

Wiederholungsklausur zur Höheren Mathematik II
18. September 2012

Aufgabe 1 [11 Punkte]

Berechnen Sie das folgende unbestimmte Integral

$$\int \frac{-x^2 + 2x + 24}{(x-1)^2(x^2+9)} dx.$$

Aufgabe 2 [11 Punkte]

Es seien $f, g : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ mit $f(x) := \int_0^x \arctan(t^2 - t) dt$ und $g(x) := \sin^2(x)$.

Berechnen Sie

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{f(x)}{g(x)}.$$

Aufgabe 3 [8 Punkte]

Bestimmen Sie die Lösung des folgenden Anfangswertproblems

$$y' + \frac{xy}{1+x^2} = e^x \sqrt{1+x^2}, \quad y(0) = 3, \quad \text{mit } x \geq 0.$$

Geben Sie außerdem das maximale Existenzintervall an.

Aufgabe 4 [10 Punkte]

Bestimmen Sie die allgemeine Lösung des folgenden homogenen Differentialgleichungssystems

$$\begin{cases} y_1' = 2y_1 + 2y_3 \\ y_2' = 4y_1 \\ y_3' = 2y_1 - y_2. \end{cases}$$

bitte wenden!

Aufgabe 5 [7 Punkte]

Untersuchen Sie für welche $\alpha \in \mathbb{R}$ das folgende Integral konvergiert und für welche es divergiert

$$\int_0^1 (e^x - 1)x^{2\alpha} dx.$$

Aufgabe 6 [14 Punkte]

Finden und charakterisieren Sie alle kritischen Punkte von

$$f : \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}; (x, y) \mapsto x^3 - y^3 + 2x^2y^2.$$

Viel Erfolg!