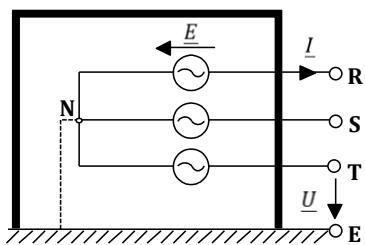
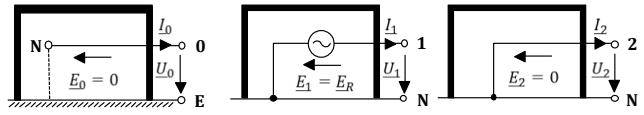


012-Modelle Symmetrischer Anlagen

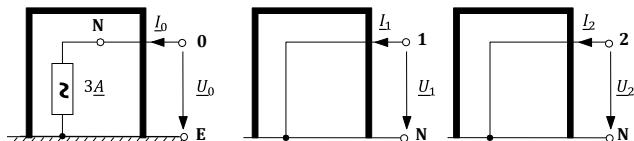
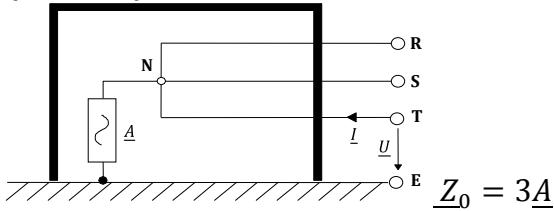
Symmetrische Spannungsquelle



$$\begin{pmatrix} \underline{E}_0 \\ \underline{E}_1 \\ \underline{E}_2 \end{pmatrix} = \frac{1}{3} \cdot \begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 1 & \underline{a} & \underline{a}^2 \\ 1 & \underline{a}^2 & \underline{a} \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 1 \\ \underline{a}^2 \\ \underline{a} \end{pmatrix} \cdot \underline{E}_R = \begin{pmatrix} 0 \\ \underline{E}_R \\ 0 \end{pmatrix}$$

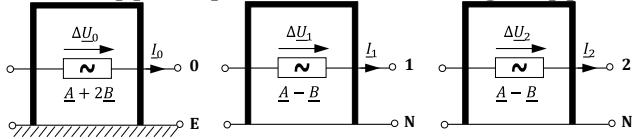
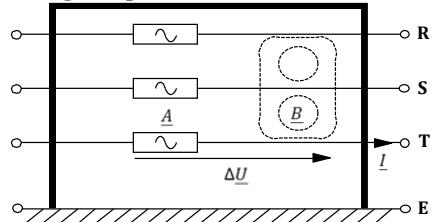


Sternpunktimpedanz



Symmetrische Längsimpedanzen

Längsimpedanz A, dessen drei Phasen zusätzlich über die Koppelimpedanz B induktiv gekoppelt ist

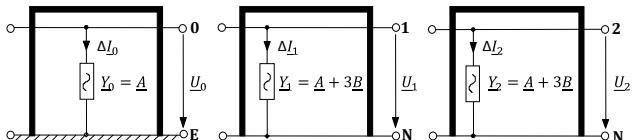
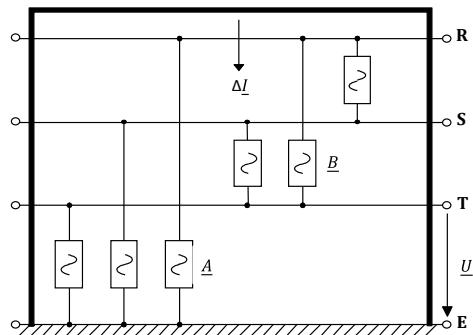


$$\underline{Z}_0 = \underline{A} + 2\underline{B} \quad \underline{Z}_1 = \underline{Z}_2 = \underline{A} - \underline{B}$$

Sonderfall: Ohne Kopplung B=0 $\rightarrow \underline{Z}_0 = \underline{Z}_1 = \underline{Z}_2 = \underline{A}$

4. Symmetrische Queradmittanzen

Querelemente ins 012-System \rightarrow einfacher unter A und B nicht Impedanzen sondern Admittanzen zu verstehen



Knotenanalyse:

$$\begin{pmatrix} \Delta I_R \\ \Delta I_S \\ \Delta I_T \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \underline{A} + 2\underline{B} & -\underline{B} & -\underline{B} \\ -\underline{B} & \underline{A} + 2\underline{B} & -\underline{B} \\ -\underline{B} & -\underline{B} & \underline{A} + 2\underline{B} \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} \underline{U}_R \\ \underline{U}_S \\ \underline{U}_T \end{pmatrix}$$

Nach Transformation :

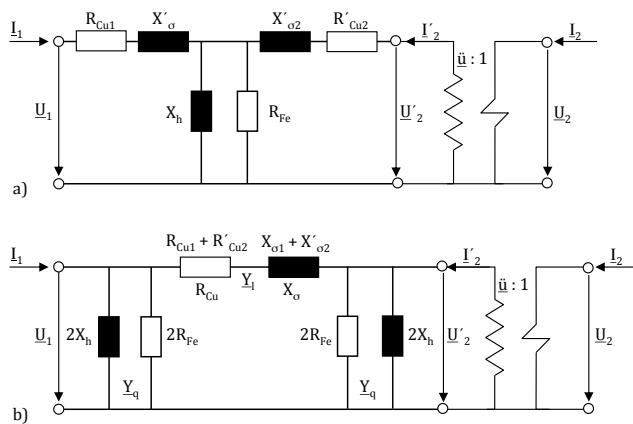
$$\begin{pmatrix} \Delta I_0 \\ \Delta I_1 \\ \Delta I_2 \end{pmatrix} = \underline{T}_{012} \cdot \underline{Y}_{RST} \cdot \underline{T}_{012}^{-1} \cdot \begin{pmatrix} \underline{U}_0 \\ \underline{U}_1 \\ \underline{U}_2 \end{pmatrix} = \frac{1}{3} \begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 1 & \underline{a} & \underline{a}^2 \\ 1 & \underline{a}^2 & \underline{a} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \underline{A} + 2\underline{B} & -\underline{B} & -\underline{B} \\ -\underline{B} & \underline{A} + 2\underline{B} & -\underline{B} \\ -\underline{B} & -\underline{B} & \underline{A} + 2\underline{B} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 1 & \underline{a}^2 & \underline{a} \\ 1 & \underline{a} & \underline{a}^2 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \underline{U}_0 \\ \underline{U}_1 \\ \underline{U}_2 \end{pmatrix}$$

$$Y_0 = \underline{A} \quad Y_1 = Y_2 = \underline{A} + 3\underline{B}$$

Symmetrische Transformatoren

Mit- und Gegensystem

T- un TT ESB:



$$P_{Fe,r} \approx \frac{U_{r1}^2}{R_{Fe}} \Rightarrow R_{Fe} \approx \frac{U_{r1}^2}{P_{Fe,r}}$$

$$I_{01} \approx \frac{U_{r1}}{\sqrt{3}} \sqrt{\frac{1}{R_{Fe}^2} + \frac{1}{X_h^2}} \Rightarrow X_h \approx \frac{1}{\sqrt{\frac{3I_{01}^2}{U_{r1}^2} - \frac{1}{R_{Fe}^2}}} \approx \frac{U_{r1}}{\sqrt{3}I_{01}}$$

$$P_{Cu,r} \approx I_{r1}^2 \cdot (R_{Cu1} + R'_{Cu2}) = \left(\frac{S_r}{U_{r1}}\right)^2 \cdot (R_{Cu1} + R'_{Cu2})$$

$$\Rightarrow R_{Cu1} + R'_{Cu2} \approx P_{Cu,r} \cdot \left(\frac{U_{r1}}{S_r}\right)^2$$

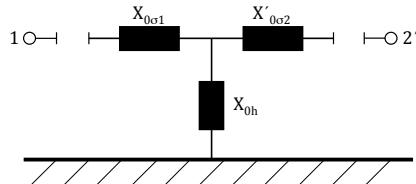
$$u_{kr} \cdot \frac{U_{r1}}{\sqrt{3}} \approx I_{r1} \cdot \sqrt{(R_{Cu1} + R'_{Cu2})^2 + (X_{\sigma 1} + X'_{\sigma 2})^2}$$

$$= \frac{S_r}{\sqrt{3} \cdot U_{r1}} \cdot \sqrt{(R_{Cu1} + R'_{Cu2})^2 + (X_{\sigma 1} + X'_{\sigma 2})^2}$$

$$\Rightarrow X_{\sigma 1} + X'_{\sigma 2} \approx \sqrt{(u_{kr} \cdot \frac{U_{r1}^2}{S_r})^2 - (R_{Cu1} + R'_{Cu2})^2} \approx u_{kr} \cdot \frac{U_{r1}^2}{S_r}$$

Null-System:

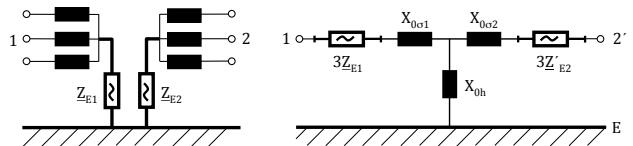
Ausgangsmodell des Zweizweckungstrafo im Nullsystem



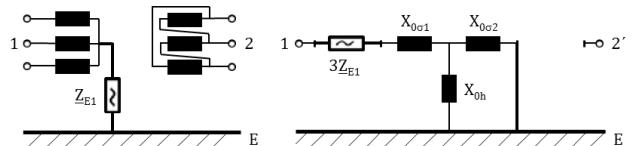
Bestimmt durch: (S. 46 Skript)

- Schaltungart Stern- oder Dreieck der Wicklungen,
- Sternpunktbehandlung der Stern- oder Zickzack-Wicklungen und
- Art des Kernaufbaus, 3- oder 5- Schenklig

Yy-Trafo



Yd- bzw. Dy- Trafo



$$\underline{u} = \frac{U_{os}}{U_{us}} e^{j\alpha^* 30^\circ} \quad \underline{Z}_{os} = \underline{u}^2 \cdot \underline{Z}_{us}$$

$$I_{1,os} = \frac{1}{\underline{u}^*} \cdot I_{1,us} \quad I_{2,os} = \frac{1}{\underline{u}} \cdot I_{2,us} \quad I_{0,os} = \frac{1}{\underline{u}} \cdot I_{0,us}$$

$$U_{1,os} = \underline{u} \cdot U_{1,us} \quad U_{2,os} = \underline{u}^* \cdot U_{2,us} \quad U_{0,os} = \underline{u} \cdot U_{0,us}$$

$$\begin{aligned} \underline{U}_R &= \underline{U}_0 + \underline{U}_1 + \underline{U}_2 \\ \underline{U}_S &= \underline{U}_0 + \underline{a}^2 \underline{U}_1 + \underline{a} \underline{U}_2 \\ \underline{U}_T &= \underline{U}_0 + \underline{a} \underline{U}_1 + \underline{a}^2 \underline{U}_2 \end{aligned} \quad \begin{aligned} \underline{I}_R &= \underline{I}_0 + \underline{I}_1 + \underline{I}_2 \\ \underline{I}_S &= \underline{I}_0 + \underline{a}^2 \underline{I}_1 + \underline{a} \underline{I}_2 \\ \underline{I}_T &= \underline{I}_0 + \underline{a} \underline{I}_1 + \underline{a}^2 \underline{I}_2 \end{aligned}$$

$$\underline{I}_{R,os} = \underline{I}_0 + \underline{I}_1 + \underline{I}_2 =$$

$$\underline{I}_{S,os} = \underline{I}_0 + \underline{a}^2 \cdot \underline{I}_1 + \underline{a} \cdot \underline{I}_2 =$$

$$\underline{I}_{T,os} = \underline{I}_0 + \underline{a} \cdot \underline{I}_1 + \underline{a}^2 \cdot \underline{I}_2 =$$

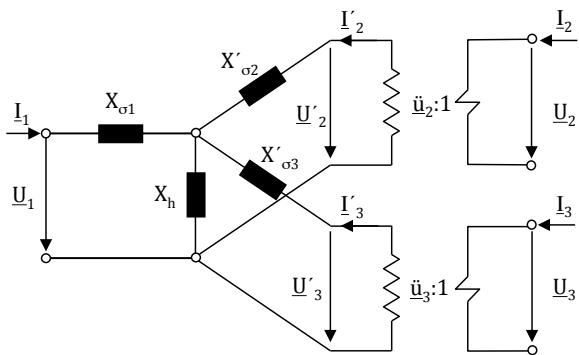
Erst übertragen, dann Transformieren

$$\begin{aligned} (\underline{a}^2 - \underline{a}) &= -j\sqrt{3} \\ (\underline{a} - \underline{a}^2) &= +j\sqrt{3} \\ (\underline{a} + \underline{a}^2) &= -1 \end{aligned}$$

Symmetrische Dreiwinkelstrafos

Mit- und Gegensystem

ESB



Kurzschlussversuche beim 3W-Trafo

Test	Primary winding	Secondary winding	Tertiary winding
1.	Supply u_{kr12}	Short-circuit I_{r2}	Open-circuit
2.	Supply u_{kr13}	Open-circuit	Short-circuit I_{r3}
3.	Open-circuit	Supply u_{kr23}	Short-circuit I_{r3}

$$X_{k12} \approx \frac{u_{kr12} \cdot \frac{U_{r1}}{\sqrt{3}}}{I_{r2} \cdot \frac{U_{r2}}{U_{r1}}} = u_{kr12} \cdot \frac{U_{r1}^2}{S_{r2}}$$

$$X_{k13} \approx \frac{u_{kr13} \cdot \frac{U_{r1}}{\sqrt{3}}}{I_{r3} \cdot \frac{U_{r3}}{U_{r1}}} = u_{kr13} \cdot \frac{U_{r1}^2}{S_{r3}}$$

$$X'_{k23} \approx \left(\frac{U_{r1}}{U_{r2}}\right)^2 \cdot X_{k23} = \left(\frac{U_{r1}}{U_{r2}}\right)^2 \cdot \frac{u_{kr23} \cdot \frac{U_{r2}}{\sqrt{3}}}{I_{r3} \cdot \frac{U_{r3}}{U_{r2}}} = u_{kr23} \cdot \frac{U_{r1}^2}{S_{r3}}$$

Aus der ESB ergibt sich

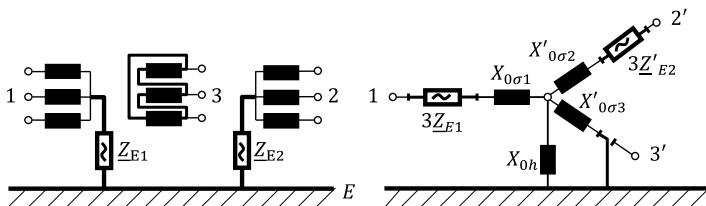
$$\begin{pmatrix} X_{k12} \\ X_{k13} \\ X'_{k23} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 1 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} X_{\sigma 1} \\ X'_{\sigma 2} \\ X'_{\sigma 3} \end{pmatrix}$$

und damit für die Streureaktanzen

$$\begin{pmatrix} X_{\sigma 1} \\ X'_{\sigma 2} \\ X'_{\sigma 3} \end{pmatrix} = \frac{1}{2} \cdot \begin{pmatrix} 1 & 1 & -1 \\ 1 & -1 & 1 \\ -1 & 1 & 1 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} X_{k12} \\ X_{k13} \\ X'_{k23} \end{pmatrix}$$

Bezugsseite = 1 setzen.

Nullsystem



$$\underline{u} = \frac{U_{OS}}{U_{US}} e^{j\pi * 30^\circ}$$

$$\underline{Z}_{OS} = \underline{u}^2 \cdot \underline{Z}_{US}$$

$$I_{1,OS} = \frac{1}{\underline{u}^*} \cdot I_{1,US} \quad I_{2,OS} = \frac{1}{\underline{u}} \cdot I_{2,US} \quad I_{0,OS} = \frac{1}{\underline{u}} \cdot I_{0,US}$$

$$U_{1,OS} = \underline{u} \cdot U_{1,US} \quad U_{2,OS} = \underline{u}^* \cdot U_{2,US} \quad U_{0,OS} = \underline{u} \cdot U_{0,US}$$

$$\begin{aligned} \underline{I}_{R,OS} &= \underline{I}_0 + \underline{I}_1 + \underline{I}_2 = \\ \underline{I}_{S,OS} &= \underline{I}_0 + \underline{a}^2 \cdot \underline{I}_1 + \underline{a} \cdot \underline{I}_2 = \\ \underline{I}_{T,OS} &= \underline{I}_0 + \underline{a} \cdot \underline{I}_1 + \underline{a}^2 \cdot \underline{I}_2 = \end{aligned}$$

Erst übertragen, dann Transformieren

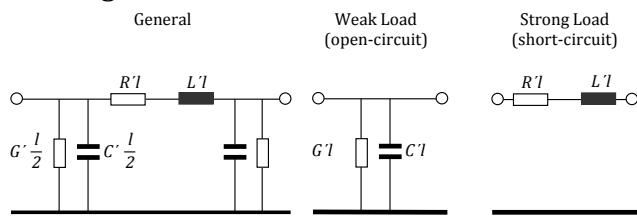
$$\begin{aligned} \underline{U}_R &= \underline{U}_0 + \underline{U}_1 + \underline{U}_2 \\ \underline{U}_S &= \underline{U}_0 + \underline{a}^2 \underline{U}_1 + \underline{a} \underline{U}_2 \\ \underline{U}_T &= \underline{U}_0 + \underline{a} \underline{U}_1 + \underline{a}^2 \underline{U}_2 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \underline{I}_R &= \underline{I}_0 + \underline{I}_1 + \underline{I}_2 \\ \underline{I}_S &= \underline{I}_0 + \underline{a}^2 \underline{I}_1 + \underline{a} \underline{I}_2 \\ \underline{I}_T &= \underline{I}_0 + \underline{a} \underline{I}_1 + \underline{a}^2 \underline{I}_2 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} (\underline{a}^2 - \underline{a}) &= -j\sqrt{3} \\ (\underline{a} - \underline{a}^2) &= +j\sqrt{3} \\ (\underline{a} + \underline{a}^2) &= -1 \end{aligned}$$

Symmetrische Freileitungen und Kabel

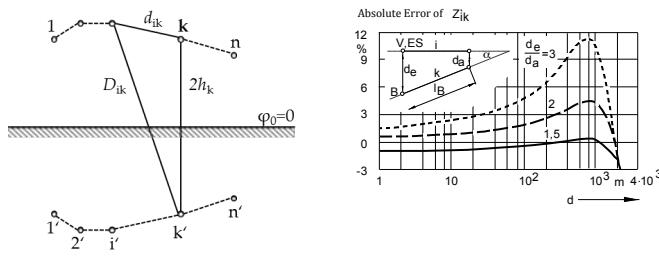
ESB-Allgemein



$$C'_b = C'_E + 3C'_k \quad C'_K = \frac{C'_b - C'_E}{3} \quad L'_0 = L_1 + 3M' * l$$

C'_E : Erdungskapazitätsbelag = Zeilensumme
 C'_k : Kopplungskapazitätsbelag negatives Nebendiagonalelement

Geometrische Abstände



Widerstands- und Induktivitätsbelag

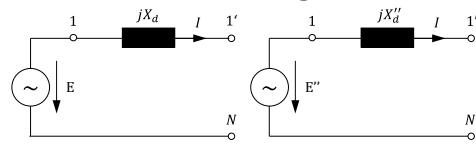
$$\underline{Z}'_{ii} = (R'_i + \frac{\omega\mu_0}{8}) + j \frac{\omega\mu_0}{2\pi} \cdot \ln \frac{\delta_E}{\rho e^{-\frac{1}{4}}} \quad (\text{Schleifenimpedanz})$$

$$\underline{Z}'_{ik} = \frac{\omega\mu_0}{8} + j \frac{\omega\mu_0}{2\pi} \cdot \ln \frac{\delta_E}{d_{ik}} \quad (\text{Koppelimpedanz})$$

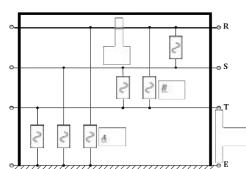
Symmetrische Generatoren

Mitsystem

Gilt immer bei Turbogeneratoren

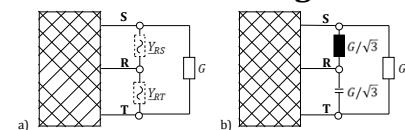


Symmetrische Verbraucher



Symmetrierung von unsymmetrischen Verbrauchern

Steinmetz-Schaltung



$$l * L'_b = L_1 = L_2 \quad X_C = \frac{1}{jwC} \quad X_L = jwL$$

$$l * C'_b = C_1 = C_2$$

$$l * C'_E = C_0$$

$$\text{Erdstromtiefe: } \delta_E = \frac{1.85}{\sqrt{\mu_0 \cdot \omega \cdot \kappa_E}}$$

$$\text{Bündelleiter: } \rho_B = \sqrt[n]{n \rho R^{n-1}} \cdot \frac{e^{-\frac{1}{4n}}}{e^{-\frac{1}{4}}}$$

$$\text{Hohlleiter: } \rho_H = \frac{\rho}{e^{-\frac{1}{4}}}$$

$$\text{Ersatzleiter: } \rho_B = \sqrt[n]{n \rho R^{n-1}}$$

$$4\text{-Bündelleiter: } R = \frac{d}{\sqrt{2}} \quad 2\text{-Bündel: } R = \frac{d}{2}$$

$$\text{Mittlere Höhe: } h_k = h_m - 0.7f_m$$

Kapazitätsbeläge von Freileitungen

Roh=Radius

$$p_{ii} = \frac{1}{2\pi\epsilon_0} \cdot \ln \frac{2h_i}{\rho_i} \quad p_{ik} = \frac{1}{2\pi\epsilon_0} \cdot \ln \frac{D_{ik}}{d_{ik}} = p_{ki}$$

Bei verdrehten Freileitungen:

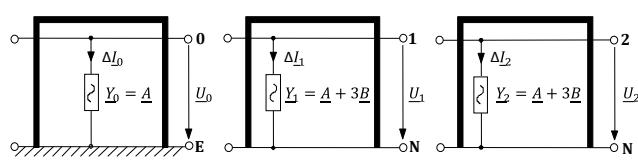
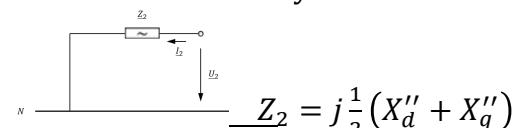
$$p_{ii} = \frac{1}{2\pi\epsilon_0} \cdot \ln \frac{2h}{\rho_i} \quad p_{ik} = \frac{1}{2\pi\epsilon_0} \cdot \ln \frac{D}{d} = p_{ki}$$

Schräger Leiter:

$$d = \sqrt{d_e \cdot d_a} \quad \frac{1}{3} \leq \frac{d_e}{d_a} \leq 3 \quad l_b * \cos \alpha \quad \text{mit } \alpha = \frac{d_e - d_a}{k}$$

Gegensystem

Bei rotierenden Maschinen entspricht das Gegen nicht mehr dem Mitsystem



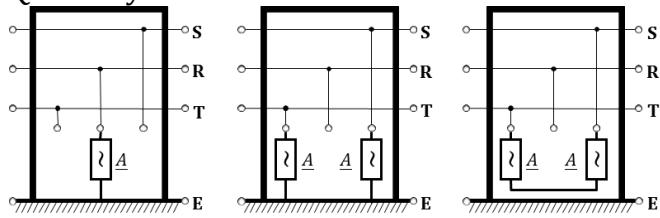
Forderung dass keine Null Ströme auftreten sollen

$$I_0 = \frac{1}{3} (I_R + \underline{a}^2 \cdot I_S + \underline{a} \cdot I_T) = 0$$

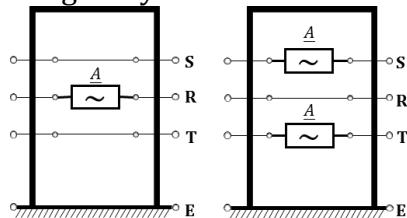
$$Y_{RS} = -jG/\sqrt{3} \quad Y_{RT} = +jG/\sqrt{3}$$

012-Modell von Unsymmetrien

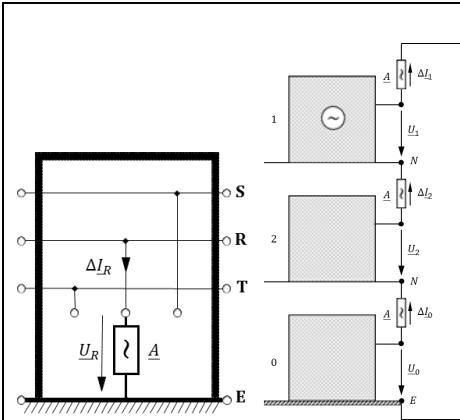
Querunsymmetrien



Längsunsymmetrien



Einphasige Querunsymmetrie



Knotenanalyse:

$$\begin{pmatrix} \Delta I_R \\ \Delta I_S \\ \Delta I_T \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} A & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} U_R \\ U_S \\ U_T \end{pmatrix}$$

Transformation:

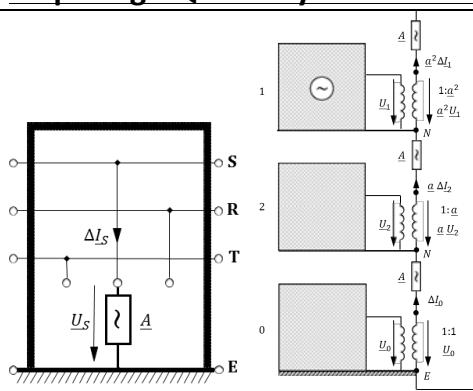
$$\begin{pmatrix} \Delta I_0 \\ \Delta I_1 \\ \Delta I_2 \end{pmatrix} = T_{012} \cdot Y_{RST} \cdot T_{012}^{-1} \cdot \begin{pmatrix} U_0 \\ U_1 \\ U_2 \end{pmatrix} = \frac{1}{3} \cdot \begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 1 & \underline{a} & \underline{a}^2 \\ 1 & \underline{a}^2 & \underline{a} \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} A & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 1 & \underline{a}^2 & \underline{a} \\ 1 & \underline{a} & \underline{a}^2 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} U_0 \\ U_1 \\ U_2 \end{pmatrix}$$

$$= \frac{1}{3} \cdot \begin{pmatrix} A & A & A \\ A & A & A \\ A & A & A \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} U_0 \\ U_1 \\ U_2 \end{pmatrix}$$

Unsymmetrieqebedingungen:

$$\Delta I_0 = \Delta I_1 = \Delta I_2 \quad U_0 + U_1 + U_2 = \frac{3}{A} \Delta I_0$$

Einphasige Querunsymmetrie in Phase S → Doppelerdenschluss (R und S)



Knotenanalyse:

$$\begin{pmatrix} \Delta I_R \\ \Delta I_S \\ \Delta I_T \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & A & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} U_R \\ U_S \\ U_T \end{pmatrix}$$

Transformation:

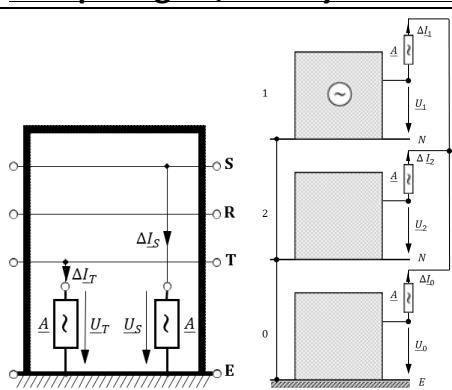
$$\begin{pmatrix} \Delta I_0 \\ \Delta I_1 \\ \Delta I_2 \end{pmatrix} = T_{012} \cdot Y_{RST} \cdot T_{012}^{-1} \cdot \begin{pmatrix} U_0 \\ U_1 \\ U_2 \end{pmatrix} = \frac{1}{3} \cdot \begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 1 & \underline{a} & \underline{a}^2 \\ 1 & \underline{a}^2 & \underline{a} \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & A & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 1 & \underline{a}^2 & \underline{a} \\ 1 & \underline{a} & \underline{a}^2 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} U_0 \\ U_1 \\ U_2 \end{pmatrix}$$

$$= \frac{1}{3} \cdot \begin{pmatrix} A & \underline{a}^2 \cdot A & \underline{a} \cdot A \\ \underline{a}^2 \cdot A & A & \underline{a} \cdot A \\ A & \underline{a} \cdot A & A \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} U_0 \\ U_1 \\ U_2 \end{pmatrix}$$

Unsymmetrieqebedingungen:

$$\Delta I_0 = \underline{a}^2 \cdot \Delta I_1 = \frac{1}{\underline{a}^2} \cdot \Delta I_1 = \underline{a} \cdot \Delta I_2 = \frac{1}{\underline{a}} \cdot \Delta I_2 \quad U_0 + \underline{a}^2 \cdot U_1 + \underline{a} \cdot U_2 = \frac{3}{A} \Delta I_0$$

Zweiphasige Querunsymmetrie mit Erdberührung



Knotenanalyse:

$$\begin{pmatrix} \Delta I_R \\ \Delta I_S \\ \Delta I_T \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & A & 0 \\ 0 & 0 & A \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} U_R \\ U_S \\ U_T \end{pmatrix}$$

Transformation:

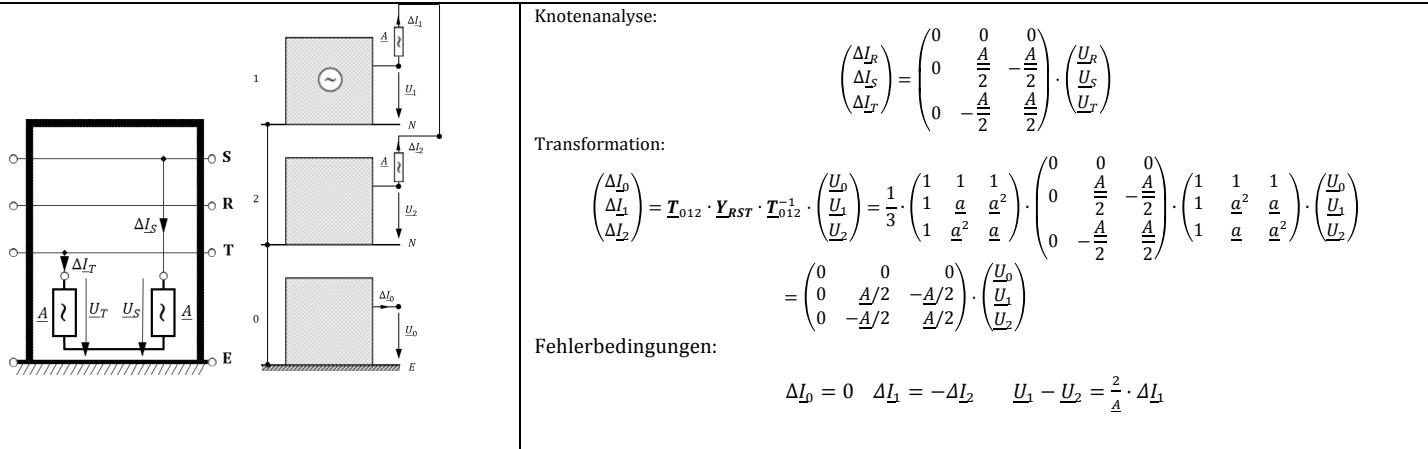
$$\begin{pmatrix} \Delta I_0 \\ \Delta I_1 \\ \Delta I_2 \end{pmatrix} = T_{012} \cdot Y_{RST} \cdot T_{012}^{-1} \cdot \begin{pmatrix} U_0 \\ U_1 \\ U_2 \end{pmatrix} = \frac{1}{3} \cdot \begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 1 & \underline{a} & \underline{a}^2 \\ 1 & \underline{a}^2 & \underline{a} \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & A & 0 \\ 0 & 0 & A \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 1 & \underline{a}^2 & \underline{a} \\ 1 & \underline{a} & \underline{a}^2 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} U_0 \\ U_1 \\ U_2 \end{pmatrix}$$

$$= \frac{1}{3} \cdot \begin{pmatrix} 2A & -A & -A \\ -A & 2A & -A \\ -A & -A & 2A \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} U_0 \\ U_1 \\ U_2 \end{pmatrix}$$

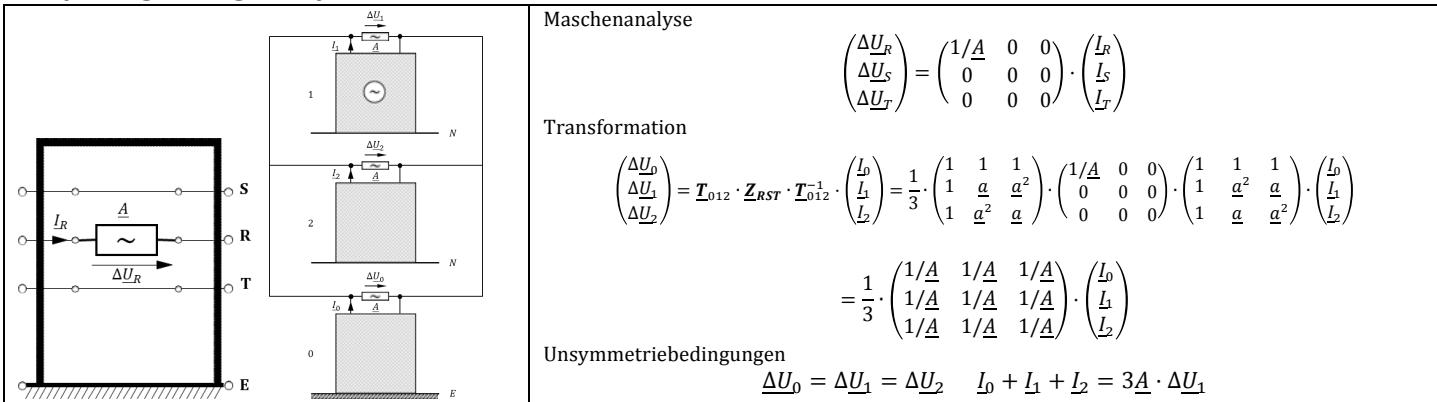
Unsymmetrieqebedingungen:

$$\Delta I_0 + \Delta I_1 + \Delta I_2 = 0 \quad U_0 - U_1 = \frac{1}{A} \cdot (\Delta I_0 - \Delta I_1) \quad U_1 - U_2 = \frac{1}{A} \cdot (\Delta I_1 - \Delta I_2)$$

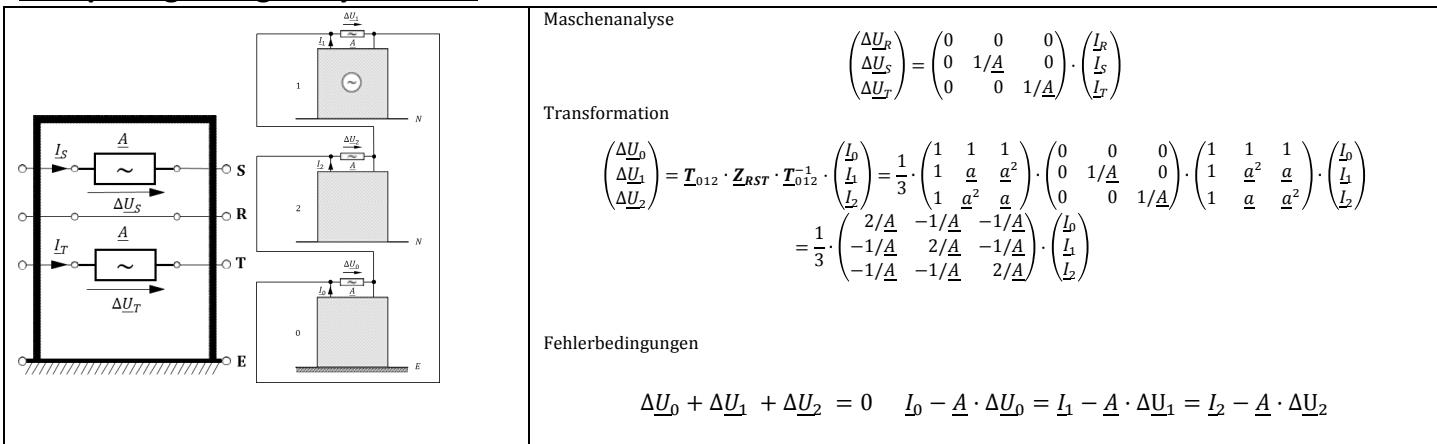
Zweiphasige Querunsymmetrie ohne Erdberührung



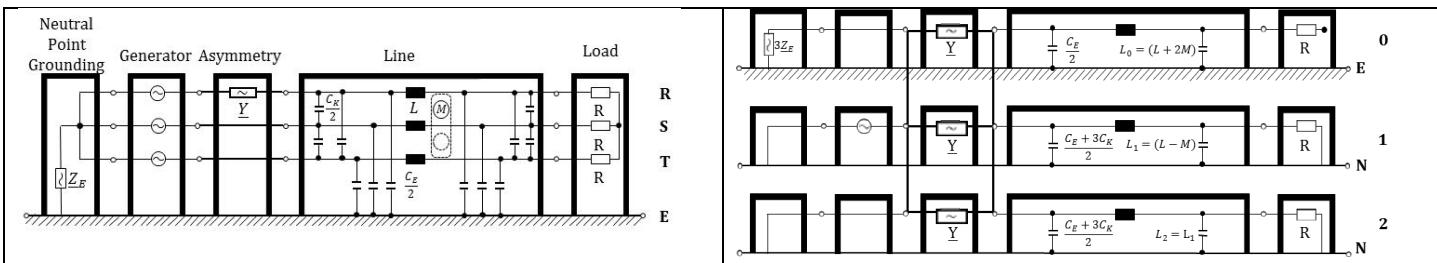
Einphasige Längsunsymmetrie



Zweiphasige Längsunsymmetrie



Beispiel



Unsymmetrische Kurzschlussberechnung

Vereinfachungen:

- Vernachlässigung der Querglieder aller Zweige in direkt geerdeten Netzen
- Stufensteller in Mittelstellung
- Vernachlässigung von Wirkwiderständen bei $R_k/X_k \leq 0,3$ (Gilt nicht im NS-Netz)
- Einheitliche Polradspannung $E'' = c \cdot U_n / \sqrt{3}$
- Verbraucher bleiben unberücksichtigt, Ausnahme große motorische. Beitrag von Async.M. zu I_k'' darf vernachlässigt werden, wenn Beitrag nicht >5%

Kurzschlüsse (Doppelerdenschluss – Skript)

Einpoliger Erd(kurz)schluss	Einpolige Kurzunterbrechung	Zweipoliger Kurzschluss mit Erdberührung	Zweipoliger Kurzschluss ohne Erdberührung
<p>$U_r = 0$ $I_r = I_s = 0$</p> <p>$U_1 + U_2 + U_0 = 0$ $I_2 = I_1$ $I_0 = I_2$</p>	<p>$U_s = 0$ $U_t = 0$ $I_r = 0$</p> <p>$U_2 = U_1$ $U_0 = U_2$</p> <p>$I_1 + I_2 + I_0 = 0$</p>	<p>$U_s = 0$ $U_t = 0$ $I_r = 0$</p> <p>$U_2 = U_1$ $U_0 = U_2$</p> <p>$I_1 + I_2 + I_0 = 0$</p>	<p>$U_b - U_c = 0$ $I_r = 0$ $I_s + I_t = 0$</p> <p>$U_2 = U_1$ $I_1 + I_2 = 0$ $I_0 = 0$</p>

Zusammenfassung

$$I_{k1}'' = \frac{3}{\underline{Z}_{j,0} + \underline{Z}_{j,1} + \underline{Z}_{j,2}} \cdot \underline{E}_{j,L}$$

$$I_{kE2E}'' = -\frac{3 \cdot \underline{Z}_{j,2}}{\underline{Z}_{j,0} \cdot \underline{Z}_{j,1} + \underline{Z}_{j,0} \cdot \underline{Z}_{j,2} + \underline{Z}_{j,1} \cdot \underline{Z}_{j,2}} \cdot \underline{E}_{j,L}$$

$$I_{k2}'' = \frac{-j \sqrt{3}}{\underline{Z}_{j,1} + \underline{Z}_{j,2}} \cdot \underline{E}_{j,L}$$

Generatorferne Kurzschlüsse

$$I_{k1}'' : I_{kE2E}'' : I_{k2}'' : I_{k3}'' \approx \frac{3}{|2 + \underline{Z}_{j,0}/\underline{Z}_{j,1}|} : \frac{3}{|1 + 2\underline{Z}_{j,0}/\underline{Z}_{j,1}|} : \frac{\sqrt{3}}{2} : 1$$

$$3 \text{ Pol. KS: } I_{k3}'' = \frac{1}{\underline{Z}_{j,1}} \cdot \underline{E}_{j,L}$$

Leistung:

$$(U_B = \frac{U_b}{\sqrt{3}})$$

$$S = \sqrt{P^2 + Q^2} = \frac{U}{P + jQ} * I^*$$

$$\underline{S}_{RST} = 3 * \underline{S}_{012}$$

$$R_L = \frac{U_b^2}{P_L}$$

$$P = S \cos \varphi$$

$$Q = \sin \varphi = P * \tan \varphi$$

$$\cos \varphi = \frac{P}{S}$$

$$\sin \varphi = \frac{Q}{S}$$

$$\underline{Z} = \frac{U^2}{S} e^{j\varphi}$$

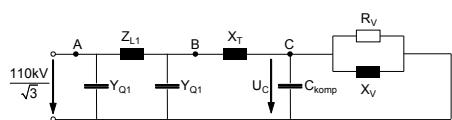
$$\varphi = \tan^{-1} \frac{Q}{P}$$

$$X_L = 3 \frac{U_b^2}{Q} = \frac{R_v}{\tan \cos^{-1} \varphi}$$

$$P_L = \sqrt{3} U_b I_b = \sqrt{3} U_b \frac{\sqrt{3}}{R_L} = \frac{U_b^2}{R_L}$$

Kompensation:

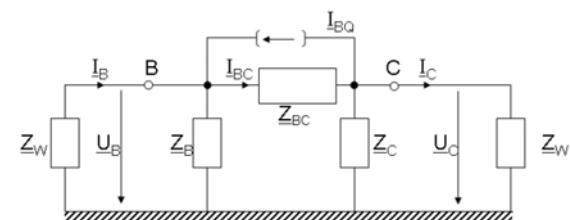
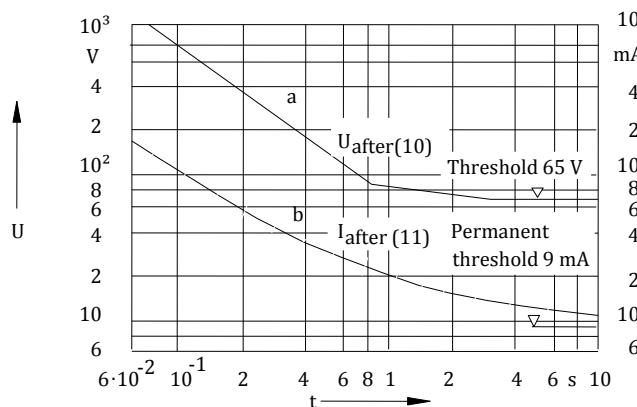
$$\cos \varphi_{komp} = \frac{P_V}{S_V} = \frac{P_V}{\sqrt{P_V^2 + (Q_V - Q_{komp})^2}} = \frac{\frac{3 \cdot U_C^2}{R_V}}{\sqrt{\left(\frac{3 \cdot U_C^2}{R_V}\right)^2 + \left(\frac{3 \cdot U_C^2}{X_V} - 3 \cdot U_C^2 \cdot \omega \cdot C_{komp}\right)^2}} = \frac{1}{\sqrt{1 + R_V^2 \cdot \left(\frac{1}{X_V} - \omega \cdot C_{komp}\right)^2}}$$



$$Q_{komp} = Q_V$$

$$\omega \cdot C_{komp} = \frac{1}{X_V}$$

$$C_{komp} = \frac{1}{\omega \cdot X_V} = 149,2 \mu F$$



$$Z_P = \frac{Z_B Z_W}{Z_B + Z_W} \quad U_B = \frac{Z_{BC}}{Z_{BC} + 2Z_P} \cdot I_{BQ} \cdot Z_P \quad U_{B,neu} = I_{BQ} \frac{Z_{BC} Z_B}{Z_{BC} + Z_B} =$$

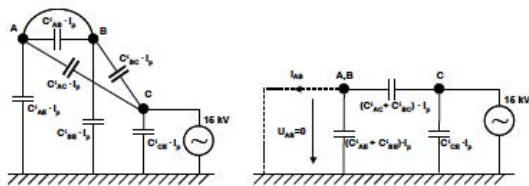
$$\left(\frac{\Delta U_{ES}}{\Delta U_K} \right) - \left(\frac{Z_{ES,V}}{Z_{KV}} \frac{Z_{ES,ES}}{Z_{K,ES}} \frac{Z_{ES,K}}{Z_{KK}} \right) \cdot \frac{I_{ES}}{I_K}$$

mit Kompensationsleiter:

$$\begin{aligned} Z_{ES,V} \cdot I_V + Z_{ES,ES} \cdot I_{ES,mit} + Z_{ES,K} \cdot I_K &= 0 \\ Z_{KV} \cdot I_V + Z_{K,ES} \cdot I_{ES,mit} + Z_{KK} \cdot I_K &= 0 \end{aligned}$$

Ohne Kompensationsleiter:

$$\begin{aligned} \Rightarrow I_K - I_V \cdot \frac{Z_{KV} \cdot Z_{ES,ES} - Z_{K,ES} \cdot Z_{ES,V}}{Z_{ES,K}^2 + Z_{ES,ES}^2} &= Z_{ES,V} \cdot I_V + Z_{ES,ES} \cdot I_{ES,ohne} = 0 \\ I_{ES,mit} - \frac{Z_{ES,V} \cdot I_V + Z_{ES,K} \cdot I_K}{Z_{ES,ES}} &= -2,2 \Rightarrow I_{ES,ohne} = -I_V \cdot \frac{Z_{ES,V}}{Z_{ES,ES}} \end{aligned}$$



Berührungsspannung:

$$\begin{aligned} U_{AB} &= \frac{(C'_{AC} + C'_{BC}) \cdot I_p}{[(C'_{AC} + C'_{BC}) + (C'_{AB} + C'_{BE})] \cdot I_p} \cdot U_c \quad (\text{Spannungsteiler}) \\ U_{AB} &= \frac{(0,18 + 0,29) \frac{mF}{km}}{[(0,18 + 0,29) + (5,34 + 5,24)] \frac{mF}{km}} \cdot 15 \text{ kV} = 638,01 \text{ V} \end{aligned}$$

Berührungsstrom: $U_{AB} = 0$

$$I_{AB} = U_c \cdot \omega \cdot (C'_{AC} + C'_{BC}) \cdot I_p = 15 \text{ kV} \cdot 2\pi \cdot 16 \frac{1}{2} \text{ Hz} \cdot (0,18 + 0,29) \frac{mF}{km} \cdot 20 \text{ km} = 14,76 \text{ mA} > 9 \text{ mA}$$

⇒ maximal zulässiger Berührungsstrom überschritten

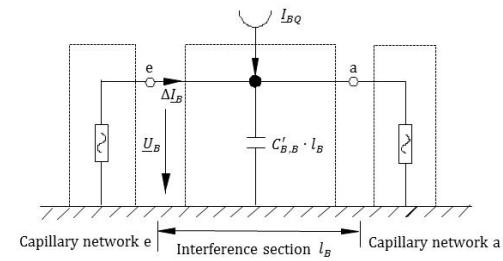
Beeinflussung - Kapazitive

$$\begin{pmatrix} \vec{Q}'_V \\ \vec{Q}'_B \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} C'_{V,V} & C'_{V,B} \\ C'_{B,V} & C'_{B,B} \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} \vec{U}_Y \\ \vec{U}_B \end{pmatrix} \quad \vec{Q} = \underline{C} \cdot \vec{U}$$

$$\begin{pmatrix} \vec{\Delta I}'_Y \\ \vec{\Delta I}'_B \end{pmatrix} = j\omega \cdot \begin{pmatrix} C'_{V,V} & C'_{V,B} \\ C'_{B,V} & C'_{B,B} \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} \vec{U}_Y \\ \vec{U}_B \end{pmatrix}$$

$$\vec{I}' = jw \underline{C} \cdot \vec{U} = jw Q$$

$$\begin{pmatrix} \vec{U}'_Y \\ \vec{U}'_B \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} P'_{V,V} & P'_{V,B} \\ P'_{B,V} & P'_{B,B} \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} \vec{Q}' \\ \vec{Q}_B \end{pmatrix} \quad \vec{U} = \underline{P} \cdot \vec{Q}$$



$$C'_{B,B} = 0 \rightarrow \vec{I}'_{BQ} = -j\omega \cdot C'_{B,V} \cdot \vec{U}_Y \rightarrow \vec{\Delta I}'_B + \vec{I}'_{BQ} = j\omega \cdot C'_{B,B} \cdot \vec{U}_B$$

-Isolierter Leiter $\vec{\Delta I}'_B = \vec{0}$ \rightarrow längenunabhängige Berührungsspannung: $\vec{U}_B = -C'_{B,B}^{-1} \cdot C'_{B,V} \cdot \vec{U}_Y$

-widerstandslose Erdung ($\vec{U}_B = \vec{0}$) längenproportionaler Quellenstrom: $\vec{\Delta I}'_B = -\vec{I}'_{BQ} = j\omega \cdot C'_{B,V} \cdot \vec{U}_Y$

Mehrfachbeeinflussung:

$$\vec{I}'_{BQ} \cdot l_B = \sum_{i=1}^m \vec{I}'_{BQ,i} \cdot l_{B,i} = -j\omega \cdot \sum_{i=1}^m C'_{B,V,i} \cdot \vec{U}_Y \cdot l_{B,i} = \vec{I}_{BQ}$$

$C_{R,B} = -l_B \cdot c'_{RB}$ (Negative)

Berührungsstrom:

$$I_B = \omega \cdot \left| \sum_{i=R,S,T} C_{i,B} \cdot \vec{U}_i \right| = 2\pi \cdot f \cdot \left| (C_{R,B} + C_{S,B} \cdot \frac{a}{3} + C_{T,B} \cdot a) \right| \cdot \frac{U_N}{\sqrt{3}}$$

$$I_B = 2\pi \cdot 50 \frac{1}{s} \cdot \sqrt{(14nF - 0.5 \cdot (10nF + 16nF))^2 + 0.5 \cdot \sqrt{3} \cdot (10nF - 16nF)^2} \cdot \frac{110kV}{\sqrt{3}}$$

Berührungsspannung:

$$U_B = \frac{\omega \ell \cdot \left| \sum_{i=R,S,T} C'_{i,B} \cdot \vec{U}_i \right|}{\omega \ell \cdot c'_{BB}} = \frac{-\left| \sum_{i=R,S,T} C'_{B,i} \cdot \vec{U}_i \right|}{c'_{BB}} = \frac{I_B}{\omega \ell \cdot c'_{BB}}$$

Beeinflussung - Induktive

$$\begin{pmatrix} \vec{\Delta U}'_Y \\ \vec{\Delta U}'_B \\ \vec{\Delta U}'_{ES} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} Z'_{V,V} & Z'_{V,B} & Z'_{V,ES} \\ Z'_{B,V} & Z'_{B,B} & Z'_{B,ES} \\ Z'_{ES,V} & Z'_{ES,B} & Z'_{ES,ES} \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} \vec{I}_Y \\ \vec{I}_B \\ \vec{I}_{ES} \end{pmatrix}$$

$$\vec{I}_{ES} = -Z'_{ES,ES}^{-1} \cdot Z'_{ES,V} \cdot \vec{I}_Y$$

Induzierte Spannung im beeinflussten Leiter:

$$\vec{U}'_{BQ} = Z'_{B,V} \cdot \vec{I}_Y + Z'_{B,ES} \cdot \vec{I}_ES$$

(Leerlaufquellenspannung)

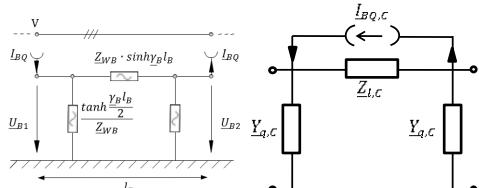
El. Kurze Leitung ohne Verluste ($\gamma' * l \ll 1$):

$$Z_L = Z_W \sinh(\gamma' l) = \gamma' \cdot Z_W * l \quad Y_q = \frac{\tanh(\gamma' l)}{Z_W} = \frac{\gamma'}{Z_W} * l$$

Mehrfachbeeinflussung:

$$I_{BQ} = \frac{U'_B \cdot dx}{\gamma_B \cdot Z_{WB} \cdot dx} = \frac{U'_B}{\gamma_B \cdot Z_{WB}} \quad - \quad I_{BQ} = \frac{\sum Z_{BV,i} * l_i}{Z_L} \quad (\text{alle Beeinflussenden Ströme Längsind. Leiter})$$

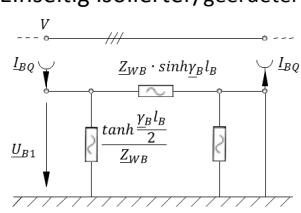
Beidseitig isolierter Leiter ($I_{B1} = I_{B2} = 0$)



$$U_{B1} = -U_{B2} = I_{BQ} \cdot Z_{WB} \frac{\cosh \gamma_B l_B - 1}{\sinh \gamma_B l_B} = I_{BQ} \cdot Z_{WB} \cdot \tanh \frac{1}{2} \gamma_B l_B$$

$$\text{Für } (\gamma_B l_B \ll 1) \quad U_{B1} = -U_{B2} = \frac{1}{2} \cdot I_{BQ} \cdot Z_{WB} \cdot \gamma_B \cdot l_B = \frac{1}{2} \cdot U'_{BQ} \cdot l_B$$

Einseitig isolierter/geerdeter Leiter



($U_{B2} = 0$ und $I_{B1} = 0$)

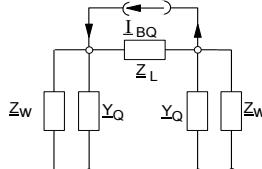
$$U_{B1} = I_{BQ} \cdot Z_{WB} \cdot \tanh \gamma_B I_B$$

Für el. Kurze Leitung ($\gamma_B \cdot l_B \ll 1$) $U_{B1} = I_{BQ} \cdot Z_{WB} \cdot \gamma_B \cdot l_B = U'_{BQ} \cdot l_B$

$$Z_{l,C} \approx Z_W \cdot \gamma \cdot l \quad Y_{q,C} \approx \frac{1}{2} \cdot \frac{\gamma \cdot l}{Z_W} \quad Z_{qc} = 1/Y_{q,C}$$

Beidseitig unendlich lang fortgesetzter Leiter

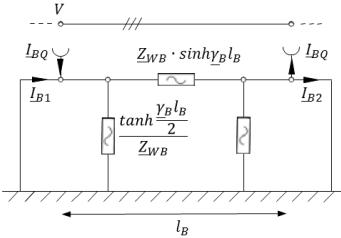
($I_{B1} = -U_{B1}/Z_{WB}$ and $I_{B2} = U_{B2}/Z_{WB}$)



$$U_{B1} = -U_{B2} = \frac{I_{BQ} \cdot Z_{WB}}{2} \cdot \left(1 + \sinh \gamma_B I_B - \cosh \gamma_B I_B \right) = \frac{I_{BQ} \cdot Z_{WB}}{2} \cdot (1 - e^{-\gamma_B l_B})$$

$$\text{Für el. Lange Leitung } (\gamma_B \cdot l_B \gg 1) \quad U_{B1} = -U_{B2} = \frac{I_{BQ} \cdot Z_{WB}}{2} = \frac{U'_{BQ}}{2 \cdot \gamma_B}$$

Beidseitig geerdeter Leiter ($\underline{U}_{B1} = \underline{U}_{B2} = 0$)



$$I_{B1} = I_{B2} = -I_{BQ} = -\frac{\underline{U}'_{BQ}}{\underline{\gamma}_B \cdot \underline{Z}_{WB}} \quad (\text{Berührungsstrom unabhängig von der Länge } l_B)$$

Reduktionswirkung von Kompensationsleiter:

$$\underline{p} = \frac{\underline{U}'_{BQ} \text{ (with shielding conductor)}}{\underline{U}'_{BQ} \text{ (without shielding conductor or)}} \quad \underline{\vec{U}}'_{BQ,mit} = (\underline{Z}'_{B,V} - \underline{Z}'_{B,ES} \cdot \underline{Z}'_{ES,ES}^{-1} \cdot \underline{Z}'_{ES,V}) \cdot \underline{\vec{I}}_Y \quad \underline{\vec{U}}'_{BQ,ohne} = (\underline{Z}'_{B,V}) \cdot \underline{\vec{I}}_Y$$

$$1 \text{ Leiter } \underline{p} = 1 - \frac{\underline{Z}'_{B,ES} \cdot \underline{Z}'_{ES,V}}{\underline{Z}'_{B,V} \cdot \underline{Z}'_{ES,ES}}$$

nahe Beeinflussung ($\underline{Z}'_{ES,V} \approx \underline{Z}'_{B,V}$):

$$\underline{p} \approx 1 - \frac{\underline{Z}'_{B,ES}}{\underline{Z}'_{ES,ES}}$$

nahe Verursachendem ($\underline{Z}'_{B,ES} \approx \underline{Z}'_{B,V}$):

$$\underline{p} \approx 1 - \frac{\underline{Z}_{ES,V}}{\underline{Z}'_{ES,ES}}$$

Bsp.:

Abschnitte: A, E unendlich lange Leitungen

Abschnitt: B, C, D elektrisch kurze Leitungen

Symmetrie: A u. E

