

# 1 Allgemeines

$$(u \cdot v)' = u' \cdot v + u \cdot v' \quad \left(\frac{u}{v}\right)' = \frac{u' \cdot v - u \cdot v'}{v^2} \quad \int u' \cdot v \, dx = u \cdot v - \int u \cdot v' \, dx \quad \frac{dy(x(t))}{dt} = y'(x(t)) \cdot x'(t)$$

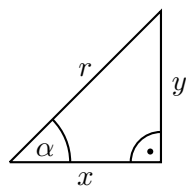
$$\frac{d \sin(x)}{dx} = \cos(x) \quad \frac{d \cos(x)}{dx} = -\sin(x) \quad \frac{d \tan(x)}{dx} = \frac{1}{\cos^2(x)} \quad \frac{d \ln(|x|)}{dx} = \frac{1}{x}$$

$\cos(x) \approx 1$  und  $\sin(x) \approx x$  bei kleinem  $x$  in rad

$$e^{jx} = \cos(x) + j \sin(x) \quad j = \sqrt{-1} \quad |z_1 \cdot z_2| = |z_1| \cdot |z_2| \text{ und } z_1 \cdot z_1^* = |z_1|^2 \text{ mit } z_1, z_2 \in \mathbb{C}$$

$$e^{jx} + e^{-jx} = 2 \cdot \cos(x) \quad e^{jx} - e^{-jx} = 2j \cdot \sin(x) \quad e^x + e^{-x} = 2 \cdot \cosh(x) \quad e^x - e^{-x} = 2 \cdot \sinh(x)$$

$$\log_b r = \frac{\log_a r}{\log_a b} \quad \log(ab) = \log(a) + \log(b) \quad \log\left(\frac{a}{b}\right) = \log(a) - \log(b) \quad \log(a^b) = b \cdot \log(a)$$



$$\cos(\alpha) = \frac{x}{r} \quad \sin(\alpha) = \frac{y}{r} \quad \tan(\alpha) = \frac{\sin(\alpha)}{\cos(\alpha)} = \frac{y}{x}$$

$$1 \text{ rad} = \frac{360^\circ}{2\pi} \quad \alpha_{grad} = \frac{180^\circ}{\pi} \cdot \alpha_{rad} \quad \alpha_{rad} = \frac{\pi}{180^\circ} \cdot \alpha_{grad}$$

$$\cos(x) = \cos(-x) \quad -\sin(x) = \sin(-x) \quad -\arctan(x) = \arctan(-x) \quad \text{si}(x) = \frac{\sin(x)}{x}$$

$$\cos(a \pm b) = \cos(a) \cos(b) \mp \sin(a) \sin(b) \quad \sin(a) \cdot \cos(b) = \frac{1}{2} \cdot (\sin(a-b) + \sin(a+b))$$

$$\sin(a) \cdot \sin(b) = \frac{1}{2} (\cos(a-b) - \cos(a+b)) \quad \cos(a) \cdot \cos(b) = \frac{1}{2} (\cos(a-b) + \cos(a+b))$$

$$\sin(a) \pm \sin(b) = 2 \cdot \sin\left(\frac{a \pm b}{2}\right) \cdot \cos\left(\frac{a \mp b}{2}\right)$$

$$\cos(a) + \cos(b) = 2 \cdot \cos\left(\frac{a+b}{2}\right) \cdot \cos\left(\frac{a-b}{2}\right) \quad \cos(a) - \cos(b) = -2 \cdot \sin\left(\frac{a+b}{2}\right) \cdot \sin\left(\frac{a-b}{2}\right)$$

$$\det \begin{pmatrix} a & b \\ c & d \end{pmatrix} = a \cdot d - c \cdot b \quad \det \begin{pmatrix} a & b & c \\ d & e & f \\ g & h & i \end{pmatrix} = aei + bfg + cdh - gec - hfa - idb$$

$$\begin{pmatrix} a & b \\ c & d \end{pmatrix}^{-1} = \frac{1}{a \cdot d - c \cdot b} \cdot \begin{pmatrix} d & -b \\ -c & a \end{pmatrix} \quad \begin{pmatrix} a & b & c \\ d & e & f \\ g & h & i \end{pmatrix}^{-1} = \frac{1}{\det(\mathbf{A})} \cdot \begin{pmatrix} ei - fh & ch - bi & bf - ce \\ fg - di & ai - cg & cd - af \\ dh - eg & bg - ah & ae - bd \end{pmatrix}$$

Die Inverse einer symmetrischen Matrix ist auch symmetrisch.

Größenordnungen:

| p          | n         | $\mu$     | m         |  | k      | M      | G      | T         |
|------------|-----------|-----------|-----------|--|--------|--------|--------|-----------|
| $10^{-12}$ | $10^{-9}$ | $10^{-6}$ | $10^{-3}$ |  | $10^3$ | $10^6$ | $10^9$ | $10^{12}$ |

<sup>1</sup>Wer Fehler findet teilt mir diese bitte über robert.uhl@rwth-aachen.de mit damit ich sie korrigieren kann.

## 2 Symmetrisches System

$$\vec{\underline{U}}_{RST} = \begin{pmatrix} \underline{U}_R \\ \underline{U}_S \\ \underline{U}_T \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 \\ \underline{a}^2 \\ \underline{a} \end{pmatrix} \cdot \underline{U}_R \quad \vec{\underline{I}}_{RST} = \begin{pmatrix} \underline{I}_R \\ \underline{I}_S \\ \underline{I}_T \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 \\ \underline{a}^2 \\ \underline{a} \end{pmatrix} \cdot \underline{I}_R$$

mit  $\underline{a} = \exp(j \cdot 120^\circ)$  und  $1 + \underline{a}^2 + \underline{a} = 0$

## 3 Symmetrische Komponenten

Null-System (0), Mit-System (1), Gegen-System (2)

$$\vec{\underline{U}}_{RST} = \underline{\mathbf{Z}}_{RST} \cdot \vec{\underline{I}}_{RST} \quad \circ \bullet \quad \vec{\underline{U}}_{012} = \underline{\mathbf{Z}}_{012} \cdot \vec{\underline{I}}_{012} \quad \text{mit } \underline{\mathbf{Z}}_{RST} = \begin{pmatrix} \underline{A} & \underline{B} & \underline{B} \\ \underline{B} & \underline{A} & \underline{B} \\ \underline{B} & \underline{B} & \underline{A} \end{pmatrix}$$

$$\underline{\mathbf{T}}_{012}^{-1} = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 1 & \underline{a}^2 & \underline{a} \\ 1 & \underline{a} & \underline{a}^2 \end{pmatrix} \quad \text{und} \quad \underline{\mathbf{T}}_{012} = \frac{1}{3} \cdot \begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 1 & \underline{a} & \underline{a}^2 \\ 1 & \underline{a}^2 & \underline{a} \end{pmatrix}$$

$$\vec{\underline{U}}_{012} = \begin{pmatrix} \vec{\underline{U}}_0 \\ \vec{\underline{U}}_1 \\ \vec{\underline{U}}_2 \end{pmatrix} = \underline{\mathbf{T}}_{012} \cdot \vec{\underline{U}}_{RST} \quad \vec{\underline{U}}_{RST} = \underline{\mathbf{T}}_{012}^{-1} \cdot \vec{\underline{U}}_{012}$$

$$\vec{\underline{I}}_{012} = \begin{pmatrix} \vec{\underline{I}}_0 \\ \vec{\underline{I}}_1 \\ \vec{\underline{I}}_2 \end{pmatrix} = \underline{\mathbf{T}}_{012} \cdot \vec{\underline{I}}_{RST} \quad \vec{\underline{I}}_{RST} = \underline{\mathbf{T}}_{012}^{-1} \cdot \vec{\underline{I}}_{012}$$

$$\underline{\mathbf{Z}}_{012} = \underline{\mathbf{T}}_{012} \cdot \underline{\mathbf{Z}}_{RST} \cdot \underline{\mathbf{T}}_{012}^{-1} = \begin{pmatrix} \underline{A} + 2 \cdot \underline{B} & 0 & 0 \\ 0 & \underline{A} - \underline{B} & 0 \\ 0 & 0 & \underline{A} - \underline{B} \end{pmatrix}$$

$$\text{allgemein: } \underline{\mathbf{Z}}_{RST} = \begin{pmatrix} \underline{A} & \underline{B} & \underline{C} \\ \underline{C} & \underline{A} & \underline{B} \\ \underline{B} & \underline{C} & \underline{A} \end{pmatrix} \quad \circ \bullet \quad \underline{\mathbf{Z}}_{012} = \begin{pmatrix} \underline{A} + \underline{B} + \underline{C} & 0 & 0 \\ 0 & \underline{A} + \underline{a}^2 \cdot \underline{B} + \underline{a} \cdot \underline{C} & 0 \\ 0 & 0 & \underline{A} + \underline{a} \cdot \underline{B} + \underline{a}^2 \cdot \underline{C} \end{pmatrix}$$

$$\text{Leistung: } \underline{S}_{RST} = \vec{\underline{U}}_{RST}^T \cdot \vec{\underline{I}}_{RST}^* = 3 \cdot \underline{S}_{012} = 3 \cdot \vec{\underline{U}}_{012}^T \cdot \vec{\underline{I}}_{012}^* \quad (\text{leistungsvariant!})$$

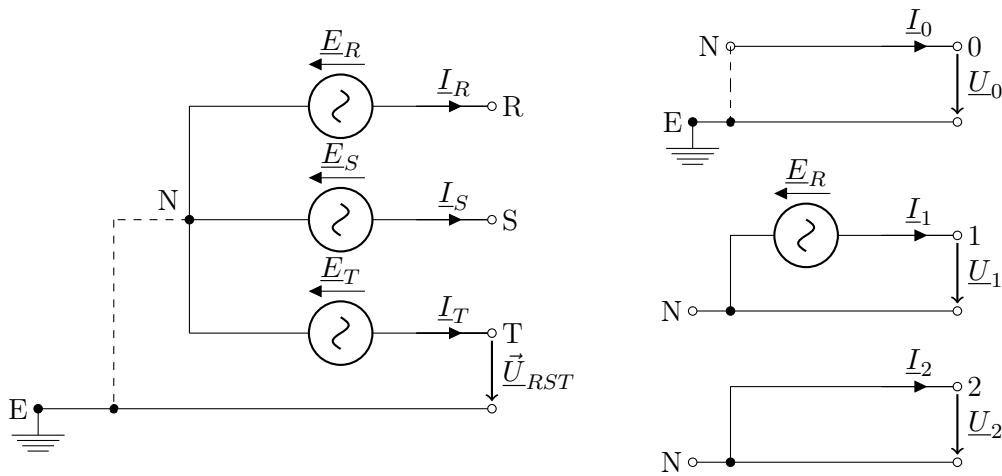
**Transformator:** Übersetzung auf  $\vec{\underline{U}}_{012}$  und/oder  $\vec{\underline{I}}_{012}$  anwenden, erst dann Transformation in das RST-System.

$$\vec{\underline{U}}_{012,US} = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & \frac{1}{\underline{u}} & 0 \\ 0 & 0 & \frac{1}{\underline{u}^*} \end{pmatrix} \cdot \vec{\underline{U}}_{012,OS} \quad \vec{\underline{U}}_{012,OS} = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & \underline{u} & 0 \\ 0 & 0 & \underline{u}^* \end{pmatrix} \cdot \vec{\underline{U}}_{012,US}$$

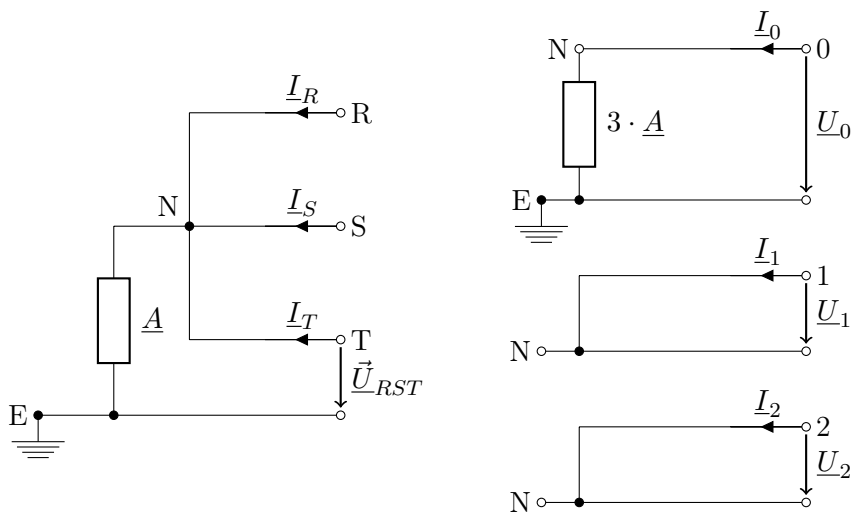
$$\vec{\underline{I}}_{012,US} = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & \underline{u}^* & 0 \\ 0 & 0 & \underline{u} \end{pmatrix} \cdot \vec{\underline{I}}_{012,OS} \quad \vec{\underline{I}}_{012,OS} = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & \frac{1}{\underline{u}^*} & 0 \\ 0 & 0 & \frac{1}{\underline{u}} \end{pmatrix} \cdot \vec{\underline{I}}_{012,US}$$

## 4 012-Modelle symmetrischer Anlagen

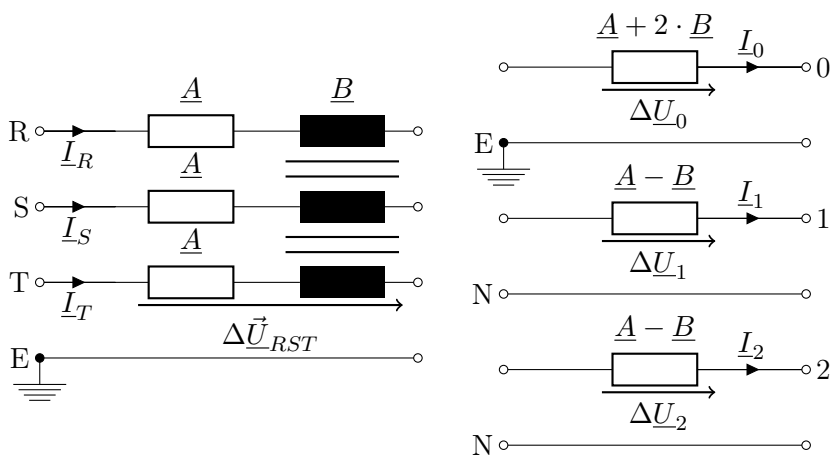
### 4.1 Spannungsquelle



### 4.2 Sternpunktimpedanz

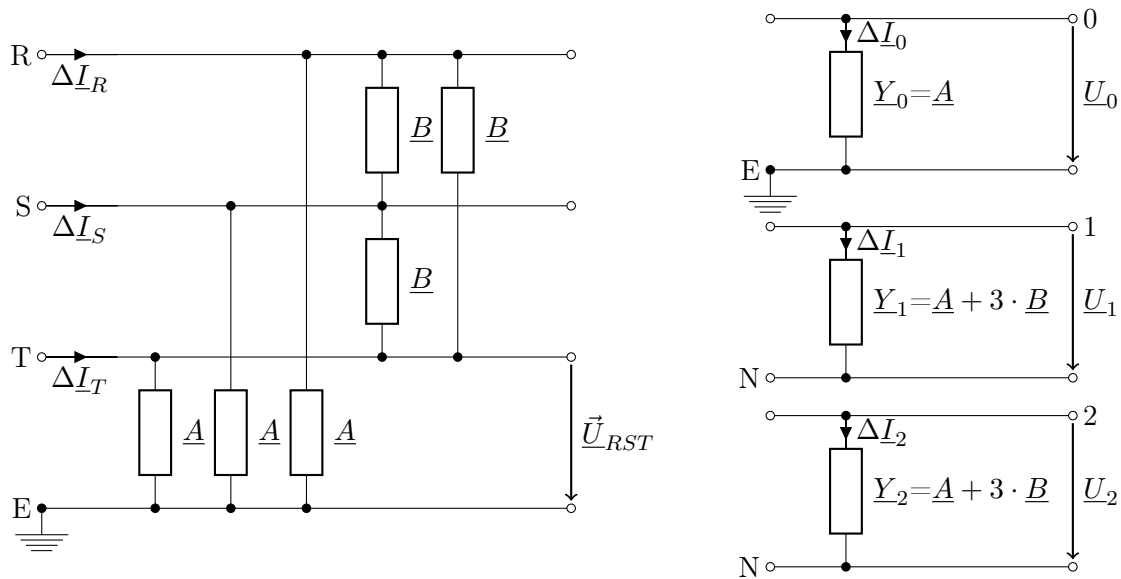


### 4.3 Längsimpedanzen



#### 4.4 Queradmittanzen/Verbraucher

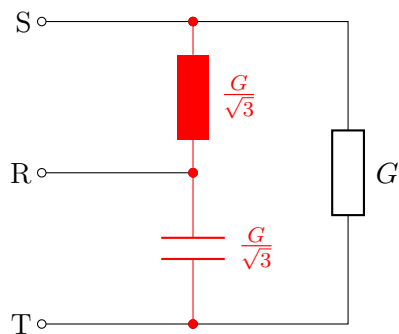
ungeerdete Last in Sternschaltung: vgl.  $\underline{B}$  nach Stern-Dreieck-Umwandlung  $\underline{Y}_{\Delta} = \frac{1}{3} \cdot \underline{Y}_{\star}$



#### 4.5 Symmetrierung von einphasigen Verbrauchern

Das Netz wird dann nicht mit Strömen des Gegen-Systems belastet.

$$\underline{Y}_{RS} = -j \cdot \frac{G}{\sqrt{3}} \quad \underline{Y}_{RT} = +j \cdot \frac{G}{\sqrt{3}}$$



## 4.6 Zweiwicklungstransformator:

### Leerlaufversuch:

mit Bemessungsspannung  $U_{r,OS}$ , liefert Eisenverlustleistung  $P_{Fe,r}$  und Leerlaufstrom  $I_{0,OS}$

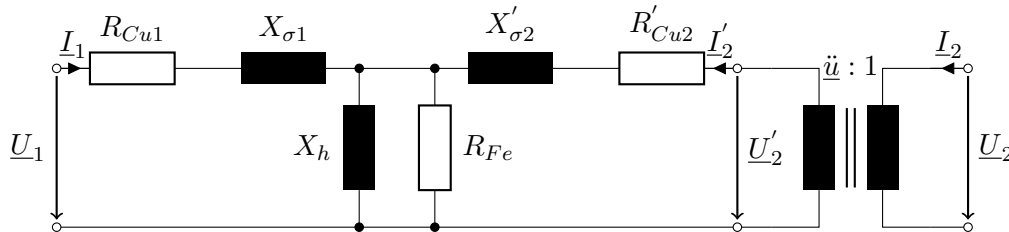
$$R'_{Fe} \approx \frac{U_{r,OS}^2}{P_{Fe,r}} \quad X'_h \approx \frac{U_{r,OS}}{\sqrt{3} \cdot I_{0,OS}} \quad R''_{Fe} \approx \frac{U_{r,US}^2}{P_{Fe,r}} \quad X''_h \approx \frac{U_{r,US}}{\sqrt{3} \cdot I_{0,US}}$$

### Kurzschlussversuch:

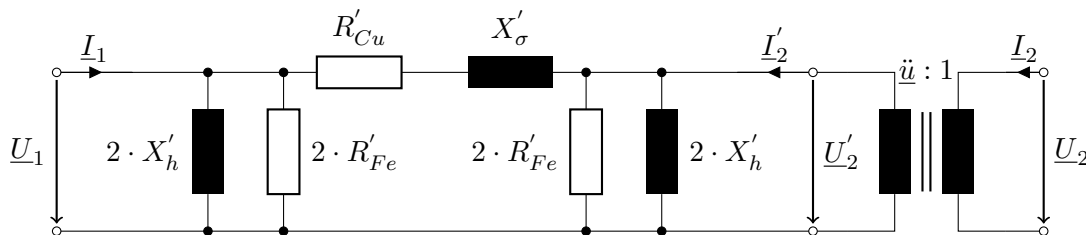
Bemessungsstrom  $I_r$  in kurzgeschlossener Wicklung durch an anderer Wicklung angelegte Bemessungskurzschlussspannung  $U_{kr}$  mit relativer Kurzschlussspannung  $u_{kr} = \frac{U_{kr}}{U_r} \cdot \sqrt{3}$  und Kurzschlussverlusten  $P_{Cu,r}$

$$R'_{Cu} \approx P_{Cu,r} \cdot \left( \frac{U_{r,OS}}{S_r} \right)^2 \quad X'_\sigma \approx u_{kr} \cdot \frac{U_{r,OS}}{S_r} \quad R''_{Cu} \approx P_{Cu,r} \cdot \left( \frac{U_{r,US}}{S_r} \right)^2 \quad X''_\sigma \approx u_{kr} \cdot \frac{U_{r,US}}{S_r}$$

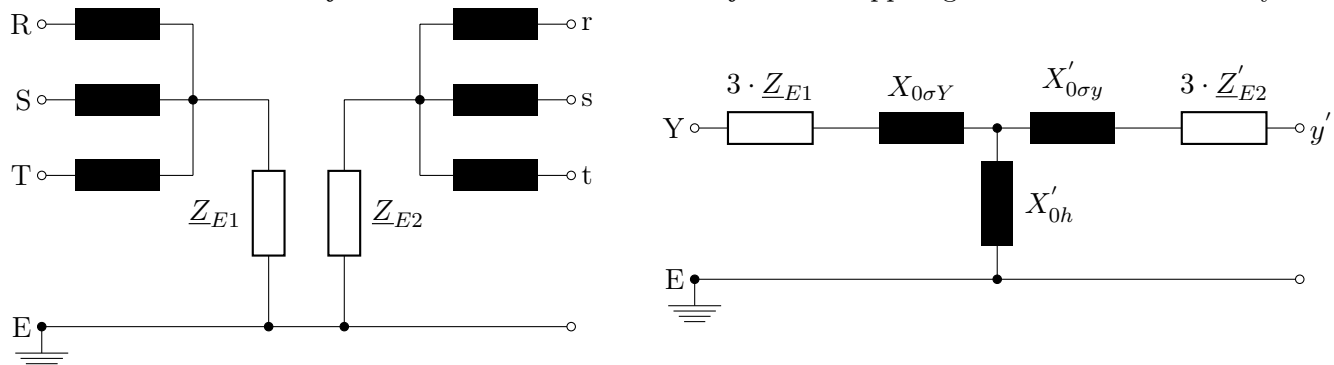
### T-Ersatzschaltbild im Mit- und Gegen-System:



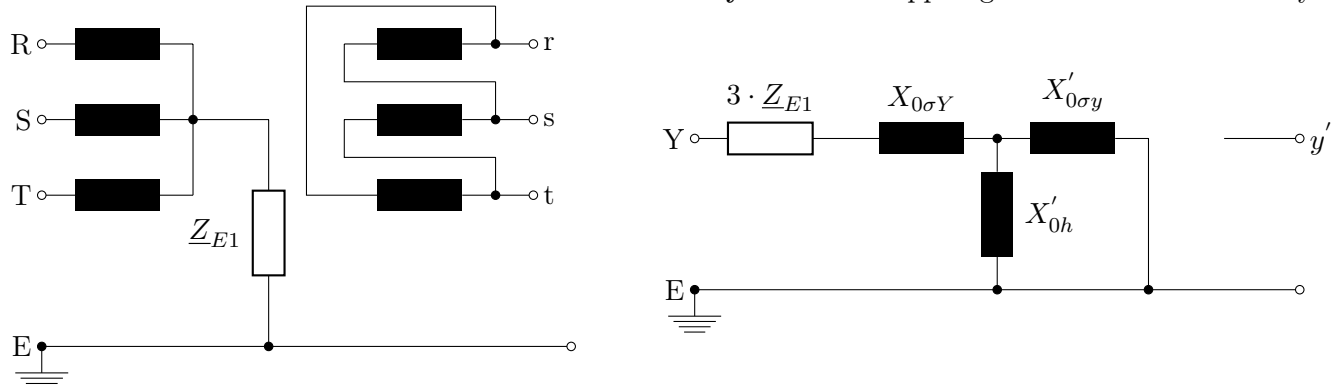
### $\pi$ -Ersatzschaltbild im Mit- und Gegen-System:



### Ersatzschaltbild des Yy-Transformators im Null-System: Kopplung der Teilnetze im Null-System



### Ersatzschaltbild des Yd-Transformators im Null-System: Entkopplung der Teilnetze im Null-System



## 4.7 Dreiwicklungstransformator

Die Bezugsseite als *Seite 1* wählen!

$$X_{k12} \approx u_{kr,12} \cdot \frac{U_{r1}^2}{S_{r2}} \quad (\text{Reaktanz zwischen Seite 1 und Seite 2})$$

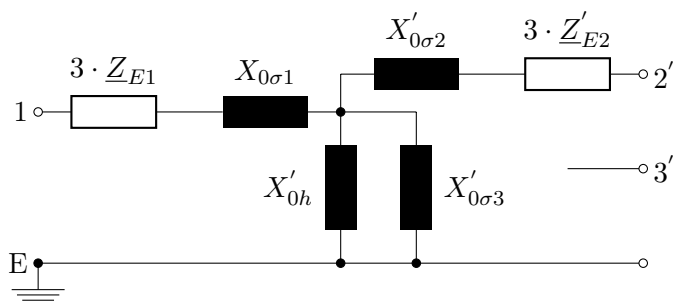
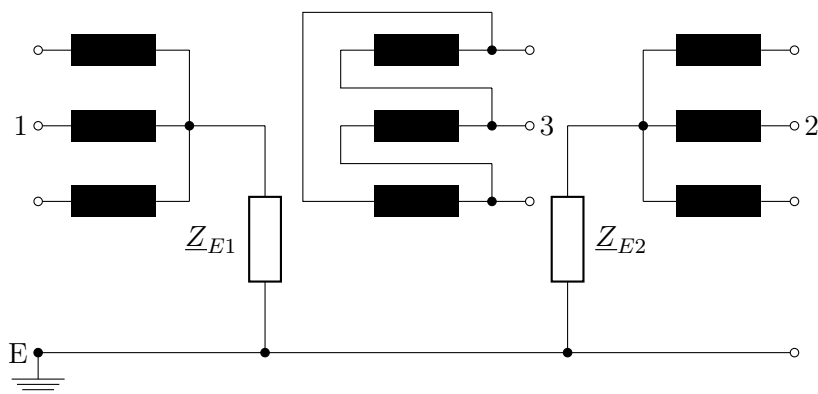
$$X_{k13} \approx u_{kr,13} \cdot \frac{U_{r1}^2}{S_{r3}} \quad (\text{Reaktanz zwischen Seite 1 und Seite 3})$$

$$X'_{k23} \approx u_{kr,23} \cdot \frac{U_{r1}^2}{S_{r3}} \quad (\text{auf Seite 1 bezogene Reaktanz zwischen Seite 2 und Seite 3})$$

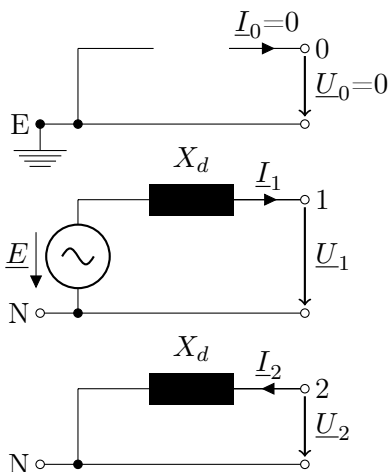
$$\begin{pmatrix} X_{\sigma 1} \\ X'_{\sigma 2} \\ X'_{\sigma 3} \end{pmatrix} = \frac{1}{2} \cdot \begin{pmatrix} 1 & 1 & -1 \\ 1 & -1 & 1 \\ -1 & 1 & 1 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} X_{k12} \\ X_{k13} \\ X'_{k23} \end{pmatrix}$$

**Ersatzschaltbild des Yyd-Transformators im Null-System:**

Entkopplung der Teilnetze im Null-System bei nur einseitiger Sternpunktterdung

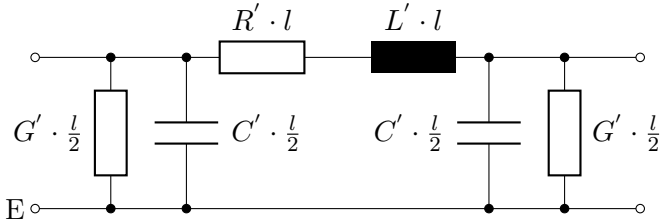


## 4.8 Turbogenerator



## 4.9 Symmetrische Freileitungen und Kabel

- Erdkapazitätsbelag:  $C'_E = C'_B - 3 \cdot C'_K = C'_0$
- Betriebskapazitätsbelag:  $C'_B = C'_E + 3 \cdot C'_K = C'_1 = C'_2$
- Koppelkapazitätsbelag:  $C'_K = \frac{C'_B - C'_E}{3}$
- ...induktivitätsbelag:  $L'_0 = L'_B + 3 \cdot M'$
- Betriebsinduktivitätsbelag:  $L'_B = L'_1 = L'_2$
- Koppelinduktivitätsbelag:  $M'$



**Kapazitätsbeläge für verdrehte Leitungen:**

$$C'_0 \approx \frac{1}{3} \cdot \frac{2\pi\epsilon_0}{\ln\left(\frac{2h}{\sqrt[3]{\rho d^2}}\right) - \frac{\left(\ln\left(\frac{D_{ES}}{d_{ES}}\right)\right)^2}{\ln\left(\frac{2h}{\rho_{ES}}\right)}}$$

$$C'_1 = C'_2 \approx \frac{2\pi\epsilon_0}{\ln\left(\frac{d}{\rho}\right)}$$

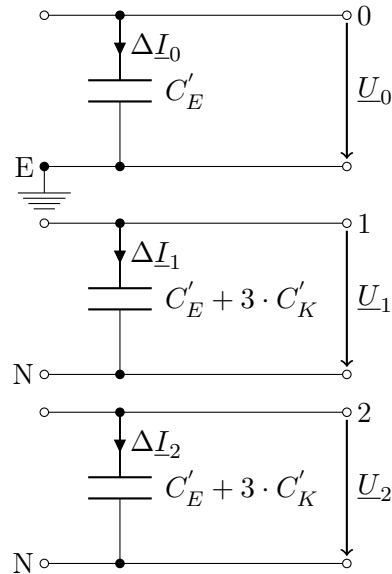
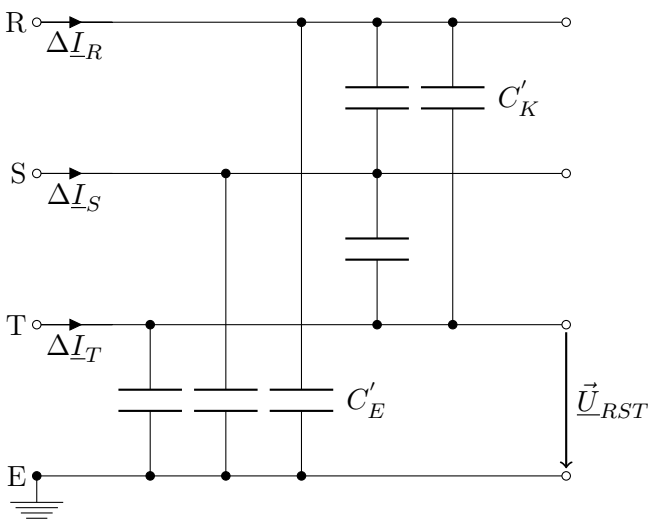
**Widerstands- und Induktivitätsbeläge für verdrehte Leitungen:**

Das Erdseil reduziert den Widerstands- und Induktivitätsbelag im Nullsystem.

$$\underline{Z}'_1 = \underline{Z}'_2 = R' + j \cdot \frac{\omega\mu_0}{2\pi} \cdot \ln\left(\frac{d}{\rho \cdot \exp(-\frac{1}{4})}\right)$$

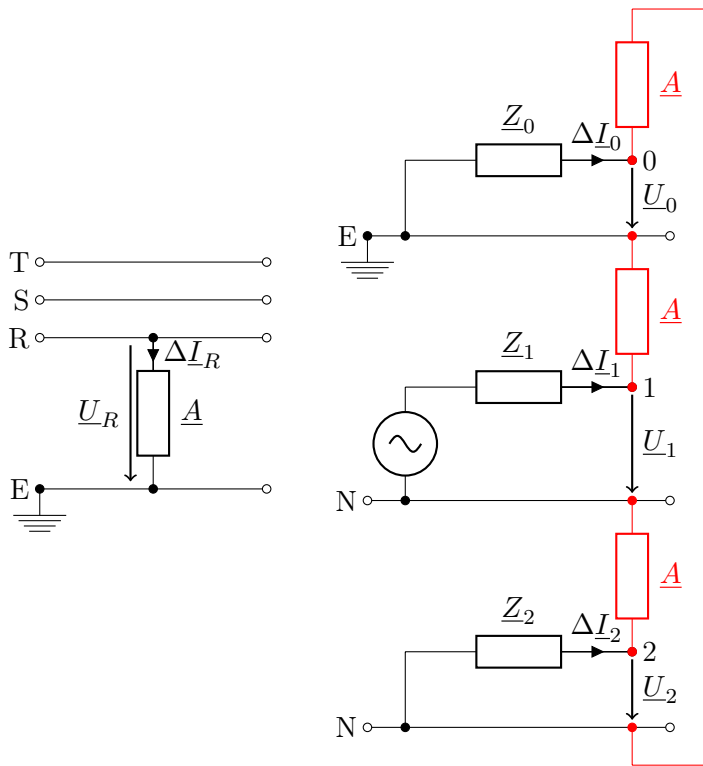
$$\underline{Z}'_0 = \left( R' + 3 \frac{\omega\mu_0}{8} - 3 \frac{\omega\mu_0}{8} \frac{\ln\left(\frac{\delta_E}{d_{ES}}\right)}{\ln\left(\frac{\delta_E}{\rho_{ES} \exp(-\frac{1}{4})}\right)} \right) + j \cdot \frac{\omega\mu_0}{2\pi} \left( \ln\left(\frac{\delta_E^3}{d^2 \rho \exp(-\frac{1}{4})}\right) - 3 \frac{\left(\ln\left(\frac{\delta_E}{d_{ES}}\right)\right)^2}{\ln\left(\frac{\delta_E}{\rho_{ES} \exp(-\frac{1}{4})}\right)} \right)$$

Leiterradius  $\rho$  und mittlere Abstände  $d = \sqrt[3]{d_{12}d_{23}d_{31}}$ ,  $D = \sqrt[3]{D_{12}D_{23}D_{31}}$  und  $h = \sqrt[3]{h_1h_2h_3}$

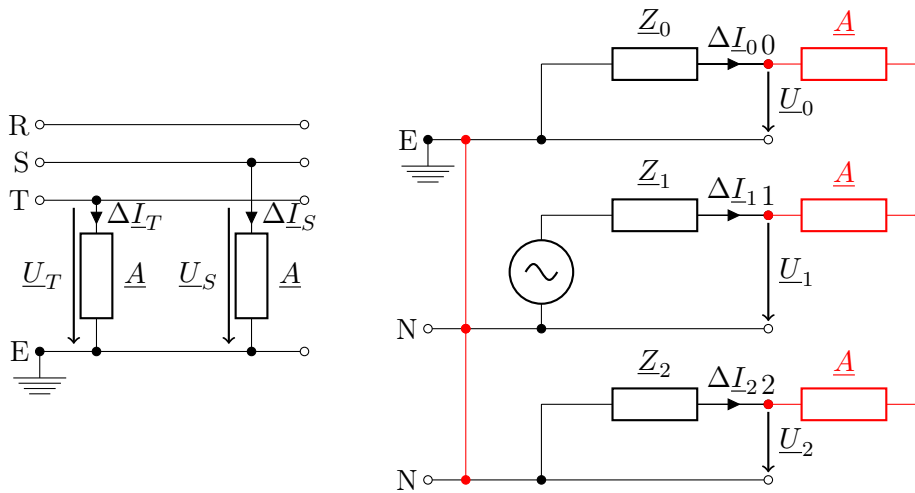


## 5 012-Modelle von Unsymmetrien

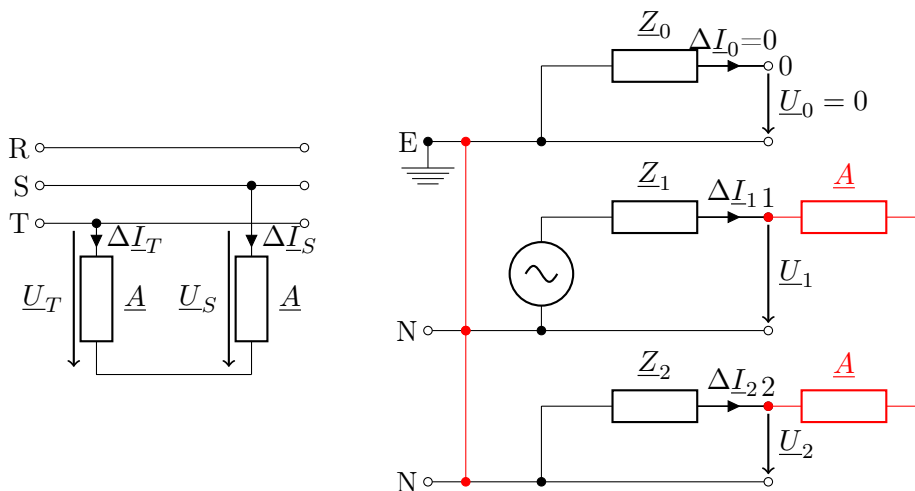
### 5.1 Einphasige Querunsymmetrie



### 5.2 Zweiphasige Querunsymmetrie mit Erdberührung

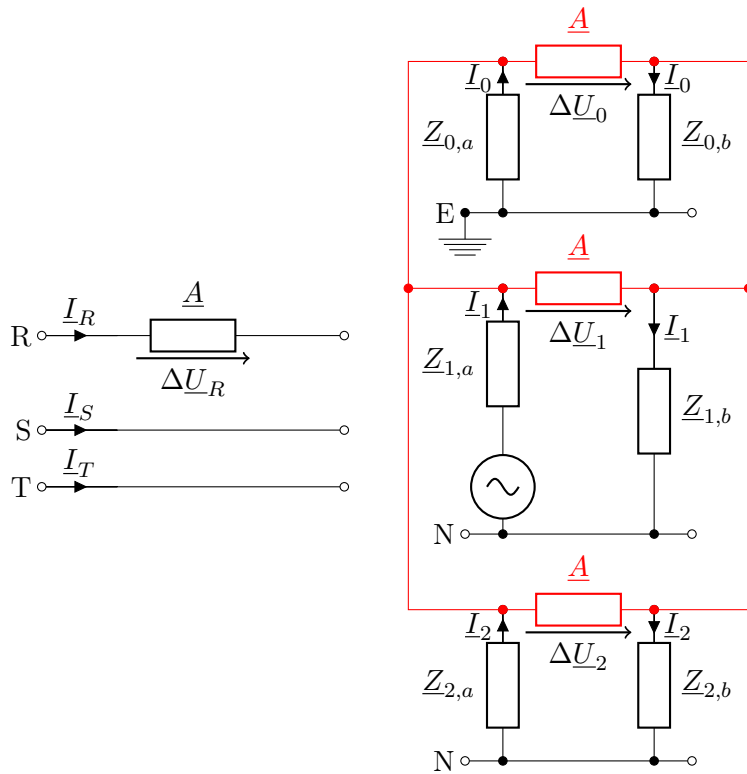


### 5.3 Zweiphasige Querunsymmetrie ohne Erdberührung

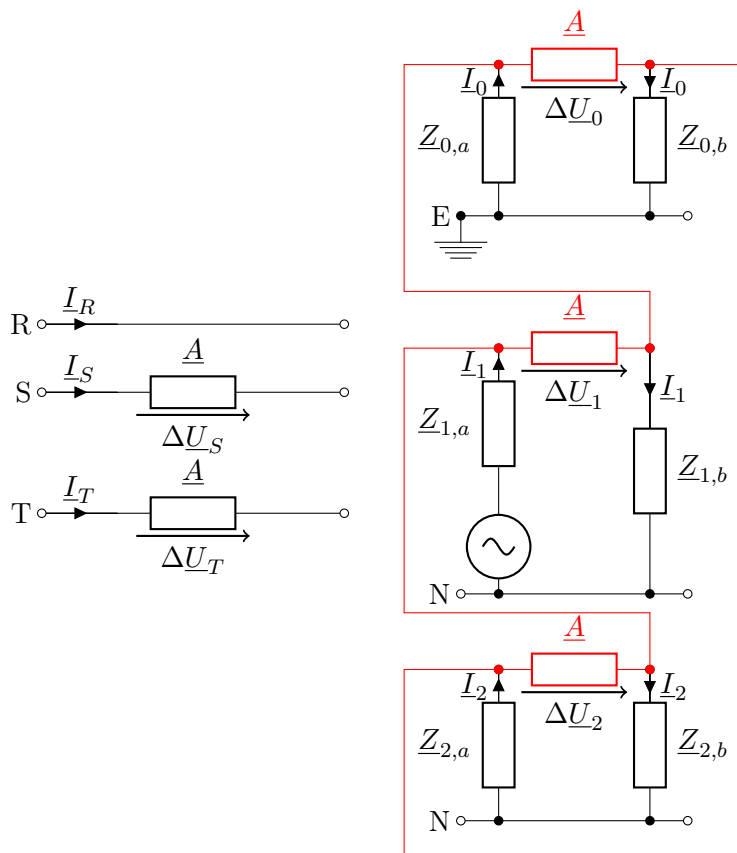




## 5.4 Einphasige Längsunsymmetrie



## 5.5 Zweiphasige Längsunsymmetrie



## 6 Sternpunktbehandlung

Maßnahmen, die bei einphasigen Fehlern den auftretenden Kurzschlussstrom und/oder die damit verbundene Spannungssymmetrie begrenzen.

| Art der Sternpunktbehandlung                      | Isolierter Sternpunkt                                           | Erdschlusskompensation                                                               | Niederohmige/Direkte Sternpunktterdung                                              |
|---------------------------------------------------|-----------------------------------------------------------------|--------------------------------------------------------------------------------------|-------------------------------------------------------------------------------------|
| Anwendungsbereiche                                | Mittelspannungsnetze mit niedriger Ausdehnung                   | Mittel- und Hochspannungsfreileitungsnetze                                           | Kabelnetze sowie Hoch- und Höchstspannungsnetze                                     |
| Netzausdehnung                                    | sehr begrenzt                                                   | begrenzt                                                                             | unbegrenzt                                                                          |
| $\frac{Z_0}{Z_1}$ an Fehlerstelle                 | groß                                                            | sehr groß                                                                            | 3 bis 5,5                                                                           |
| einpoliger Kurzschlussstrom                       | $I''_{k1} = \sqrt{3} \cdot \omega \cdot C'_E \cdot l \cdot U_n$ | $I''_{k1} = I_{CE} \cdot \sqrt{d^2 + v^2}$                                           | $I''_{k1} = 0,4 \text{ bis } 0,6 \cdot I''_{k3} \text{ (hoch)}$                     |
| Verhalten bei Lichtbogenfehlern                   | selbsttätig verlöschend im Nulldurchgang                        | selbsttätig verlöschend im Nulldurchgang                                             | Beseitigung des Lichtbogens durch (einphasige) Kurzzeitunterbrechung                |
| Weiterbetrieb möglich?                            | Ja                                                              | Ja                                                                                   | Nein, selektive Abschaltung erforderlich                                            |
| Erdfehlerfaktor $\delta = \frac{U_{na}}{U_{vo}}$  | $\sqrt{3}$ im gesamten Netzgebiet                               | $\sqrt{3}$ im gesamten Netzgebiet                                                    | $< 1,4$ an der Fehlerstelle                                                         |
| Erforderliche Aufwendungen                        | selektive Erdschlusserfassung                                   | selektive Erdschlusserfassung, regelmäßiges Anpassen der Erdschlussspole             | Sternpunktdrossel bzw. Erdungsanlagen ( bei starrer Erdung)                         |
| Spannungserhöhung nach Erlöschen des Erdschlusses | Ja, doppelter Wert, Wiederzündung möglich                       | Nein, schwebende Spannungswiederkehr, Wiederzündung unwahrscheinlich                 |                                                                                     |
| Sonstiges                                         | Gefahr des Doppelerdschlusses, Selbstheilung der Luftisolation  | im Normalbetrieb Sternpunktverlagerung, gering verstimmter Betrieb (überkompensiert) | Begrenzung von $I''_{k1}$ indem nicht alle Transformator-Sternpunkte geerdet werden |

### 6.1 Erdschlusskompensation

$$I_{CE} = 3 \cdot \omega \cdot C'_E \cdot l \cdot E_R$$

**ideale Petersenspole:**  $X_P = \omega \cdot L_P$

**reale Petersenspole:**  $\underline{Y}_P = G_P + \frac{1}{j \cdot X_P}$

**Verstimmung:**  $v = 1 - \frac{1}{3 \cdot \omega^2 \cdot L_P \cdot C'_E \cdot l}$

- $v < 0$ : Netz überkompensiert,  $I''_{k1} > 0$ , induktiv
- $v = 0$ : Netz kompensiert (Resonanz),  $I''_{k1} = 0$
- $v > 0$ : Netz unterkompensiert,  $I''_{k1} > 0$ , kapazitiv

**Dämpfung:**  $d = \frac{G_P + 3 \cdot G'_E \cdot l}{3 \cdot \omega \cdot C'_E \cdot l}$

**Parallelresonanz:**  $3 \cdot X_P = \frac{1}{\omega \cdot C_E}$

## 7 Beeinflussung

Verursachendes System V, Beeinflusstes System B, Kompensationsleiter ES

- Leiterhöhe über der Erde mit maximalem Durchhang  $f_m$ :  $h_i = h - 0,7 \cdot f_m$
- (Bündel-)Leiterradius:  $\rho_i$
- Abstand Leiter  $i$  zu Spiegelleiter  $k$ :  $D_{ik}$
- Abstand Leiter  $i$  zu Leiter  $k$ :  $d_{ik}$

**$n$ -facher Bündelleiter:** Ersatzleiter in Bündelmitte mit  $\rho_i = \rho_B = \sqrt[n]{n \cdot \rho \cdot R^{n-1}}$  mit  $R = \frac{d_{TL}}{\sqrt{2}}$  bei  $n = 4$

**nicht parallele Leiter:**

$d = \sqrt{d_a \cdot d_e}$  mit dem Leiterabstand  $d_a$  am Anfang und  $d_e$  am Ende bei  $\frac{1}{3} \leq \frac{d_e}{d_a} \leq 3$

**Kompensationsleiter/Erdseil:**  $\vec{U}_{ES} = \vec{0}$  und  $\vec{Q}_{ES} = \vec{0}$ , da über den Mast geerdet

### 7.1 Kapazitive Beeinflussung

**Potentialkoeffizientenmatrix:**  $\mathbf{P} = \begin{pmatrix} p_{11} & \dots & p_{1m} \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ p_{n1} & \dots & p_{nm} \end{pmatrix}$

mit  $p_{ii} = \frac{1}{C'} = \frac{1}{2\pi\epsilon_0} \cdot \ln\left(\frac{2 \cdot h_i}{\rho_i}\right)$  und  $p_{ik} = p_{ki} = \frac{1}{2\pi\epsilon_0} \cdot \ln\left(\frac{D_{ik}}{d_{ik}}\right)$

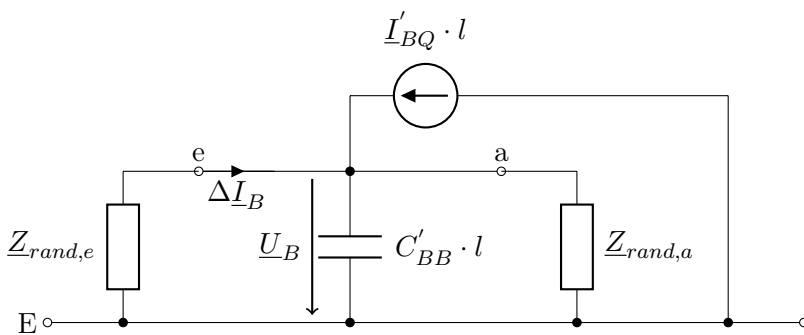
$$\vec{U} = \mathbf{P} \cdot \vec{Q}' \quad \vec{Q}' = \mathbf{C}' \cdot \vec{U} \text{ mit } \mathbf{C}' = \mathbf{P}^{-1}$$

**Verschiebungsströme:**

$$\Delta \vec{I}' = \begin{pmatrix} \Delta \vec{I}'_V \\ \Delta \vec{I}'_B \\ \Delta \vec{I}'_{ES} \end{pmatrix} = j\omega \cdot \vec{Q}' = j\omega \cdot \mathbf{C}' \cdot \vec{U} = j\omega \cdot \begin{pmatrix} \mathbf{C}'_{V,V} & \mathbf{C}'_{V,B} & \mathbf{C}'_{V,ES} \\ \mathbf{C}'_{B,V} & \mathbf{C}'_{B,B} & \mathbf{C}'_{B,ES} \\ \mathbf{C}'_{ES,V} & \mathbf{C}'_{ES,B} & \mathbf{C}'_{ES,ES} \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} \vec{U}_V \\ \vec{U}_B \\ \vec{U}_{ES} \end{pmatrix}$$

Rückwirkung von B auf V und ES i.d.R. vernachlässigbar,  $\mathbf{C}'_{V,B} = \mathbf{C}'_{ES,B} = \mathbf{0}$ .

**Quellenstrom:**  $\vec{I}'_{BQ} = -j\omega \cdot \mathbf{C}'_{B,V} \cdot \vec{U}_V$



**Berührungsspannung isolierter Leiter:**  $\vec{U}_B = -\mathbf{C}'_{B,B}^{-1} \cdot \mathbf{C}'_{B,V} \cdot \vec{U}_V$  (längenunabhängig!)

**Berührungstrom widerstandslos:**  $\Delta \vec{I}'_B = -\vec{I}'_{BQ} = j\omega \cdot \mathbf{C}'_{B,V} \cdot \vec{U}_V$

**Erdkapazität:**  $\underline{C}'_{E,a} = \sum_i c'_{ai}$  (Zeilensumme)

**Koppelkapazität:**  $C'_{K,ab} = -c'_{ab}$  (negatives Nebendiagonalelement)

**ideale Verdrillung:** Mittelwert der Kapazitäten bestimmen und diesen als neue Kapazitäten benutzen

## 7.2 Induktive Beeinflussung

Im Fehlerfall wirkt ES dämpfend.

**Selbst-/Schleifenimpedanz:**  $\underline{Z}'_{ii} = R' + j\omega \cdot L' = (R'_i + \frac{\omega \cdot \mu_0}{8}) + j \cdot \frac{\omega \cdot \mu_0}{2\pi} \cdot \ln\left(\frac{\delta_E}{\rho_{eq}}\right)$  mit  $d_{ik} \leq 0,3 \cdot \delta_E$   
und

- einfacher Leiter:  $\rho_{eq} = \rho \cdot \exp(-\frac{1}{4})$
- Bündelleiter:  $\rho_{eq} = \rho_B \cdot \exp(-\frac{1}{4 \cdot n})$
- dünner Rohrleiter:  $\rho_{eq} = \rho$

**Koppelimpedanz:**  $\underline{Z}'_{ik} = \underline{Z}'_{ki} = \frac{\omega \cdot \mu_0}{8} + j \cdot \frac{\omega \cdot \mu_0}{2\pi} \cdot \ln\left(\frac{\delta_E}{d_{ik}}\right)$  mit  $d_{ik} \leq 0,3 \cdot \delta_E$

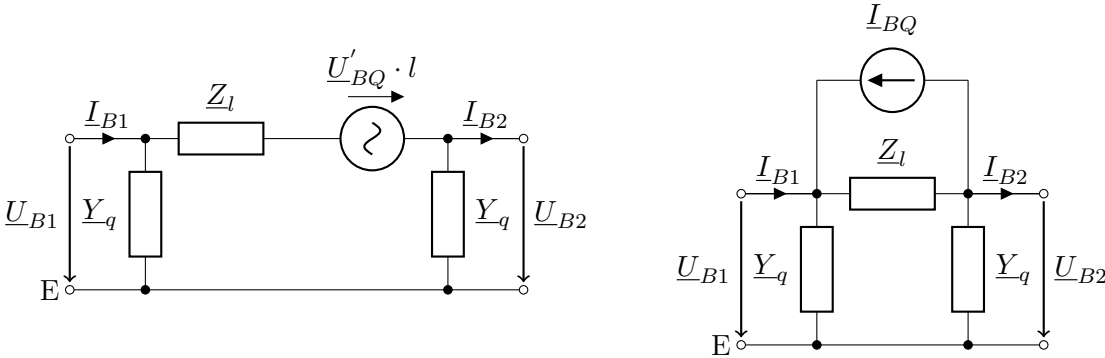
**Erdstromtiefe:**  $\delta_E = \frac{1,85}{\sqrt{\omega \cdot \mu_0 \cdot \kappa_E}} = \frac{1,85}{\sqrt{\frac{\omega \cdot \mu_0}{2\pi} \cdot 2\pi \cdot \kappa_E}}$

$$\Delta \vec{U}' = \begin{pmatrix} \Delta \vec{U}'_V \\ \Delta \vec{U}'_B \\ \Delta \vec{U}'_{ES} \end{pmatrix} = \underline{Z}' \cdot \vec{I} = \begin{pmatrix} \underline{Z}'_{V,V} & \underline{Z}'_{V,B} & \underline{Z}'_{V,ES} \\ \underline{Z}'_{B,V} & \underline{Z}'_{B,B} & \underline{Z}'_{B,ES} \\ \underline{Z}'_{ES,V} & \underline{Z}'_{ES,B} & \underline{Z}'_{ES,ES} \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} \vec{I}_V \\ \vec{I}_B \\ \vec{I}_{ES} \end{pmatrix}$$

Die Rückwirkungen von B auf V und ES sind i.d.R. vernachlässigbar,  $\underline{Z}'_{V,B} = \underline{Z}'_{ES,B} = 0$ , dann:

**Erdseilströme:**  $\vec{I}_{ES} = -\underline{Z}'_{ES,ES}^{-1} \cdot \underline{Z}'_{ES,V} \cdot \vec{I}_V$  (wirken dämpfend)

**induzierte Spannungen:**  $\vec{U}'_{BQ} = \underline{Z}'_{B,V} \cdot \vec{I}_V + \underline{Z}'_{B,ES} \cdot \vec{I}_{ES}$  **Ersatzstromquelle:**  $\underline{I}_{BQ} = \frac{\underline{U}'_{BQ}}{\underline{Z}'_l} = \frac{\underline{U}_{BQ}}{\underline{Z}_l}$



**allgemeine Leitung:**  $\underline{Z}'_{BB} = R' + j\omega \cdot L' = \underline{\gamma} \cdot \underline{Z}_W$  und  $\underline{Y}'_{BB} = G' + j\omega \cdot C' = \frac{\underline{\gamma}}{\underline{Z}_W}$

$$\underline{Y}_q = \frac{\tanh\left(\frac{\underline{\gamma} \cdot l}{2}\right)}{\underline{Z}_W} \quad \text{und} \quad \underline{Z}_l = \underline{Z}_W \cdot \sinh(\underline{\gamma} \cdot l)$$

**elektrisch kurze Leitung:**  $\underline{Y}_q = \frac{\underline{\gamma} \cdot l}{2 \cdot \underline{Z}_W} = \frac{\underline{Y}'_{BB} \cdot l}{2}$  und  $\underline{Z}_l = \underline{Z}_W \cdot \underline{\gamma} \cdot l = \underline{Z}'_{BB} \cdot l$  mit  $\underline{\gamma} = j \cdot \beta$  bei  $\underline{\gamma} \cdot l \ll 1$

**unendlich lange Leitung:** Abschluss mit dem Wellenwiderstand  $\underline{Z}_W$  auf beiden Seiten

**Erdseilreduktionsfaktor:**  $\underline{p} = \frac{\underline{U}'_{BQ, \text{mit Kompensationsleiter}}}{\underline{U}'_{BQ, \text{ohne Kompensationsleiter}}} = \frac{\underline{I}_{BQ, \text{mit Kompensationsleiter}}}{\underline{I}_{BQ, \text{ohne Kompensationsleiter}}}$

### 7.2.1 Grundsätzliche Beeinflussungsfragen an elektrisch kurzen Leitungen

**beidseitig isolierter Leiter:**  $\underline{U}_{B1} = -\underline{U}_{B2} = \frac{1}{2} \cdot \underline{U}'_{BQ} \cdot l$  mit  $\underline{I}_{B1} = \underline{I}_{B2} = 0$

**einseitig geerdeter Leiter:**  $\underline{U}_{B1} = \underline{U}'_{BQ} \cdot l$  mit  $\underline{U}_{B2} = \underline{I}_{B1} = 0$  (ungünstigster Fall!)

**beidseitig unendlich langer Leiter:**  $\underline{U}_{B1} = -\underline{U}_{B2} = \frac{\underline{U}'_{BQ}}{2 \cdot \underline{\gamma}}$  mit  $\underline{I}_{B1} = \frac{-\underline{U}_{B1}}{\underline{Z}_W}$  und  $\underline{I}_{B2} = \frac{\underline{U}_{B2}}{\underline{Z}_W}$

**beidseitig geerdeter Leiter:**  $\underline{I}_{B1} = \underline{I}_{B2} = -\underline{I}_{BQ} = -\frac{\underline{U}'_{BQ}}{\underline{\gamma} \cdot \underline{Z}_W}$  mit  $\underline{U}_{B1} = \underline{U}_{B2} = 0$

## 8 Stabilität

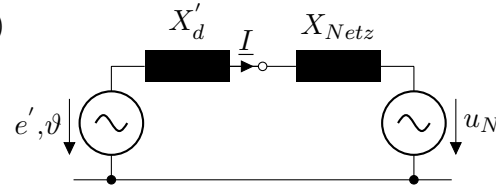
### 8.1 Statische Stabilität

**Leistungsabgabe des Generators:**  $p(\vartheta) = 3 \cdot \frac{e' \cdot u_N}{X} \cdot \sin(\vartheta)$

**Kriterium für stabilen Generatorbetrieb:**

$$\left. \frac{dp(\vartheta)}{d\vartheta} \right|_{\vartheta=\vartheta_0} > 0 \quad \text{stationärer Zustand } \vartheta_0$$

Turbogenerator:  $\left. \frac{dp(\vartheta)}{d\vartheta} \right|_{\vartheta=\vartheta_0} = 3 \cdot \frac{e' \cdot u_N}{X} \cdot \cos(\vartheta_0) > 0$  für  $\vartheta_0 < 90^\circ$  erfüllt



**Verbesserung der statischen Stabilität:**

- enge elektrische Kopplung der Synchrongeneratoren mit dem Netz, d.h. kleine Reaktanzen  $X$
- hohe Spannungsebene als Anschlussebene des Generators, d.h. hohes  $u_N$
- übererregte Fahrweise, d.h. hohe transiente Polradspannung  $e'$
- kleine Polradwinkel  $\vartheta_0$
- schnelles Nachregeln der Generatorspannung nach Spannungseinbrüchen

### 8.2 Transiente Stabilität

Kurzschlüsse sind Großstörungen, welche die Läufer der Generatoren beschleunigen lassen und so zu unzulässig großen Auslenkungen der Polradwinkel führen können. Eine Fehlerklärung des Kurzschlusses kann die beschleunigten Läufer wieder abbremmen.

**Umrechnung von Reaktanzen in p.u.:**  $x = \frac{X}{X_B} = \frac{S_B}{U_B^2} \cdot X$   $e'$  und  $\vartheta'_0$ ;  $\underline{I} = \text{const}$ ,  $\underline{U}$ ,  $\underline{E}'$ ,  $\vartheta_0$ ; dann  $X'_d$  statt  $X_d$

**stationärer Polradwinkel:**  $\frac{P_n}{S_B} = \frac{e \cdot u}{x_d} \cdot \sin(\vartheta_0) \Leftrightarrow \vartheta_0 = \arcsin\left(\frac{P_n \cdot x_d}{S_B \cdot e \cdot u}\right)$

**Abweichung Polradwinkel generatornaher Kurzschluss:**  $\Delta\vartheta = \int \int \frac{\omega \cdot P_T}{T_A \cdot S_n} dt dt = \frac{1}{2} \cdot t^2 \cdot \frac{2\pi f_o \cdot P_T}{T_A \cdot S_n}$

**Leistungsabgabe vor dem Kurzschluss:**  $P = S_B \cdot \frac{e'}{x_{vorher}} \cdot \sin(\vartheta')$  mit Koppelreaktanz  $x'_{vorher}$  zum Netz

**Leistungsabgabe während des Kurzschlusses:**  $P = 0$  da keine Wirkleistung übertragbar

**Leistungsabgabe nach dem Kurzschluss:**  $P = S_B \cdot \frac{e'}{x'_{nachher}} \cdot \sin(\vartheta')$

**stabiler Betrieb:** Beschleunigungsenergie = Bremsenergie (Fläche  $A_1$  = Fläche  $A_2$ )

$$\hat{P}_{nachher} \cdot \sin(\pi - \vartheta'_{krit}) = P_T \Leftrightarrow \vartheta'_{krit} = \pi - \arcsin\left(\frac{P_T}{\hat{P}_{nachher}}\right)$$

**maximale Fehlerklärungszeit:**

$$P_T \cdot (\vartheta'_f - \vartheta'_0) = \int_{\vartheta'_f}^{\vartheta'_{krit}} \left( \hat{P}_{nachher} \cdot \sin(\vartheta') - P_T \right) d\vartheta' = \hat{P}_{nachher} \cdot \left( \cos(\vartheta'_f) - \cos(\vartheta'_{krit}) \right) - P_T \cdot (\vartheta'_{krit} - \vartheta'_f)$$

$$\Leftrightarrow \vartheta'_f = \arccos\left(\frac{P_T \cdot (\vartheta'_{krit} - \vartheta'_0) + \hat{P}_{nachher} \cdot \cos(\vartheta'_{krit})}{\hat{P}_{nachher}}\right) \quad \text{und } \vartheta'_f = \vartheta'_0 + \Delta\vartheta \quad \boxed{\text{s. Skript, S. 248, Bild 8.6}}$$

**generatorferner Kurzschluss:** auch während des Kurzschlusses Leistungsabgabe des Generators, Beschleunigungsenergie geringer als beim generatornahen Kurzschluss, Gefahr der Instabilität geringer

**Verbesserung der transienten Stabilität:** (zusätzlich zu den Maßnahmen für bessere statische Stabilität)

- schnelle Fehlerklärung
- schnelle Verringerung der mechanischen Antriebsleistung  $p_A$ , insbesondere bei generatornahem Kurzschluss
- Fehlerklärung durch Kurzunterbrechung, d.h. kleines  $X_{FK}$

## 9 Sonstiges

$$\mu_0 = 1,257 \cdot 10^{-3} \text{ Vs/Akm}$$

$$\varepsilon_0 = 8,854 \cdot 10^{-9} \text{ As/Vkm}$$

$$\textbf{Netz: } X_N = c \cdot \frac{U_n^2}{S_k''}$$

$$\textbf{Wirkleistungsfluss: } P_{AB} = \frac{U_A \cdot U_B}{X_{ges}} \cdot \sin(\vartheta_A - \vartheta_B)$$

$$\textbf{Bahnstrom: } U_{verk} = 2 \cdot U_{phase}$$

$$\textbf{Übersetzung Transformator: } S = U \cdot I = \frac{U^2}{X}, \text{ nun } U \text{ kleiner, dann auch } X \text{ kleiner, damit } S \text{ konstant bleibt}$$

$$\textbf{Leistung: } \frac{P}{S} = \cos(\varphi) \quad \frac{Q}{S} = \sin(\varphi) \quad \frac{Q}{P} = \tan(\varphi)$$

$$\textbf{Verbraucher: mit } \underline{Z}_V = R_V || j \cdot X_V$$

$$R_V = \frac{U_{ph}^2}{P_{V,ph}} = \frac{3 \cdot U_{ph}^2}{P_{V,ges}} = \frac{U_{verk}^2}{3 \cdot P_{V,ph}} = \frac{U_{verk}^2}{P_{V,ges}}$$

$$X_V = \frac{U_{ph}^2}{Q_{V,ph}} = \frac{3 \cdot U_{ph}^2}{Q_{V,ges}} = \frac{U_{verk}^2}{3 \cdot Q_{V,ph}} = \frac{U_{verk}^2}{Q_{V,ges}}$$

$$\textbf{Leistungsanpassung: maximale Leistung bei } R = \frac{1}{\omega \cdot C} \quad (\text{wenn } R \text{ und } C \text{ parallel})$$