 50 + \frac{2,2-1}{2,2+1} \left( 0,226 + \frac{0,121}{2,2} \right) \\ &= \frac{5}{120} \cdot 2,5298 + 0,1054 = 1,1595 \end{aligned}$$

$$B = \frac{120\pi^2}{2 \cdot 50 \cdot \sqrt{2,2}} = \frac{6}{5} \frac{\pi^2}{\sqrt{2,2}} = 7,9849$$



$$\begin{aligned}
\frac{w}{h} &= \frac{2,2-1}{\pi \cdot 2,2} \left( \ln(B-1) + 0,293 - \frac{0,517}{2,2} \right) \quad \left( \frac{w}{h} \geq 2 \right) \\
&\quad + \frac{2}{\pi} (B-1 - \ln(2B-1)) \\
\frac{w}{h} &= 0,3476 + 2,7240 = 3,0716 \approx 3,1 \\
F(w/h) &= \frac{1}{\sqrt{1 + 12/3,0716}} = 0,4514 \quad \left( \frac{w}{h} \geq 1 \right) \\
\varepsilon_{r,\text{eff}} &= \frac{2,211}{2} + \frac{2,2-1}{2} \cdot 0,4514 = 1,6 + 0,2708 = 1,8709 \\
\varepsilon_{r,\text{eff}} &= 1,87
\end{aligned}$$

Einfacher:

$$\boxed{\frac{w}{h} \leftarrow Z_L, \varepsilon_r} \quad (\text{Abb. 2.18})$$

$$\boxed{\varepsilon_{r,\text{eff}} \leftarrow \varepsilon_r, \frac{w}{h}} \quad (\text{Abb. 2.19})$$

$$\begin{aligned}
2.1.4 \quad \delta &= \sqrt{\frac{2}{\omega \mu_0 \mu_r \kappa}} = \sqrt{\frac{2}{2\pi \cdot 15 \cdot 10^9 \cdot 4\pi \cdot 10^{-7} \cdot 58 \cdot 10^6}} \text{ m} \\
&= \frac{1}{\sqrt{4\pi^2 \cdot 115,58 \cdot 10^8}} \text{ m} = 5,3959 \cdot 10^{-7} \text{ m} \\
&= 0,54 \mu\text{m} \\
\alpha_R &= \frac{1}{\kappa \delta w Z_L} = \frac{1}{58 \cdot 10^6 \cdot 5,4 \cdot 10^{-7} \cdot 3,1 \cdot 10^{-3} \cdot 50} \\
&= 0,206 \frac{\text{Np}}{\text{m}} \\
\alpha_G &= \frac{k_0}{2} \sqrt{\varepsilon_{r,\text{eff}}} \cdot \frac{\varepsilon_{r,\text{eff}}^{-1} - 1}{(\varepsilon_r)^{-1} - 1} \cdot \tan \delta_\varepsilon \\
[k_0 = \frac{2\pi}{\lambda_0} = \frac{2\pi f}{c_0} = \frac{2\pi \cdot 15 \cdot 10^9}{3 \cdot 10^8} = 10\pi \cdot 10 = 100\pi \frac{1}{\text{m}}] \\
\alpha_G &= 50\pi \sqrt{1,87} \cdot \left( \frac{\left( \frac{1}{1,87} \right) - 1}{\left( \frac{1}{2,2} \right) - 1} \cdot 0,001 \frac{1}{\text{m}} \right) = 0,185 \frac{1}{\text{m}} \\
\alpha &= \alpha_R + \alpha_G = 0,389 \frac{1}{\text{m}} \hat{=} 0,389 \cdot 8,868 \frac{\text{dB}}{\text{m}} = 3,379 \frac{\text{dB}}{\text{m}}
\end{aligned}$$

## H2011 A3 (Streumatrix, Glasfaser)

### 3.1.1 Symmetrie:

$$\begin{aligned}
S_{12} &= S_{13} = S_{14} = S_{24} = S_{23} = S_{34} \\
S_{11} &= S_{22} = S_{33} = S_{44}
\end{aligned}$$

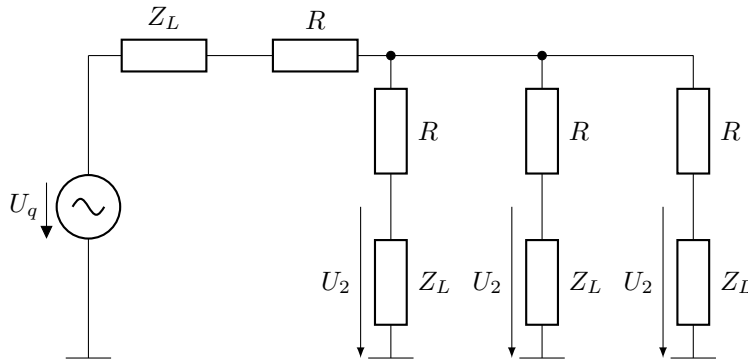
Reziprozität

$$S_{ik} = S_{ki}$$

$\Rightarrow S_{11}$  und  $S_{12}$  sind noch zu bestimmen

$$S = \begin{pmatrix} S_{11} & S_{12} & S_{12} & S_{12} \\ S_{12} & S_{11} & S_{12} & S_{12} \\ S_{12} & S_{12} & S_{11} & S_{12} \\ S_{12} & S_{12} & S_{12} & S_{11} \end{pmatrix}$$

## 3.1.2



$$\begin{aligned}
 S_{11} = 0 &\Rightarrow R + \frac{1}{3}(R + Z_L) = Z_L \\
 &\Rightarrow \frac{4}{3}R = \frac{2}{3}Z_L \\
 &\Rightarrow R = \frac{Z_L}{2}
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 3.1.3 \quad S_{12} &= \frac{U_2}{\frac{1}{2}U_q} = \frac{2 \cdot \frac{Z_L}{3}}{\frac{Z_L}{3} + \frac{R}{3} + R + Z_L} = \frac{\frac{2}{3}Z_L}{\frac{4}{3}Z_L + \frac{4}{3}R} = \frac{1}{2} \frac{Z_L}{R + Z_L} \\
 &= \frac{1}{2} \frac{Z_L}{\frac{3}{2}Z_L} = \frac{1}{3}
 \end{aligned}$$

$$3.1.4 \quad b_2 = S_{12}(a_1 + \cancel{a_3} + \cancel{a_4}) = S_{12} \cdot a_1$$

$$\frac{1}{2}|b_2|^2 = \frac{1}{2}|a_1|^2|S_{12}|^2 = \frac{1}{9} \cdot \frac{1}{2}|a_1|^2$$

$$\frac{1}{3}|b_3|^2 = \frac{1}{9}|a_1|^2$$

$$\frac{1}{2}|b_4|^2 = \frac{1}{9}|a_1|^2 \Rightarrow 1 - \frac{3}{9} = \frac{2}{9}$$

$\Rightarrow 66,7\%$  der Leistung werden in Wärme umgesetzt

$$3.2.1 \quad \frac{a_3}{b_4} = \frac{a_4}{b_3} = e^{-j\beta L}$$

$$\begin{aligned}
 3.2.2 \quad \frac{a_3}{a_1} &= \frac{a_3}{b_4} \cdot \frac{b_4}{a_1} \Rightarrow b_4 = s_{12} \cdot a_1 + S_{12} \cdot \cancel{a_2} + S_{12} \cdot a_3 \text{ Somit: } C = 3 \\
 a_3 &= e^{-j\beta L} b_4
 \end{aligned}$$

$$\Rightarrow b_4 = \frac{S_{12} \cdot a_1}{1 - S_{12}e^{-j\beta L}}$$

$$\Rightarrow \frac{a_3}{a_1} = \frac{a_4}{a_1} = \frac{S_{12} \cdot e^{-j\beta L}}{1 - S_{12} \cdot e^{-j\beta L}} \stackrel{S_{12}=\frac{1}{3}}{=} \frac{e^{-j\beta L}}{3 - e^{-j\beta L}}$$

$$3.2.3 \quad \frac{b_2}{a_1} = ?$$

$$b_2 = s_{12} \cdot a_1 + s_{12} \cdot a_3 + s_{12} \cdot a_4$$

$$\frac{b_3}{a_1} = \frac{1}{3} \left( 1 + 2 \frac{e^{-j\beta L}}{3 - e^{-j\beta L}} \right)$$

$$a) \quad \beta L = 0$$

$$\Rightarrow \frac{b_2}{a_1} = \frac{1}{3}(1 + 1) = \frac{2}{3}$$

$$\text{Verlustleistungsanteil} = \frac{5}{9}$$

$$b) \quad \beta L = \pi$$

$$\Rightarrow \frac{b_2}{a_1} = \frac{1}{6} \dots$$

$$\text{Verlustleistungsanteil } 1 - \left(\frac{1}{6}\right)^2 = \frac{35}{36}$$